

# Negace výroků<sup>1</sup>

## Základní pojmy

**Negace výroku.** Výrok  $A'$  utvořený z výroku  $A$  tak, že má opačnou pravdivostní hodnotu než původní výrok, nazýváme negací výroku  $A$ .

Znegujeme-li znovu výrok  $A'$ , dostaneme výrok, jehož pravdivostní hodnota je stejná jako u původního výroku  $A$ . Výroky  $(A')'$  a  $A$  jsou tedy logicky ekvivalentní.

Jakýkoliv výrok znegujeme použitím obratu: *Není pravda, že...* Dostávali bychom tak krkolomné a hůře srozumitelné formulace, proto se tomuto způsobu negací výroků budeme důsledně vyhýbat.

## Negace kvantifikovaných výroků.

výrok (negace) $\longrightarrow$	$\longleftarrow$ negace (výrok)
Každý ... <b>je</b> ...	(Existuje) alespoň jeden ... (, který) <b>není</b> ...
(Existuje) alespoň jeden ... (, který) <b>je</b> ...	Žádný ... <b>není</b> ...
Aspoň $n$ <b>je</b> ...	Nejvýše $n - 1$ <b>je</b> ...
Právě $n$ <b>je</b> ...	Nejvýše $n - 1$ nebo alespoň $n + 1$ <b>je</b> ...

Obecný kvantifikátor (slovně jej vyjadřujeme některou z formulací: Každý ... je ... ; Pro všechny ... platí ... ; Libovolný ... má ... ; ...) se zneguje na existenční kvantifikátor a opačně. Obecný kvantifikátor v negativním smyslu vyjadřujeme formulací: Žádný ... není ...

## Negace složených výroků.

výrok (negace) $\longrightarrow$	$\longleftarrow$ negace (výrok)
$A \wedge B$	$A' \vee B'$
$A \vee B$	$A' \wedge B'$
$A \Rightarrow B$	$B' \wedge A$
$A \Leftrightarrow B$	$A' \Leftrightarrow B$ (příp. $A \Leftrightarrow B'$ nebo $(B' \wedge A) \vee (A' \wedge B)$ )

Důkaz pravdivosti tvrzení uvedených v této tabulce získáte z úlohy č. 3.

---

<sup>1</sup>Případné náměty k tomuto textu prosím adresujte na e-mail akob@jaroska.cz. Děkuji Aleš Kobza (autor materiálu).

# Úlohy

## Zadání

1. Napište negace následujících výroků a rozhodněte o jejich pravdivosti:

- (a) Číslo 84 je dělitelné třemi.
- (b) Číslo  $-5$  je záporné.
- (c) Číslo 100 je dvojciferné.
- (d) Každé celé číslo je přirozené.
- (e) Alespoň 5 dvojciferných přirozených čísel je dělitelných deseti.
- (f) Existuje aspoň jedna kvadratická rovnice, která má právě jeden kořen.
- (g) Právě 4 prvočísla jsou jednociferná.
- (h) Žádné prvočíсло není dělitelné jedenácti.
- (i) Libovolný čtyřúhelník má nejvýše tři úhly pravé.

2. Napište negace následujících výroků:

- (a) Nejvýše pět týmů vyhrálo aspoň dvakrát extraligu.
- (b) Každý trolejbus jezdí rychlostí nejvýše 50 km/h.
- (c) Při žádné dopravní kontrole nebyla všechna auta bez závady.
- (d) Alespoň dvě televizní stanice vysílají alespoň třikrát denně zprávy.
- (e) Alespoň jedna třída má nejvýše pět vyučovacích hodin denně.

3. Dokažte, že následující formule jsou tautologie

- (a)  $(A \wedge B)' \Leftrightarrow (A' \vee B')$ ,
- (b)  $(A \vee B)' \Leftrightarrow (A' \wedge B')$ ,
- (c)  $(A \Rightarrow B)' \Leftrightarrow (B' \wedge A)$ ,
- (d)  $(A \Leftrightarrow B)' \Leftrightarrow (A' \Leftrightarrow B)$ ,
- (e)  $(A \Leftrightarrow B)' \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow B')$ ,
- (f)  $(A \Leftrightarrow B)' \Leftrightarrow [(B' \wedge A) \vee (A' \wedge B)]$ .

4. Napište negace následujících výroků:

- (a) Nebude-li pršet, nezmoknem.
- (b) Matematika a fyzika jsou moje nejoblíbenější předměty.
- (c) Nakoupit půjdu až odpoledne nebo večer.
- (d) Mirka půjde do kina právě tehdy, když půjde i Helča.
- (e) Když se ráno vzbudím brzy, půjdu si zaběhat.
- (f) Číslo  $n$  je dělitelné šesti tehdy a jen tehdy, když je dělitelné dvěma a třemi.
- (g) Pokud nebude svítit sluníčko, bude nám zima.
- (h) Aleš nemá rád kávu nebo mléko.
- (i) Jestliže není výtah v provozu, musíme jít k našemu bytu po schodech.
- (j) K obědu jsem měl polévku a hlavní jídlo.

## Výsledky

1. Pravdivé jsou výroky (a), (b), (e), (f), (g). Negace:
  - (a) Číslo 84 není dělitelné třemi.
  - (b) Číslo  $-5$  není záporné. (Číslo  $-5$  je nezáporné.)
  - (c) Číslo 100 není dvojciferné.
  - (d) Alespoň jedno celé číslo není přirozené.
  - (e) Nejvýše 4 dvojciferná přirozená čísla jsou dělitelná deseti.
  - (f) Žádná kvadratická rovnice nemá právě jeden kořen. (Každá kvadratická rovnice má alespoň dva kořeny nebo nemá kořen žádný.)
  - (g) Nejvýše 3 nebo alespoň 5 prvočísel je jednociferných. (Pozor! Výrok: „Právě 4 prvočísla nejsou jednociferná.“ není negací výroku původního.)
  - (h) Aspoň jedno prvočíslo je dělitelné jedenácti.
  - (i) Alespoň jeden čtyřúhelník nemá nejvýše tři úhly pravé. (Případně: „Alespoň jeden čtyřúhelník má alespoň čtyři úhly pravé.“) (Pozor! Výrok: „Libovolný čtyřúhelník má alespoň čtyři úhly pravé.“ není negací výroku původního.)
2. Všimněte si, že negace je třeba provádět z pohledu prvního kvantifikátoru ve větě.
  - (a) Alespoň 6 týmů vyhrálo aspoň dvakrát extraligu. (Pozor! Výrok: „Nejvýše pět týmů vyhrálo nejvýše jednou extraligu.“ není negací výroku původního.)
  - (b) Alespoň jeden trolejbus nejedí rychlostí nejvýše 50 km/h.
  - (c) Při alespoň jedné dopravní kontrole byla všechna auta bez závady.
  - (d) Nejvýše jedna televizní stanice vysílá alespoň třikrát denně zprávy.
  - (e) Žádná třída nemá nejvýše pět vyučovacích hodin denně.
3. Důkazy provedete pomocí tabulky, která má ve všech případech 4 řádky. Skutečnost, že každá z uvedených formulí je tautologií, dokazuje pravdivost údajů uvedených v tabulce o negacích složených výroků (viz výše).
4. V závorce před každým výrokem je uveden tvar původního výroku, který byl negován.
  - (a) (implikace) Zmokneme a nebude pršet.
  - (b) (konjunkce) Matematika nebo fyzika nejsou moje nejoblíbenější předměty.
  - (c) (disjunkce) Nakoupit nepůjdu odpoledne ani večer.
  - (d) (ekvivalence) Mirka půjde do kina právě tehdy, když nepůjde Helča.
  - (e) (implikace) Ráno se vzbudím brzy a nepůjdu si zaběhat.
  - (f) (ekvivalence) Číslo  $n$  není dělitelné šesti tehdy a jen tehdy, když je dělitelné dvěma a třemi.
  - (g) (implikace) Nebude svítit sluníčko a nebude nám zima.
  - (h) (disjunkce) Aleš má rád kávu a mléko.
  - (i) (implikace) Výtah není v provozu a nemusíme jít k našemu bytu po schodech.
  - (j) (konjunkce) K obědu jsem neměl polévku nebo hlavní jídlo.