Rozvoj geometrických představ – sbírka příkladů

Studijní opora DiV

Jitka Panáčová, Eva Nováková

Obsah

Úvod

Předkládaný učební text je určen studentům učitelství pro mateřské školy v prezenční i kombinované formě. Je sbírkou úloh k učivu předmětu „Rozvoj geometrických představ“. Svým pojetím navazuje na studijní oporu k tomuto předmětu. Sbírka obsahuje otázky a příklady, které by měly sloužit k ověření, procvičení, rozšíření a prohloubení Vašich potřebných oborově předmětových kompetencí k rozvíjení matematické pregramotnosti - matematických představ a zkušeností z reálného života dítěte v prostředí mateřské školy.

Problematika je rozdělena do pěti oddílů. Do prvního z nich jsou zařazeny otázky zaměřené na téma geometrických komponent matematické pregramotnosti. Jejich řešení by mělo přispět k uchopení termínu „geometrické představy dítěte předškolního věku“. Druhý oddíl sbírky shrnuje otázky k základním geometrickým pojmům v historických souvislostech. Další oddíly nabízí úlohy o rovinných a prostorových geometrických útvarech, jejich vlastnostech, o shodnostech v rovině a o měření geometrických útvarů. Součástí jednotlivých oddílů jsou i otázky zaměřené na připomenutí pojmů, jejichž znalost a správné pochopení jsou klíčové pro správné řešení dalších úloh.

Náměty pro jednotlivé úlohy byly převzaty z literatury, jejíž seznam naleznete na konci této sbírky.

1. Geometrická komponenta matematické pregramotnosti - „geometrické představy dítěte předškolního věku“

1. Formulujte, jak chápeme *matematickou gramotnost.*
2. Formulujte, jak chápeme *matematickou pregramotnost.* Jaké aspekty jsou u dětí uplatňovány v rámci matematické pregramotnosti v praktickém životě, při hrách apod.?
3. Co rozumíte pod pojmem *geometrické představy* dítěte?
4. Jaké položky zahrnuje geometrická komponenta matematické pregramotnosti?
5. Jakým způsobem lze u dítěte rozvíjet geometrickou komponentu matematické pregramotnosti?
6. Uveďte příklady aktivit, jimiž lze v rámci geometrické představy u dítěte rozvíjet vnímání prostoru, určování směru a orientace v prostoru a v rovině.
7. Uveďte příklady aktivit, jimiž lze v rámci geometrické představy u dítěte rozvíjet chápání elementárních geometrických tvarů prostorových a rovinných.
8. Uveďte příklady aktivit, jimiž lze u dítěte rozvíjet představu o velikosti objektů.
9. Uveďte příklady aktivit, jimiž lze u dítěte rozvíjet představu o shodnosti, podobnosti a pravidelnosti útvarů.

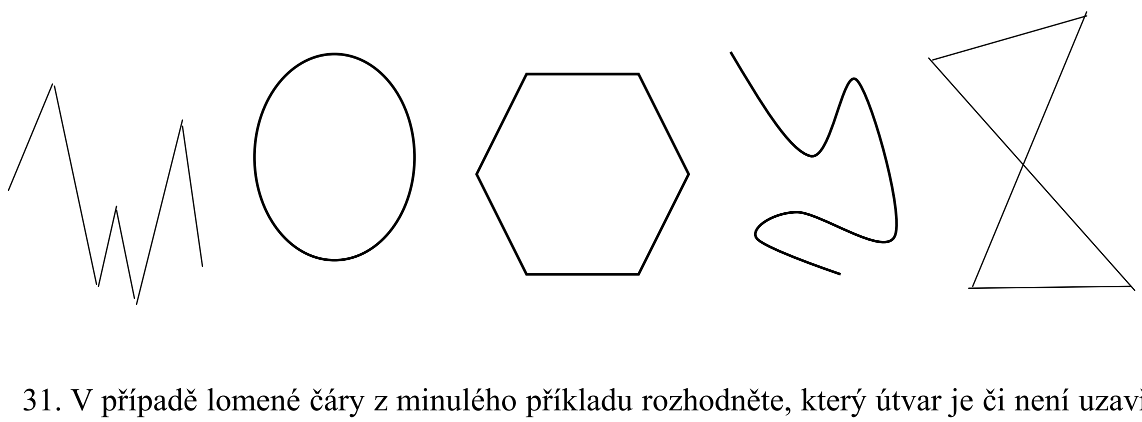
2. Základní geometrické pojmy v historických souvislostech

10. Jakým způsobem se geometrie jako nejstarší matematická disciplína v dávné minulosti začínala vytvářet?
11. Jmenujte významné učence starověkého Řecka, kteří měli největší vliv na rozvoj geometrie.
12. Formulujte *Pythagorovu větu*.
13. Formulujte *Thaletovu větu.*
14. Co je náplní *geometrie*?
15. Co rozumíme pod pojmem *elementární geometrie* neboli *euklidovská geometrie*?
16. Co rozumíme pod pojmem *geometrický útvar*?
17. Co znamená termín *planimetrie*?
18. Co znamená termín *stereometrie*?
19. Jaké jsou základní geometrické útvary, na kterých je vybudována celá geometrie?
20. Co označuje termín *axiomatická soustava geometrie?*

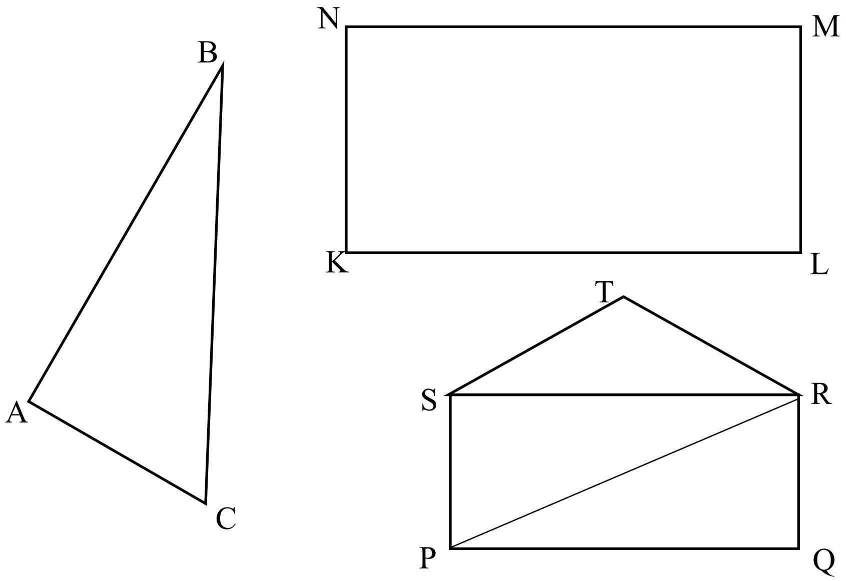
3. Geometrické útvary a jejich vlastnosti - (teoretické základy)

3.1 Úsečka, polopřímka, přímka, lomená čára

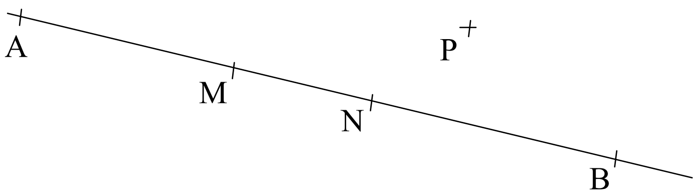
21. Charakterizujte pojem *úsečka AB*.
22. Charakterizujte pojem *vnitřní bod* úsečky *AB*.
23. Charakterizujte pojem *polopřímky →AB* a zapište symbolicky.
24. Charakterizujte pojem *kolineární body.*
25. Charakterizujte pojem *lomená čára/jednoduchá lomená čára/uzavřená lomená čára.*
26. Narýsujte úsečku *AB*. Na přímce *AB* vyznačte:
    a) bod *C* tak, aby bod *A* ležel mezi body *C* a *B*,
    b) bod *D*, aby *B* ležel mezi *A* a *D*,
    c) bod *P*, který neleží na úsečce *AB*, ale leží na polopřímce *AD*.
27. Na obrázku z předchozího příkladu
    a) vyznačte a vypište všechny dvojice opačných polopřímek,
    b) vypište všechny úsečky.
28. Jsou dány tři různé body *K, L, M*.
    a) Zapište všechny úsečky, polopřímky a přímky určené těmito body? Jak závisí počet těchto útvarů na poloze jednotlivých bodů?,
    b) Které bodové množiny mohou být průnikem (sjednocením) dvou z těchto úseček (polopřímek, přímek)?
29. Je dána přímka *p* a bod *A*, který na ní neleží. Zakreslete bod *M* tak, aby platilo:
    a) bod *M* náleží polorovině *pA*,
    b) bod *M* leží v obou polorovinách určených přímkou *p*,
    c) bod *M* leží v opačné polorovině k polorovině *pA*.
30. Rozhodněte, který z geometrických útvarů na obrázku je lomená čára.



31. V případě lomené čáry z minulého příkladu rozhodněte, který útvar je či není uzavřená lomená čára. Ve kterém případě lomené čáry se jedná o jednoduchou lomenou čáru?
32. Vyhledejte a zapište všechny úsečky uvedených geometrických útvarů na obrázku níže.



33. Rozhodněte a zapište symbolicky s ohledem na obrázek níže:
    a) Které zakreslené body leží na úsečce *AB*?
    b) Které zakreslené body leží na úsečce *MB*?
    c) Které zakreslené body neleží na úsečce *MB*?
    d) Které zakreslené body leží na úsečce *AN*?



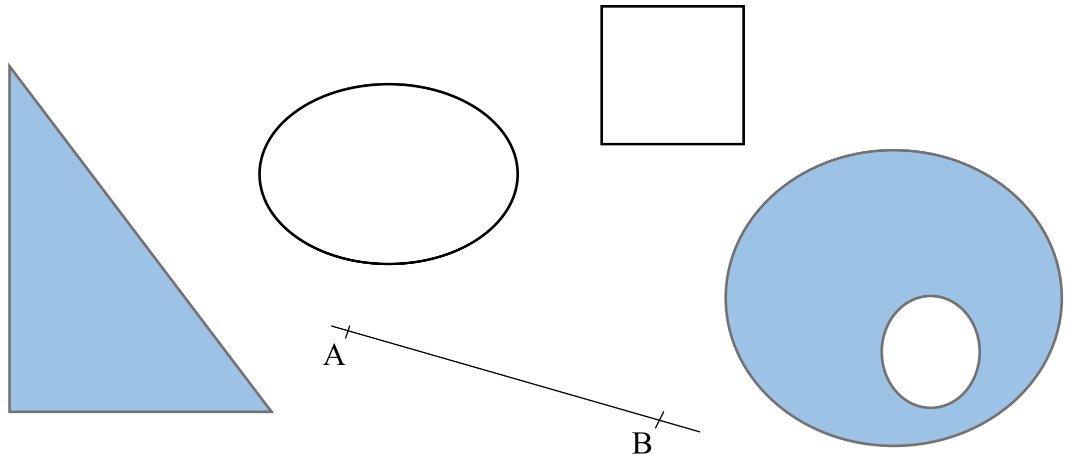
3.2 Rovinné útvary

34. Definujte pojem *trojúhelníka ABC*. Připomeňte si zároveň následující pojmy: *výška, těžnice, střední příčka trojúhelníku* a *těžiště trojúhelníka ABC, kružnice opsaná* a *kružnice vepsaná trojúhelníku.*
35. Definujte pojem *konvexní* a *nekonvexní množina.*
36. Definujte pojem *konvexní* úhel *AVB*. Doplňte obrázkem.
37. Definujte pojem *nekonvexní úhel AVB*. Doplňte obrázkem.
38. Definujte pojem *ramena a vrchol konvexního úhlu AVB*.
39. Co je to *přímý úhel*? Co je to *plný úhel*? Je plný, resp. přímý úhel konvexní nebo nekonvexní množina? Doplňte obrázkem.

40. Dokažte, že součet vnitřních úhlů libovolného trojúhelníka je 180°.

41. Co rozumíme pod pojmem *komplanární body*?

42. Rozhodněte, který z geometrických útvarů na obrázku níže je konvexní, resp. nekonvexní množina.



43. Uveďte sami alespoň dva případy konvexní případně nekonvexní množiny.

44. Uveďte příklad dvou polorovin, jejichž sjednocením je:

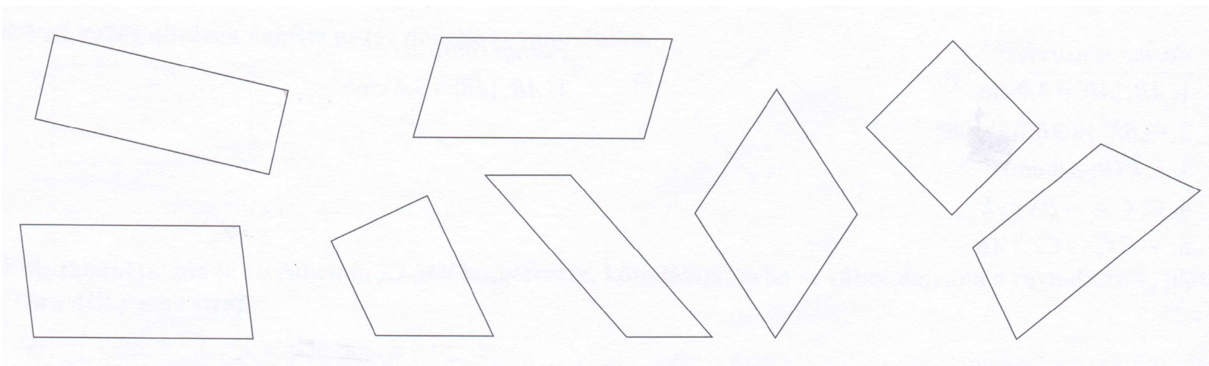
a) konvexní množina,

b) nekonvexní množina.

45. Definujte pojem *n-úhelník.*

46. Co rozumíme pojmem *různoběžník, lichoběžník, různoběžník, obdélník, kosoúhelník, čtverec* a *kosočtverec*?

47. Pojmenujte všechny čtyřúhelníky na obrázku:



48. Rozhodněte, o který čtyřúhelník se jedná, jestliže má:

a) všechny strany stejně dlouhé a vnitřní úhly pravé,

b) dvě shodná různoběžná ramena a dvě základny, které jsou rovnoběžné,

c) dvě rovnoběžné základny a jedno z ramen je kolmé k základnám,

d) stejně dlouhé na sebe kolmé úhlopříčky, vnitřní úhly má pravé,

e) protější strany rovnoběžné, úhlopříčky na sebe nejsou kolmé a jeden vnitřní úhel má velikost 37°,

f) na sebe kolmé úhlopříčky, vnitřní úhly nemá pravé,

g) stejně dlouhé strany a vnitřní úhly jsou ostré nebo tupé.

49. Zjistěte, zda je konvexní množinou:

a) trojúhelník bez svých vrcholů,

b) trojúhelník bez jednoho vnitřního bodu jedné strany,

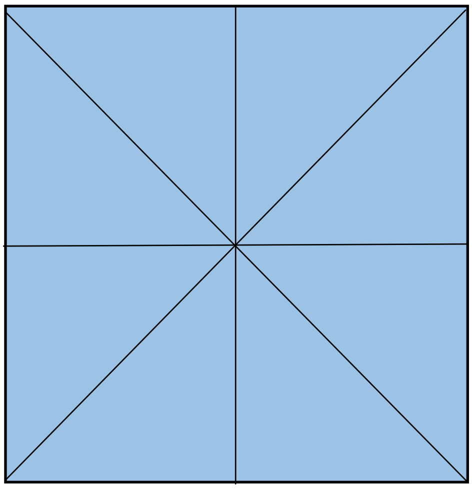
c) sjednocení vnitřku trojúhelníků a dvou různých bodů jeho obvodu,

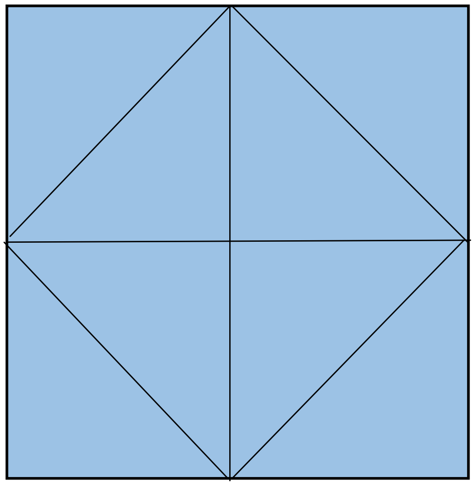
d) rozdíl konvexního úhlu *AVB* a jeho ramene *VA*,

e) rozdíl čtverce ABCD a sjednocení dvou jeho stran,

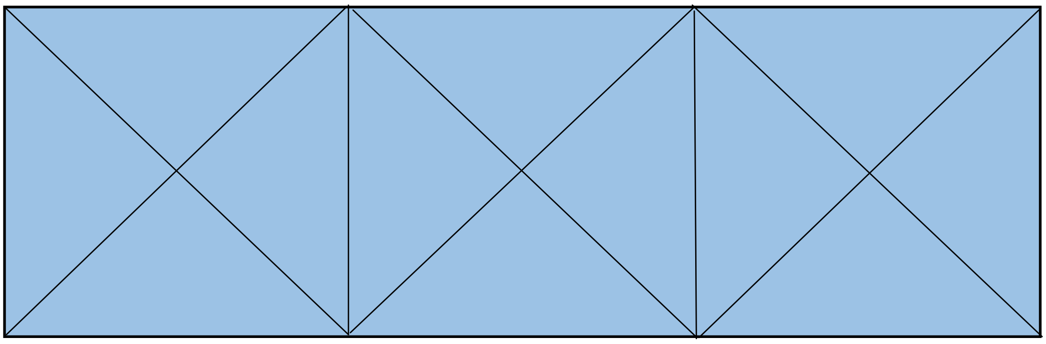
f) sjednocení vnitřku čtverce *ABCD* a dvou jeho stran.

50. Zapište, kolik je na každém obrázku čtverců a kolik trojúhelníků.

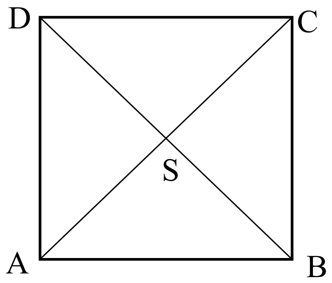




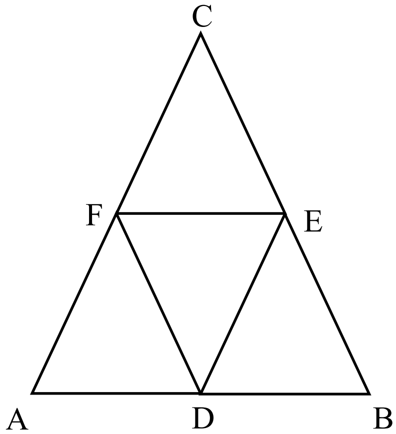
51. Zapište, kolik je na každém obrázku čtverců, obdélníků a trojúhelníků.



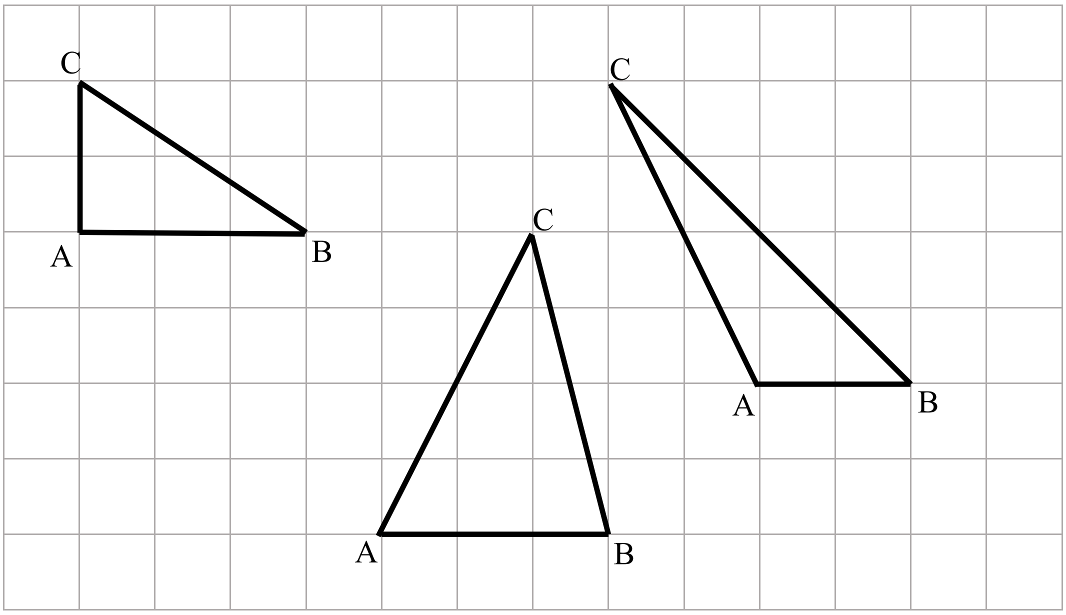
52. Z obrázku níže vypište všechny rovnoramenné trojúhelníky:



53. Z obrázku níže vypište všechny rovnoramenné trojúhelníky:



54. V trojúhelníku *ABC* vyznačte výšku v_c.



55. Vyberte trojúhelníky, které nelze sestrojit:

    a) *KLM*: k = 8 cm, l = 45 mm, m = 3,5 cm,

    b) *PQR*: p = 7 cm, q = 35 mm, r = 25 mm,

    c) *ABC*: a = 9 cm, b = 4 cm, c = 6 cm.

56. Rozhodněte, zda je možné sestrojit trojúhelník *MNO*, jestliže jeho úhel *OMN* má velikost 98° a velikosti zbylých vnitřních úhlů jsou rovny:

    a) 41° a 41°,

    b) 52° a 50°,

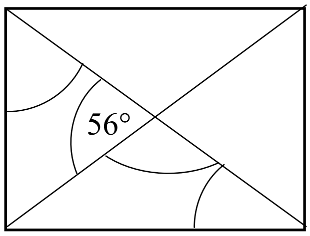
    c) 48° a 34°.

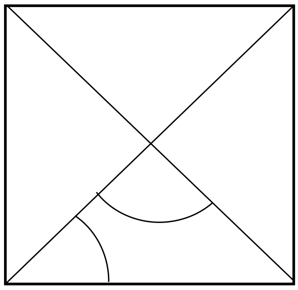
57. Narýsujte (podle věty *sss*) trojúhelník *ABC*, je-li dáno: a = 4 cm, b = 3 cm, c = 5 cm. Jaké má trojúhelník *ABC* vlastnosti?

58. Narýsujte (podle věty *sus*) trojúhelník *ABC*, je-li dáno: b = 5 cm, c = 6,5 cm, α = 35°.

59. Narýsujte trojúhelník *ABC*, je-li dáno: α = 55°, b = 4 cm, t_a = 6 cm.

60. Určete velikost všech úhlů vyznačených obloučky:





61. Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku, který je

    a) rovnostranný,

    b) pravoúhlý rovnoramenný,

    c) pravoúhlý s jedním ostrým úhlem dvakrát větším než druhým.

62. Rozhodněte, zda jsou daná tvrzení pravdivá. Chybná tvrzení opravte:

    a) V ostroúhlém trojúhelníku leží výšky uvnitř trojúhelníku.

    b) V pravoúhlém trojúhelníku leží průsečík výšek vždy ve vrcholu pravého úhlu.

    c) V tupoúhlém trojúhelníku leží výšky uvnitř trojúhelníku.

    d) V ostroúhlém trojúhelníku leží průsečík výšek vždy mimo trojúhelník.

    e) V pravoúhlém trojúhelníku splývají všechny výšky se stranami trojúhelníku.

63. Určete, které útvary mohou vzniknout průnikem:

    a) úsečky a poloroviny,

    b) polopřímky a poloroviny,

    c) přímky a poloroviny.

    Všechny případy uvažujte v jedné rovině. Znázorněte a popište.

64. Určete, které útvary mohou vzniknout průnikem dvou polorovin. Obě poloroviny uvažujte v jedné rovině. Znázorněte a popište.

65. Určete, jaké útvary mohou vzniknout průnikem dvou konvexních úhlů (nikoli úhly plné nebo nulové). Všechny případy znázorněte a popište.

66. Vyšetřete, jaký útvar může být průnikem dvou trojúhelníků. Načrtněte všechny možnosti.

67. Na základě znalostí ze střední školy narýsujte:

    a) rovnostranný trojúhelník,

    b) čtverec,

    c) pravidelný pětiúhelník,

    d) pravidelný šestiúhelník,

    e) pravidelný osmiúhelník,

    f) pravidelný dvanáctiúhelník,

g) pravidelný šestnáctiúhelník.

68. Je známo, že tři různé nekolineární body náleží jisté konvexní množině. Které další body ještě určitě náleží této konvexní množině?

69. Definujte pojem *kruh* a *kružnice*.

70. Do dané kružnice vepište:

    a) rovnostranný trojúhelník,

    b) čtverec,

    c) pravidelný šestiúhelník,

    d) pravidelný osmiúhelník.

71. Je průnikem dvou libovolných kruhů konvexní nebo nekonvexní množina? Vyšetřete jednotlivé typy možností.

72. Je průnikem dvou libovolných kružnic konvexní nebo nekonvexní množina? Vyšetřete jednotlivé typy možností.

3.3 Polohové vlastnosti přímek a rovin

73. Formulujte termín vztahu *incidence* základních geometrických útvarů.

74. Definujte pojem *různoběžné* a *rovnoběžné přímky*.

75. Definujte pojem *pravý úhel*.

76. Definujte pojem *mimoběžné přímky*.

77. Formulujte termín:

    a) přímka je rovnoběžná s rovinou,

    b) přímka je různoběžná s rovinou,

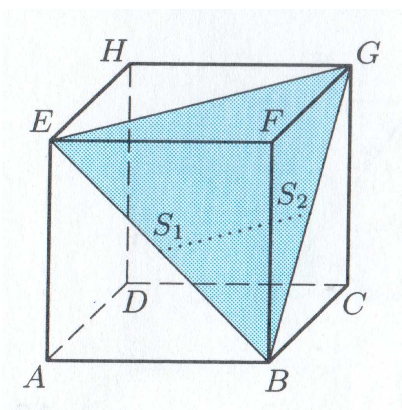
    c) dvě roviny jsou rovnoběžné,

    c) dvě roviny jsou různoběžné.

78. Na obrázku je krychle *ABCDEFGH*. Určete průsečnice rovin:

    a) *ABF* a *EGB*,

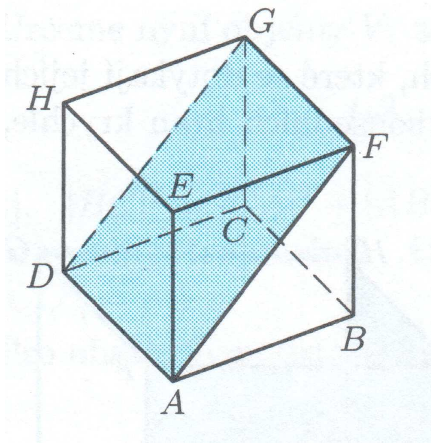
    b) *EFG* a *EGB*.



79. Na obrázku je krychle *ABCDEFGH*. Určete průsečnice rovin:

a) *ABC* a *ADG*,

b) *CDG* a *ADG*.



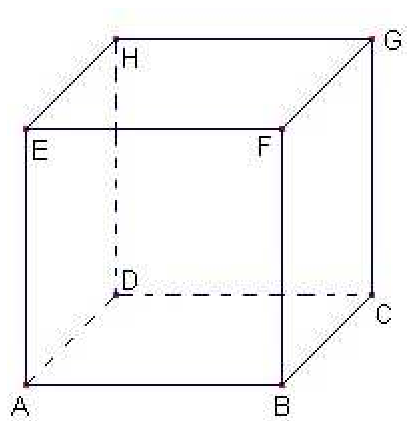
80. Je dána krychle *ABCDEFGH*:

Zapište všechny roviny incidentní se stěnami krychle, které jsou:

a) kolmé k přímce *BC*,

b) obsahují přímku *BC*,

c) rovnoběžné různé s přímkou *BC*.



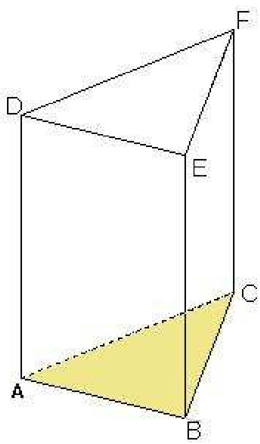
S využitím stěn krychle uveďte příklad dvojice rovnoběžných rovin. Dále uveďte příklad dvojice navzájem kolmých rovin.

81. Je dán trojboký hranol *ABCDEF*. Zapište všechny přímky incidentní s hranami hranolu, které jsou s přímkou *AB*:

a) rovnoběžné

b) různoběžné

c) mimoběžné



S využitím stěn hranolu uveďte příklad dvojice různoběžných rovin a zapište jejich průnik.

82. Zapište pomocí symbolů tyto výroky o útvarech na obrázku:

a) polopřímka *CD* leží v polorovině *pF*,

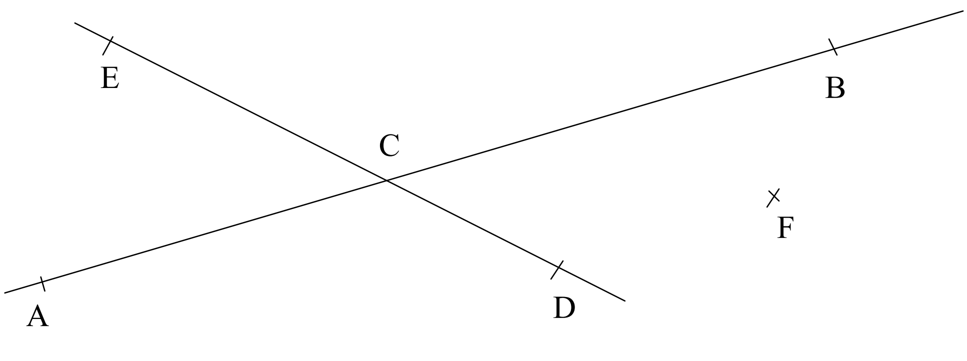
b) polopřímka *EC* neleží v polorovině *ABE*,

c) polorovina *ACD* splývá s polorovinou *BCF*,

d) přímka *q* není průnikem polorovin *ABD*, *ABE*,

e) bod *B* patří průniku poloroviny *qF* a polopřímky *CB*,

f) bod *E* patří polopřímce opačné k polopřímce *CD*.



3.4 Tělesa

83. Definujte následující hranatá tělesa: *čtyřstěn, čtyřboký jehlan, hranol, rovnoběžnostěn*.

84. Definujte následující hranatá tělesa: *válec, kužel, koule*.

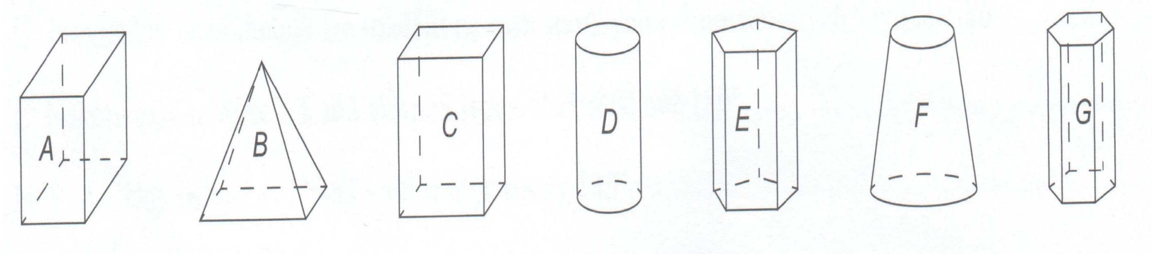
85. Narýsujte ve volném rovnoběžném promítání:

a) krychli o délce hrany 3 cm,
b) kvádr o délkách hran 5 cm, 3 cm a 2 cm.

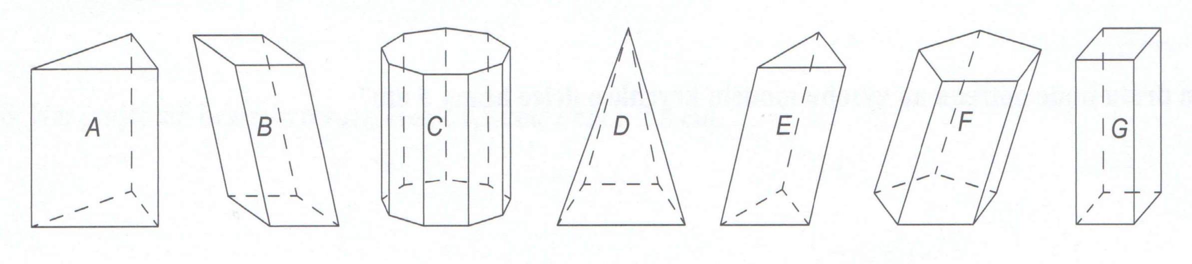
86. Narýsujte síť krychle o délce hrany 4 cm, síť vystřihněte a o správnosti se přesvědčte složením krychle.

87. Napište alespoň čtyři předměty z reálného života, které mají tvar hranolu, a upřesněte, o jaký hranol se jedná.

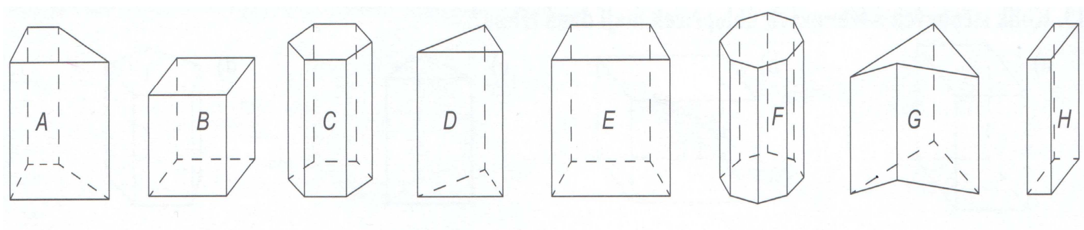
88. Určete název všech těles na obrázcích:



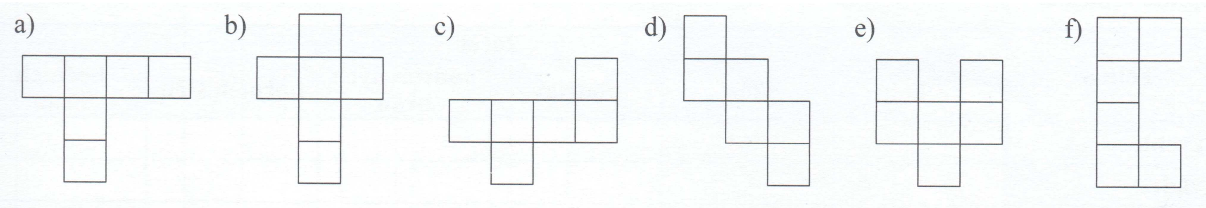
89. Určete všechny kolmé hranoly na obrázcích:



90. Určete pravidelné n-boké hranoly a uveďte jejich název:

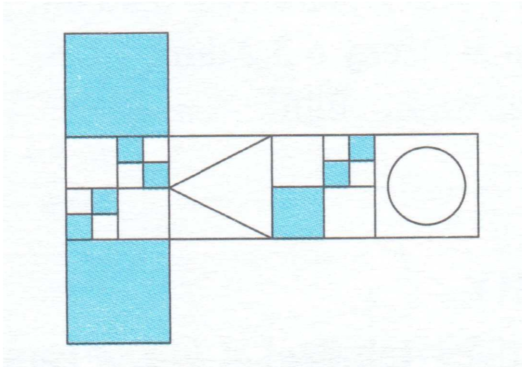


91. Zakroužkujte obrázky, na kterých není síť krychle:

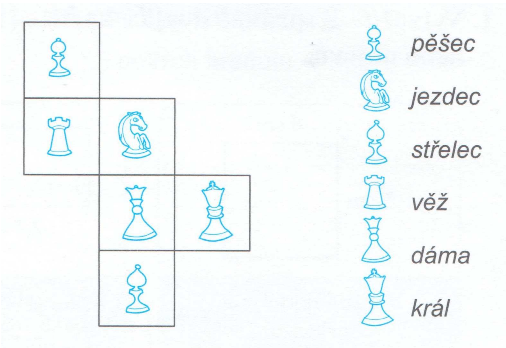


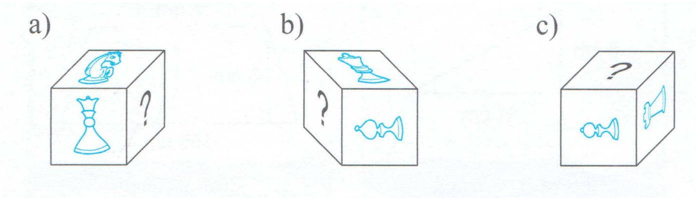
92. Existuje 11 sítí krychle. Dokážete je všechny najít a načrtnout?

93. Na obrázku je síť krychle, kterou vybarvily děti. Kolik procent povrchu krychle je vybarveno?

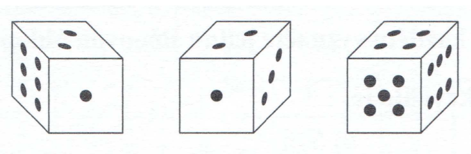


94. Na stěnách krychle jsou nakresleny šachové figurky. Jejich polohu vidíte v zobrazené síti. Určete, které figurky patří na místa otazníků.

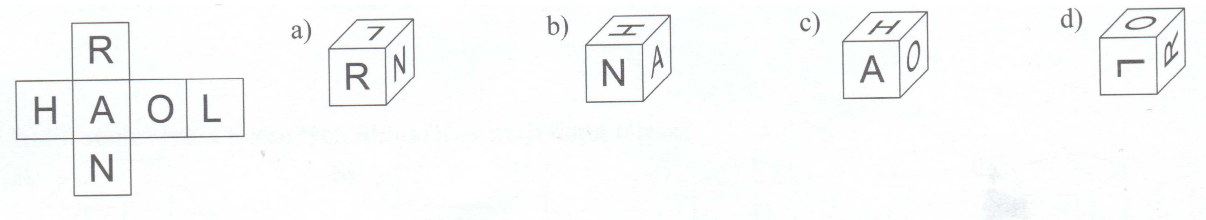




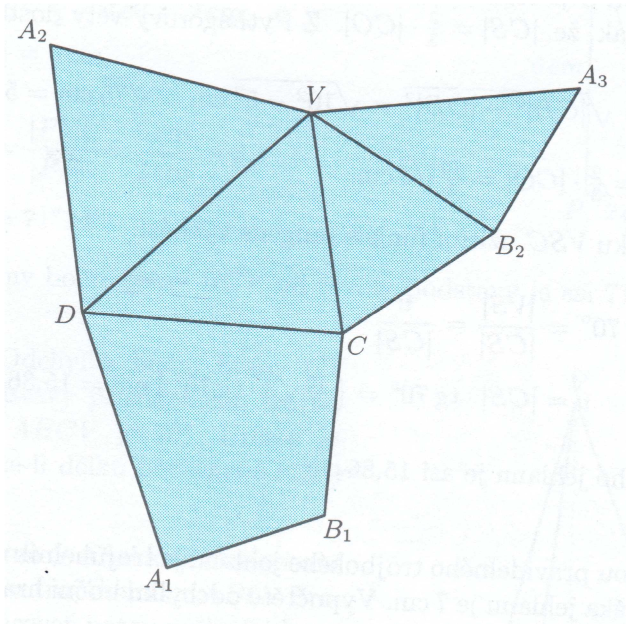
95. Je dána krychle, která má na stěnách tečky. Je zobrazena ve třech různých polohách. Načrtněte její síť.



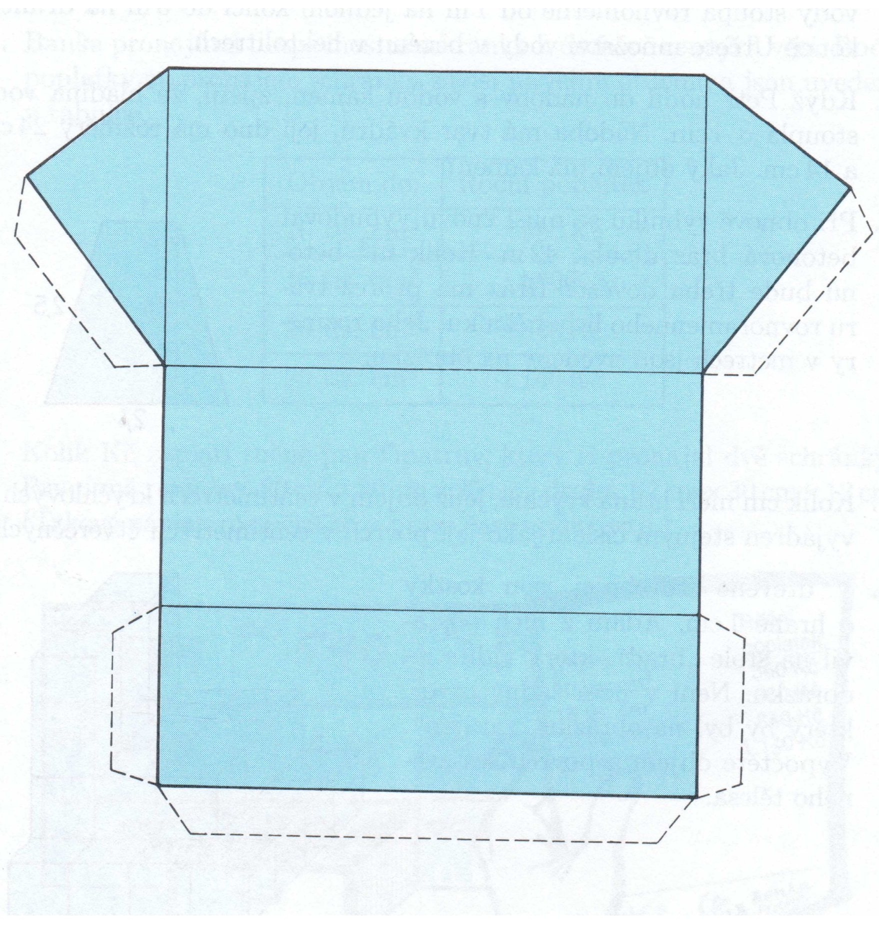
96. Která z kostek odpovídá zobrazení v síti?



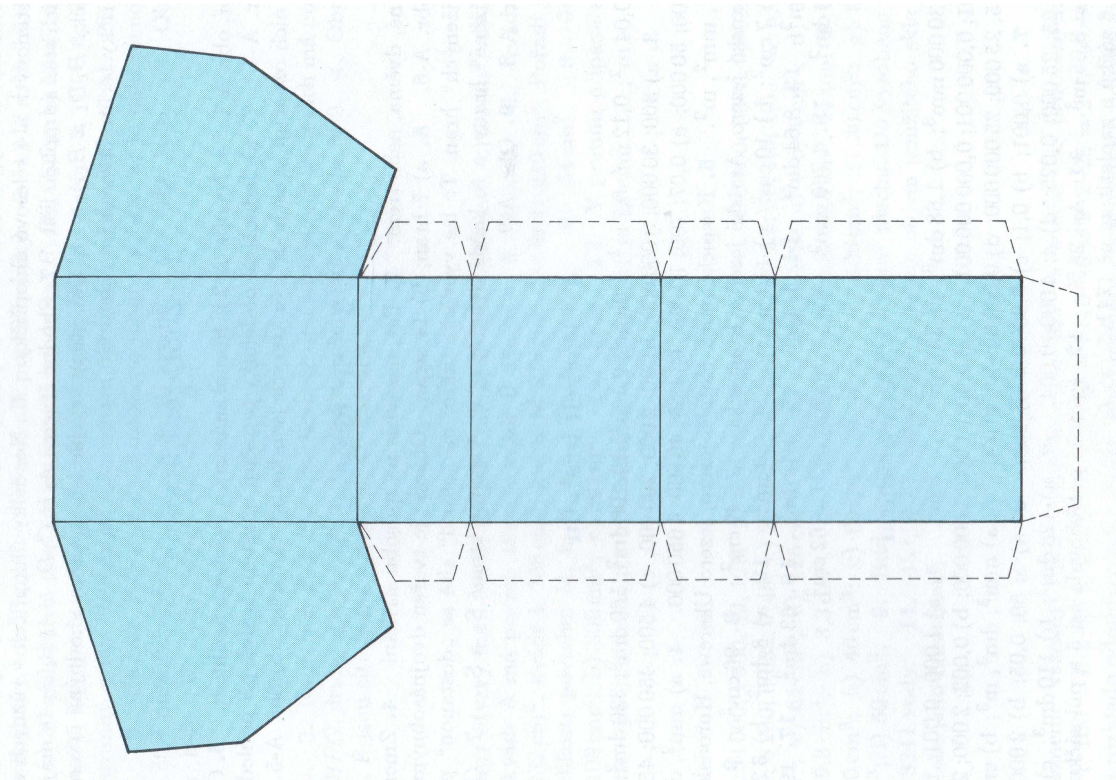
97. Určete název tělesa, jehož síť je na obrázku:



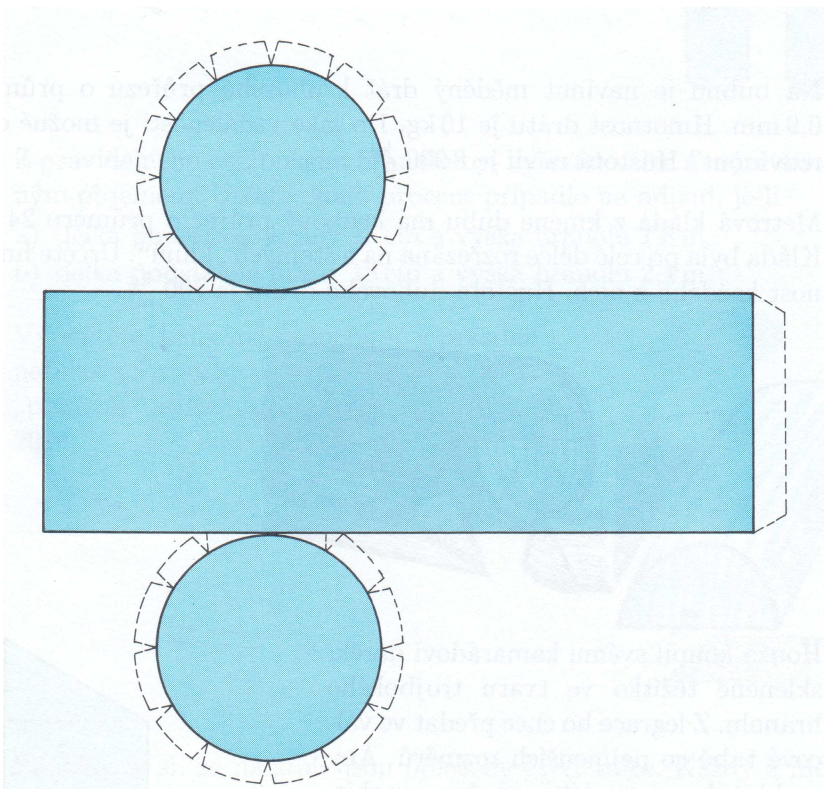
98. Určete název tělesa, jehož síť je na obrázku. O správnosti vašeho výsledku se přesvědčíte tím, že si obrázek překreslíte na papír, vystřihnete a slepíte.



99. Určete název tělesa, jehož síť je na obrázku.O správnosti vašeho výsledku se přesvědčíte tím, že si obrázek překreslíte na papír, vystřihnete a slepíte.



100. Určete název tělesa, jehož síť je na obrázku. O správnosti vašeho výsledku se přesvědčíte tím, že si obrázek překreslíte na papír, vystřihnete a slepíte.



101. **Caesarova šifra:**
Takto je nazývána šifra, kterou používal Julius Caesar. Šifra spočívá v tom, že každé písmeno v textu zprávy je nahrazeno jiným písmenem na základě posunu v abecedě. Pokud byl posun o jedno místo, pak A bylo nahrazeno písmenem B, B pak písmenem C, C písmenem D atd. Caesar používal posun o tři místa doprava. V šifrování se vždy používá abeceda bez diakritiky a bez písmene Ch.
Například, když zašifrujeme slovo VYSKA (tedy výška) posuneme o dvě místa doprava, získáme XAUMC. Abychom získali původní text, musíme postupovat obráceně – každé písmeno tedy nahradíme písmenem, které je v abecedě o dvě místa vlevo.
Pomocí Caesarovy šifry je zakódováno šest geometrických pojmů. Pokuste se je rozšifrovat, v dešifrovaných pojmech si doplňte diakritiku.
WURMXKHOQLN
NUXCQLFH RSVDQD
WHCLVWH
SUXVHFLN
SRORPHU
NROPLFH

4. Shodnost

4.1 Shodnost úseček, grafický součet, grafický rozdíl a násobek úsečky

102. Narýsujte úsečku *AB*. Dále narýsujte osu úsečky *AB* a její střed *S*.

103. Narýsujte osu konvexního úhlu *KVL* s vrcholem v bodě *V*.

104. Narýsujte libovolný ostroúhlý trojúhelník *ABC*. Sestrojte k němu:
a) výšku na stranu *AB*,
b) těžnici na stranu *AC*,
c) těžiště *T*,
d) kružnici vepsanou,
e) střední příčky.

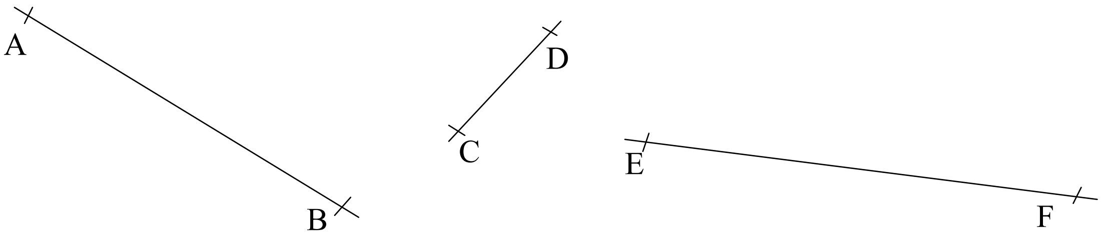
105. Narýsujte libovolný tupoúhlý trojúhelník *KLM* s tupým úhlem u vrcholu *L*. Sestrojte k němu:
a) výšku na stranu *LM*,
b) těžnici na stranu *LM*,
c) těžiště *T*,
d) kružnici opsanou.

106. Definujte pojem *geometrického zobrazení v rovině*.

107. Definujte pojem *shodného zobrazení v rovině*.

108. Definujte pojem *samodružného bodu* shodného zobrazení v rovině.

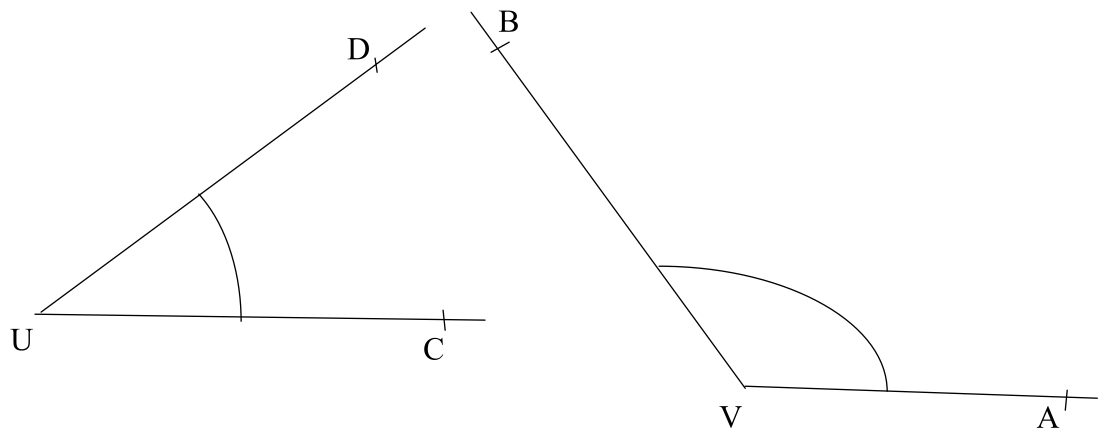
109. Porovnejte graficky úsečky *AB*, *CD* a *CD*, *EF* na obrázku níže.



110. Proveďte grafický součet a rozdíl úseček *AB, CD* a *EF, CD* na obrázku výše.

111. Pomocí grafického součtu určete dvojnásobek úsečky *AB* a trojnásobek úsečky *CD,* viz obrázek výše.

112. Porovnejte graficky úhly *AVB* a *CUD* na obrázku níže.



113. Proveďte grafický součet a rozdíl úhlů *AVB* a *CUD* na obrázku výše.

114. Pomocí grafického součtu určete dvojnásobek úhlu *AVB* na obrázku výše.

4.2 Shodná zobrazení v rovině

115. Definujte zobrazení *osovou souměrnost* v rovině.

116. Rozhodněte, zda má osová souměrnost v rovině nějaké samodružné body.

117. Je dán čtverec *ABCD* a přímka *o*. Sestrojte obraz čtverce *A´B´C´D´* v osové souměrnosti určené přímkou *o*. Rozlišujte přitom následující případy:

a) přímka *o* nemá se čtvercem *ABCD* žádný společný bod,

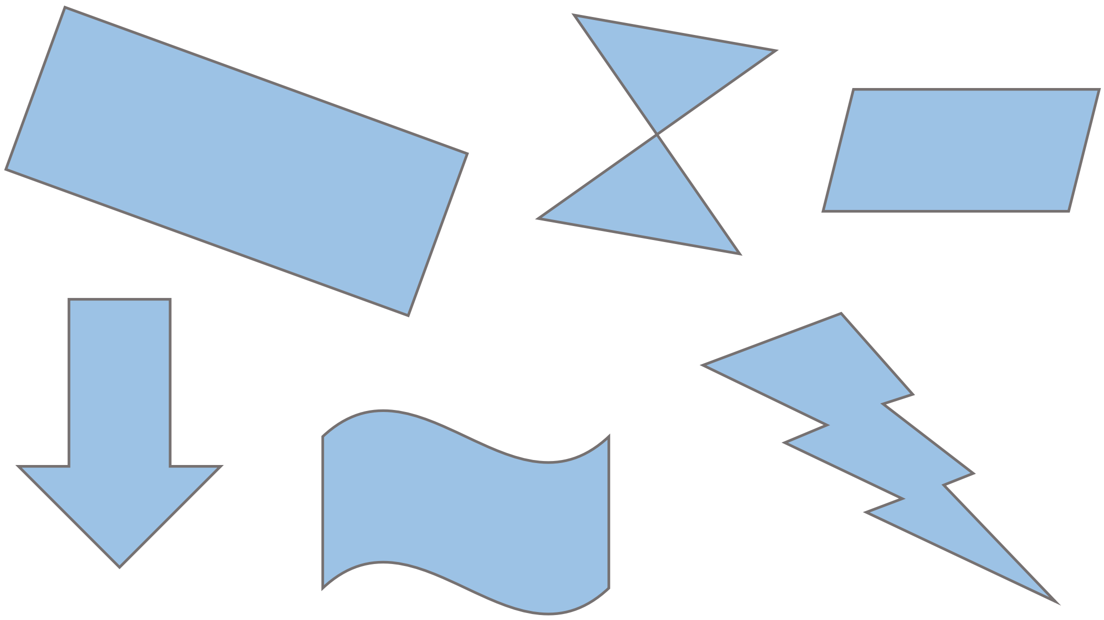
b) přímka *o* má se čtvercem *ABCD* právě jeden společný bod,

c) přímka *o* má se čtvercem *ABCD* právě dva společné body,

d) přímka *o* prochází současně vrcholy *B, C.*

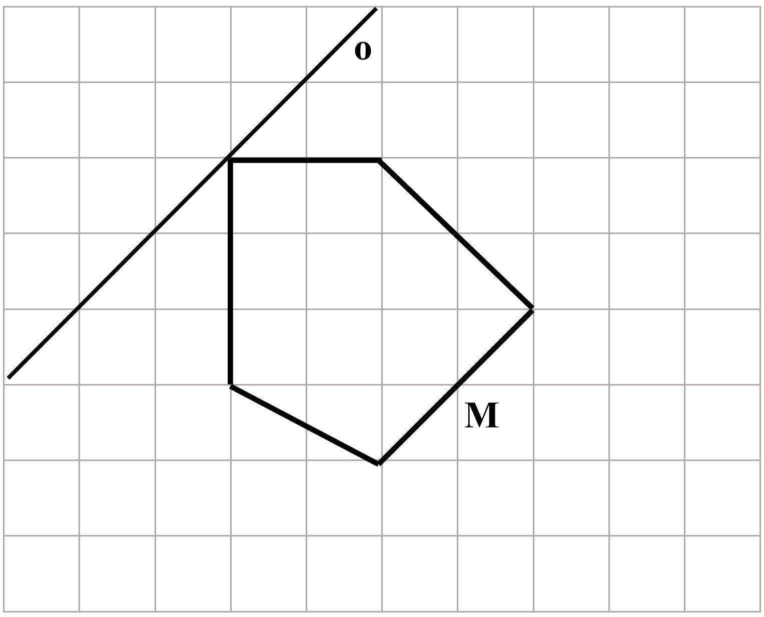
118. Která z velkých tiskacích písmen abecedy A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z lze zakreslit tak, že jsou osově souměrná?

119. Které z útvarů na obrázku níže jsou osově souměrné?

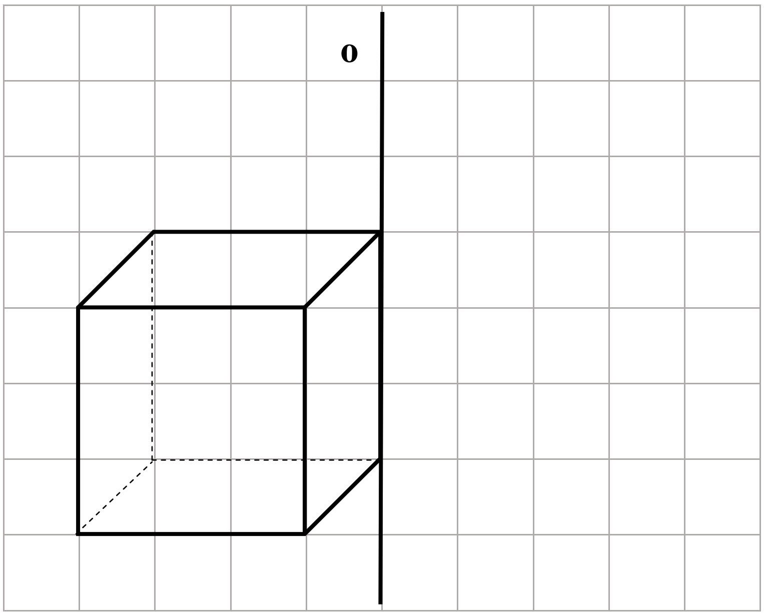


120. U osově souměrných útvarů z předchozího příkladu určete všechny jejich osy souměrnosti.

121. Překreslete n-úhelník *M* a osu *o* na čtverečkovaný papír podle obrázku níže. Načrtněte obraz *M´* útvaru *M* v osové souměrnosti s osou *o*.



122. V osové souměrnosti s osou *o* sestrojte obraz krychle:



123. Vyšetřete zobrazení, které vznikne složením dvou osových souměrností v rovině, daných osami o_1, o_2, je-li dáno:
   a) osy o_1 a o_2 jsou rovnoběžné různé,
   b) osy o_1 a o_2 jsou různoběžné,
   c) osy o_1 a o_2 jsou shodné,
   d) osy o_1 a o_2 jsou kolmé.

124. Je dán čtverec *ABCD*. Určete jeho obraz v zobrazení $Z = O_1 \circ O_2$, kde
   a) O_1 je osová souměrnost s osou $\leftrightarrow AB$, O_2 je osová souměrnost s osou $\leftrightarrow AC$.
   b) O_1 je osová souměrnost s osou $\leftrightarrow AD$, O_2 je osová souměrnost s osou $\leftrightarrow BC$.

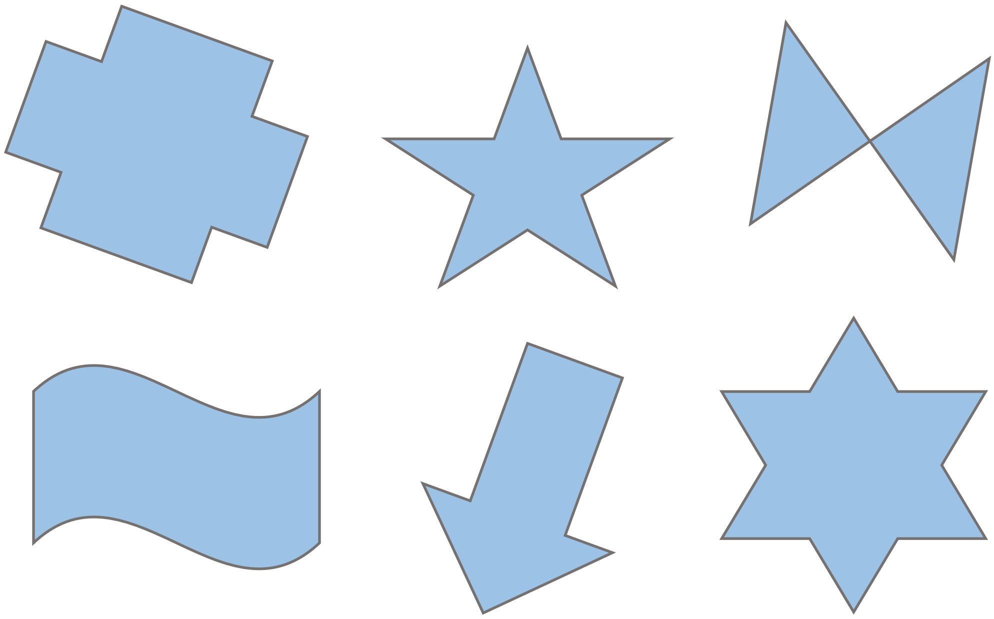
125. Definujte zobrazení *středovou souměrnost* v rovině.

126. Rozhodněte, zda má středová souměrnost v rovině nějaké samodružné body.

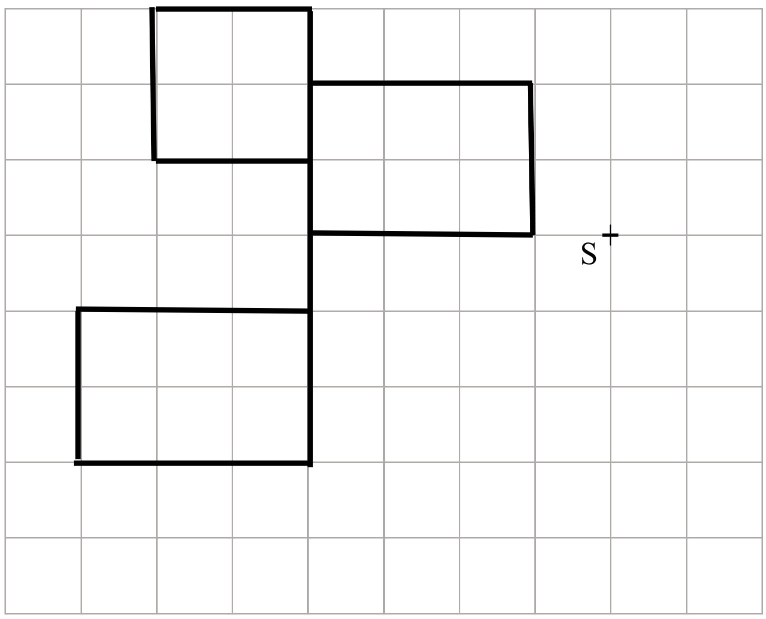
127. Je dán rovnostranný trojúhelník *ABC*. S_1, S_2, S_3 jsou po řadě středy jeho stran *AB, BC, AC*. Určete obraz trojúhelníka *ABC* v zobrazení $Z = \mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \mathcal{S}_3$, kde $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \mathcal{S}_3$ jsou středové souměrnosti se středy po řadě v bodech S_1, S_2, S_3.

128. Je dán čtverec *ABCD* a bod *S*. Sestrojte obraz čtverce $A'B'C'D'$ ve středové souměrnosti určené středem *S*. Rozlišujte přitom následující případy:
   a) $A = S$,
   b) bod *S* je středem strany *AB*,
   c) bod *S* je průsečíkem úhlopříček čtverce *ABCD*.

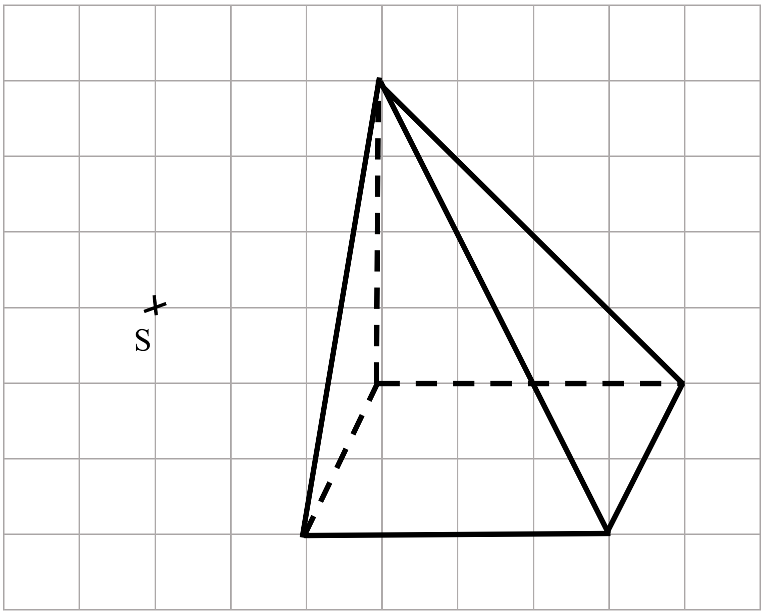
129. Které z útvarů na obrázku níže jsou středově souměrné?



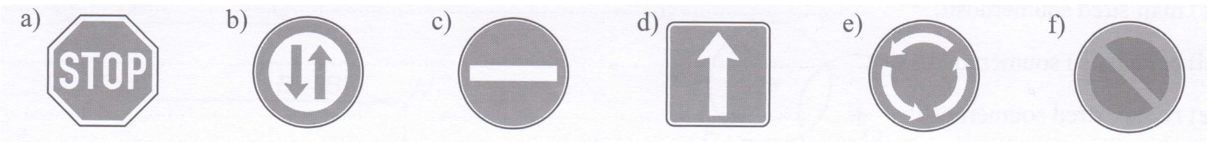
130. Ve čtvercové síti sestrojte obraz daného útvaru ve středové souměrnosti podle středu *S*.



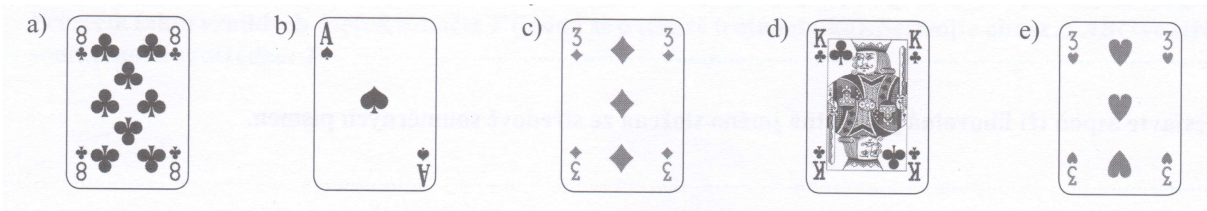
131. Ve čtvercové síti sestrojte obraz jehlanu ve středové souměrnosti se středem *S*.



132. Které z dopravních značek na obrázku je středově souměrných?



133. Rozhodněte, které karty na obrázku jsou osově nebo středově souměrné.



134. Nalezněte možné osy souměrnosti na fotografii budovy z období klasicismu (Malý Trianon ve Versailles).

135. Uvažujte v rovině tyto geometrické útvary: kružnice, rovnostranný trojúhelník, dvojice rovnoběžek, přímka, obdélník, čtverec, pravidelný šestiúhelník.

a) Které z těchto útvarů jsou souměrné alespoň podle tří přímek?

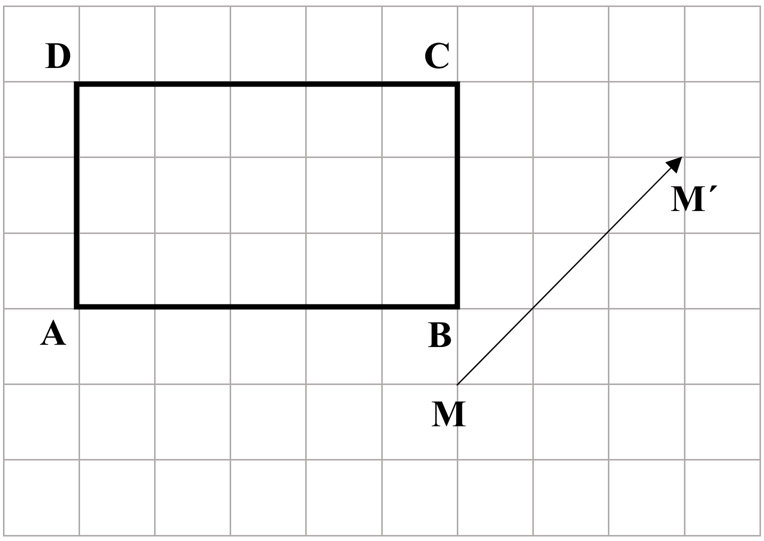
b) Které z těchto útvarů jsou souměrné alespoň podle jednoho bodu?

136. Definujte zobrazení *posunutí* v rovině.

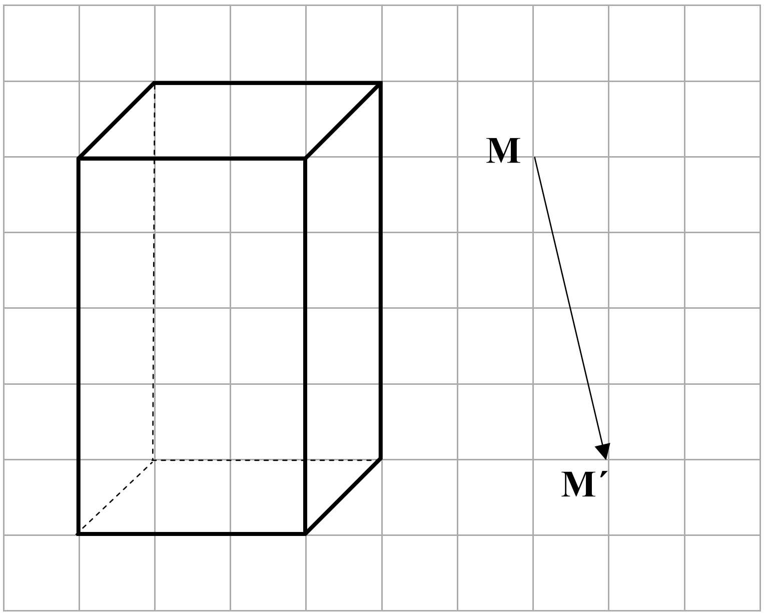
137. Rozhodněte, zda má posunutí v rovině nějaké samodružné body.

138. Definujte *shodnost uspořádaných dvojic [A,B] a [C,D]* v rovině.

139. Ve čtvercové síti sestrojte obraz obdélníku *ABCD* v posunutí určeném orientovanou úsečkou *[M, M´].*



140. Ve čtvercové síti sestrojte obraz hranolu v posunutí určeném orientovanou úsečkou *[M, M´].*



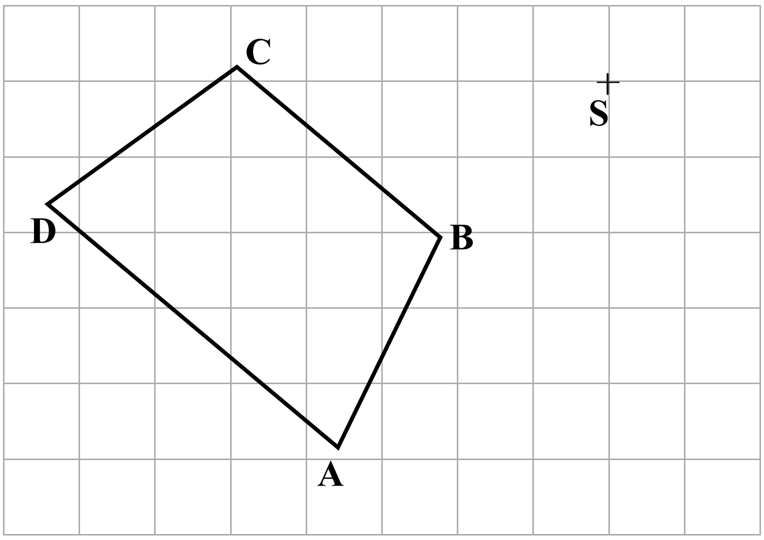
141. Definujte pojem orientovaný úhel *AVB*.

142. Definujte zobrazení *otáčení* v rovině.

143. Rozhodněte, zda má otáčení v rovině nějaké samodružné body.

144. Sestrojte trojúhelník *ABC* a pak jej otočte o 65° kolem středu otáčení *S*, kde:
   a) *S* je střed strany *AB*,
   b) *S* = *B*.

145. Ve čtvercové síti sestrojte obraz lichoběžníka *ABCD* v otáčení kolem středu *S* o 30°.



146. Definujte zobrazení *identita* v rovině.

147. Rozhodněte, zda má identita v rovině nějaké samodružné body.

148. Jsou dány dva různé body *P, P´* v rovině. Určete alespoň jedno shodné zobrazení, ve kterém je obrazem bodu *P* bod *P´*.

149. V rovině je dáno zobrazení, které má dva různé samodružné body. Má toto zobrazení ještě další samodružné body?

150. V rovině jsou dány dvě shodné kružnice $k_1(S_1, r)$, $k_2(S_2, r)$, které se protínají v bodech X, Y. Určete alespoň jedno shodné zobrazení, ve kterém je obrazem kružnice k_1 kružnice k_2.

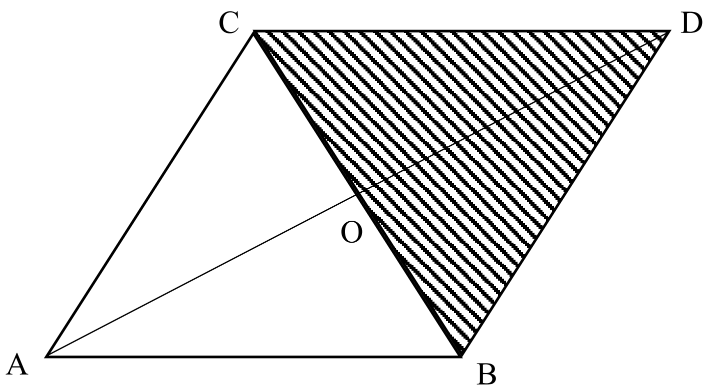
151. Určete shodné zobrazení v rovině, v němž je obrazem rovnostranného trojúhelníka *ABC* šrafovaný trojúhelník, viz obrázek níže (bod *O* je střed úsečky *BC* i *AD)*. Vrcholy daného trojúhelníka *ABC* se zobrazí takto:

   a) $A \to D,\ B \to B,\ C \to C$,

   b) $A \to D,\ B \to C,\ C \to B$,

   c) $A \to C,\ B \to B,\ C \to D$,

   d) $A \to B,\ B \to B,\ C \to C$.



152. Ukažte, že složením dvou osových souměrností s kolmými osami vznikne středová souměrnost se středem v průsečíku těchto os.

153. Jsou dány dva shodné různostranné trojúhelníky *ABC* a *KLM*. Určete takové osové souměrnosti, aby v zobrazení vzniklém jejich složením byl obrazem trojúhelníka *ABC* trojúhelník *KLM*.

154. Jsou dány tři navzájem různé přímky *a, b, c*. Na přímce a sestrojte bod *A* tak, aby bod *B* k němu souměrný podle přímky *c* ležel na přímce *b*.

155. Určete všechny shodnosti, které reprodukují:

   a) rovnostranný trojúhelník,

   b) pravidelný pětiúhelník,

   c) pravidelný šestiúhelník.

156. Uveďte příklady geometrických útvarů, které jsou samodružné

   a) alespoň v jednom otočení,

   b) alespoň v jednom posunutí.

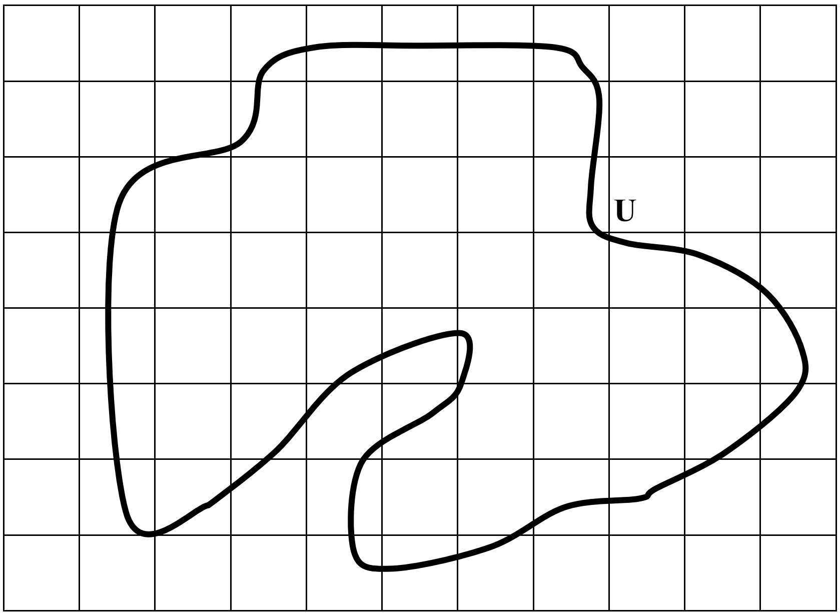
5. Měření geometrických útvarů

5.1 Délka úsečky

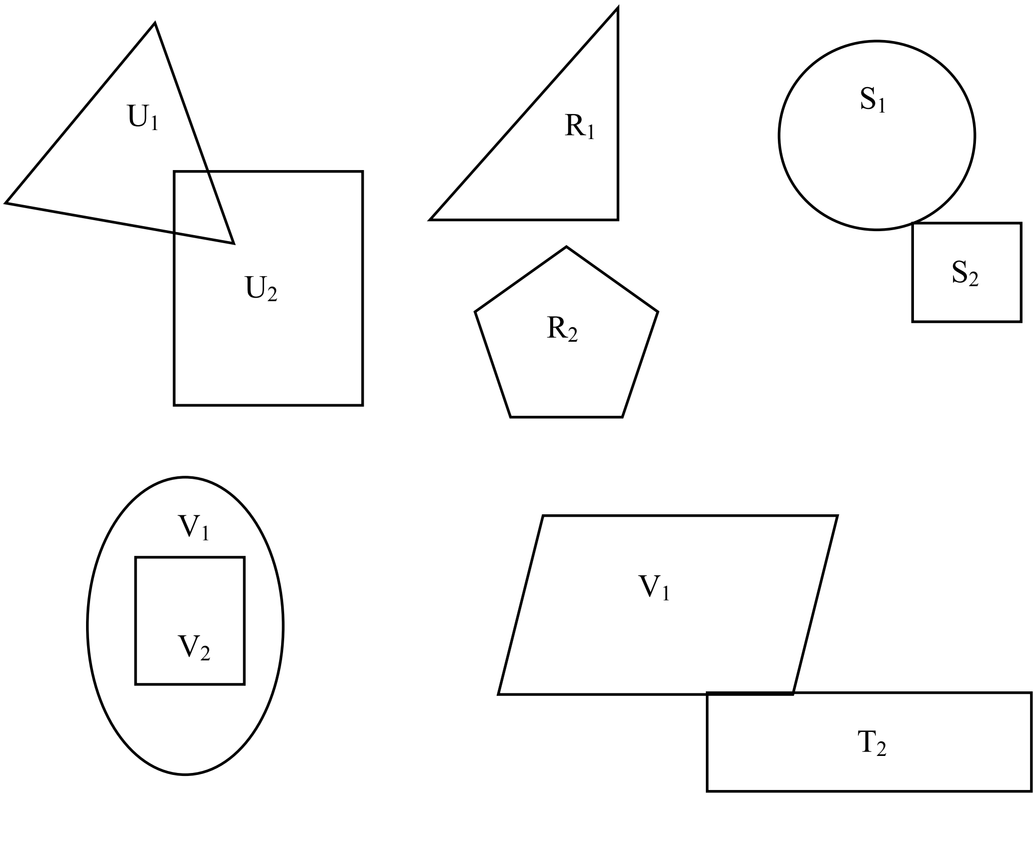
157. Formulujte termín *velikost úsečky*.
158. Formulujte termín *míra úsečky.*
159. Je dána úsečka AB, jejíž velikost je rovna jedné. Sestrojte úsečky AC, AD, AE, AF tak, aby d(AC) = $\sqrt{2}$, d(AD) = $\sqrt{3}$, d(AE) = $\sqrt{4}$, d(AF) = $\sqrt{5}$.
160. Sestrojte geometrický útvar, jehož každé dva body mají vzdálenost d = 5 cm. Úlohu řešte zvlášť v přímce, rovině a v prostoru.
161. Z úlohy 54 určete délku výšky v_c trojúhelníka *ABC*.
162. Z úlohy 54 určete obvod trojúhelníka *ABC*.

5.2 Obsah rovinného útvaru. Čtvercová síť

163. Definujte pojem *okolí bodu A*.
164. Definujte pojem *vnitřní bod útvaru U*.
165. Definujte pojem *vnější bod útvaru U.*
166. Definujte pojem *hraniční bod útvaru U*.
167. Co je to *Jordanova teorie míry*?
168. Definujte pojem *omezený rovinný útvar U*.
169. Uveďte příklad:
    a) omezeného rovinného útvaru U,
    b) neomezeného rovinného útvaru U.
170. Definujte pojem „*dva rovinné útvary U_1 a U_2 se nepřekrývají*".
171. Uveďte příklad:
    a) dvou rovinných útvarů, které se nepřekrývají,
    b) dvou rovinných útvarů, které se překrývají.
172. Formulujte termín *měřitelný útvar* v rovině.
173. Určete několik geometrických útvarů v rovině, které jsou měřitelné, popřípadě nejsou měřitelné.
174. Definujte pojem *jádro J rovinného útvaru U*.
175. Definujte pojem *obal O rovinného útvaru U*.
176. Určete jádro a obal rovinného útvaru *U* ve čtvercové síti:

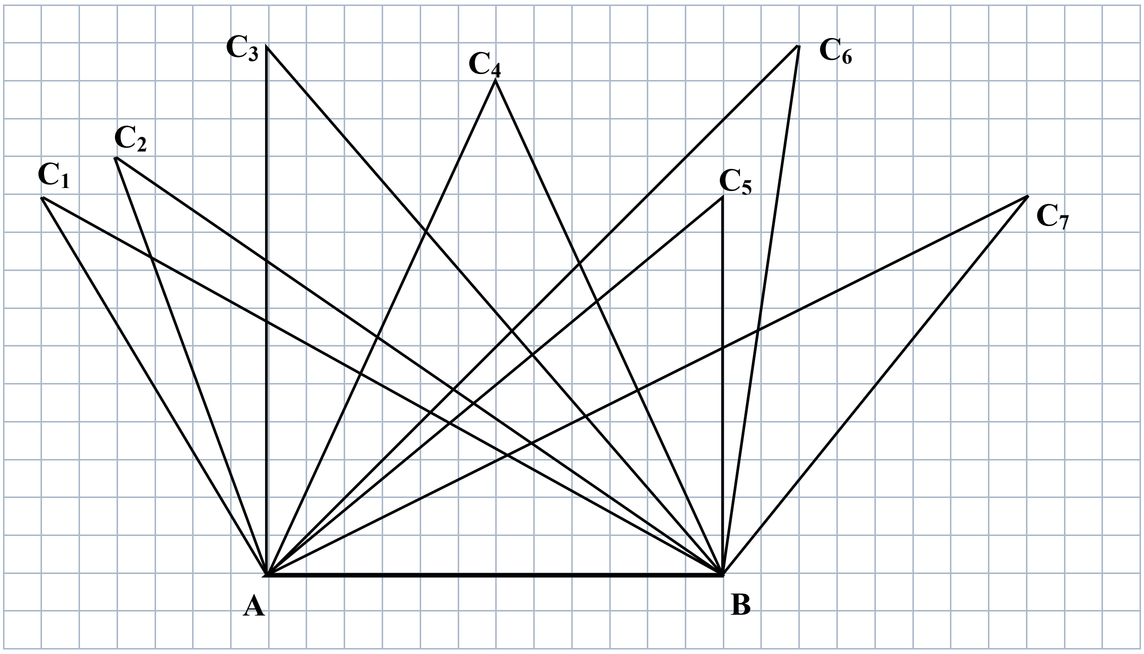


177. Určete velikost jádra a velikost obalu rovinného útvaru *U* z minulého příkladu.
178. Rozhodněte, které z dvojic rovinných útvarů na obrázku se překrývají, popřípadě nepřekrývají.

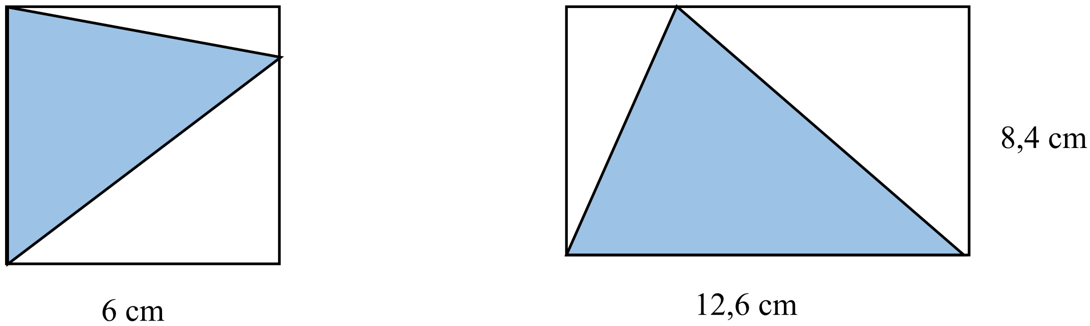


179. Co je hranicí kruhu vzhledem k rovině, ve které leží? Co je obvod kruhu? Připomeňte si vzorec pro výpočet obvodu kruhu.

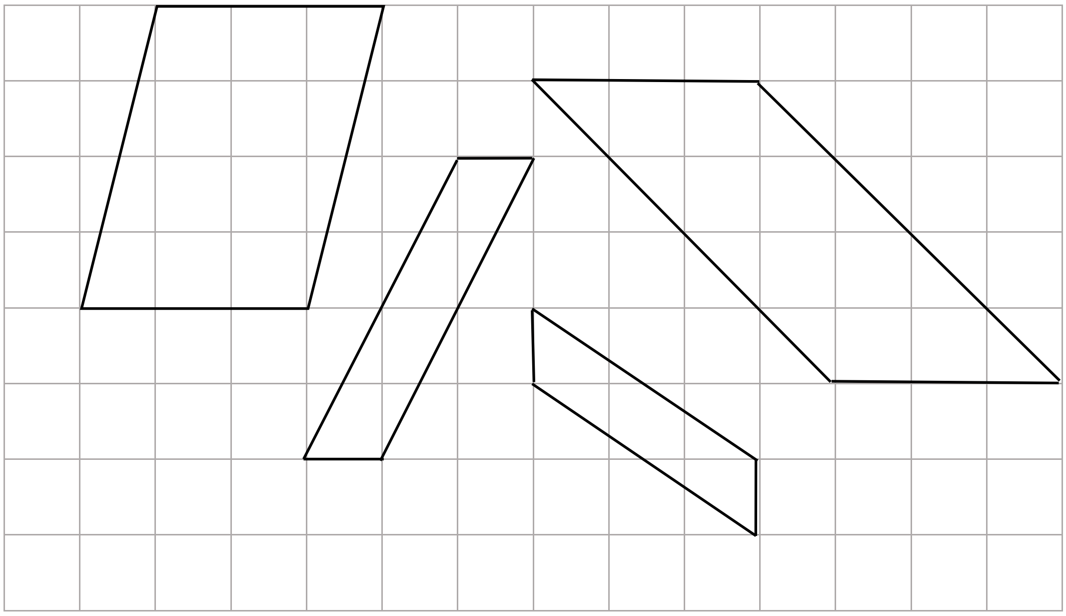
180. Co je hranicí čtverce, resp. obdélníka, resp. trojúhelníka vzhledem k rovině, ve které tyto útvary leží? Co je obvod čtverce, resp. obdélníka, resp. trojúhelníka a jak se spočítají?
181. Je dán čtverec *ABCD* o délce strany $a = 6$ cm. Určete alespoň tři různé obdélníky, které mají stejný obsah jako čtverec *ABCD*.
182. Narýsujte dva útvary, které nejsou shodné, ale mají stejný obsah (tzv. rovnoploché).
183. Odhadněte obsah čtvrtkruhu pomocí tří různých čtvercových sítí.
184. Narýsujte na milimetrový papír libovolný rovinný geometrický útvar a odhadněte jeho obsah v sítích s rozměry čtverců 2 cm; 1 cm; 0,5 cm; 0,1 cm.
185. Odvoďte vzorec pro výpočet rovnostranného trojúhelníka a pravidelného šestiúhelníka.
186. Složte čtyři shodné pravoúhlé trojúhelníky s přeponou *c* a odvěsnami *a, b* tak, aby jejich přepony tvořily strany čtverce, jehož jsou součástí a přitom se navzájem nepřekrývaly. Z obrazce, který dostanete, odvoďte vztah mezi velikostí přepony *c* a velikostmi *a, b* odvěsen uvažovaných shodných trojúhelníků.
187. Z úlohy 54 určete obsah každého z trojúhelníků *ABC*.
188. Rozhodněte, které z trojúhelníků ABC_1 až ABC_7 jsou navzájem rovnoploché.



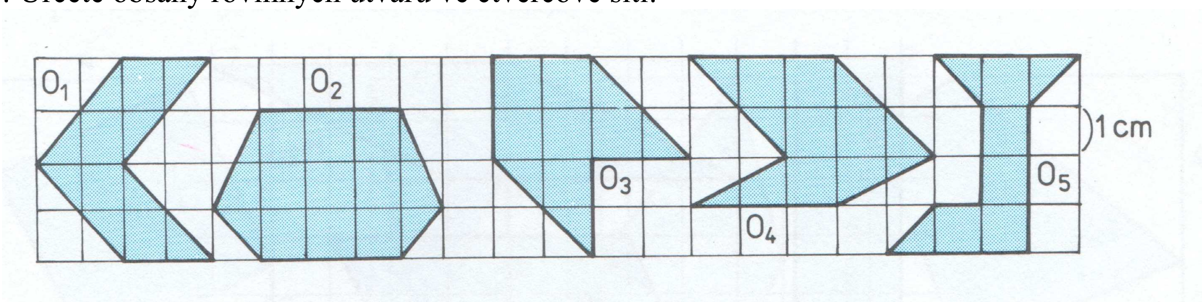
189. Zapište, kolik procent plochy zaujímá trojúhelník v dané podložce tvaru:
a) čtverce, b) obdélníka.



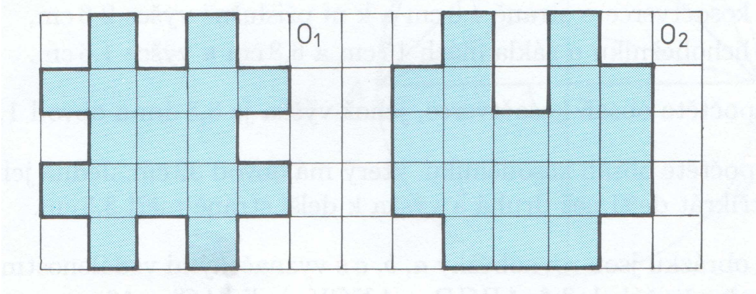
190. Určete obsahy rovnoběžníků ve čtvercové síti:



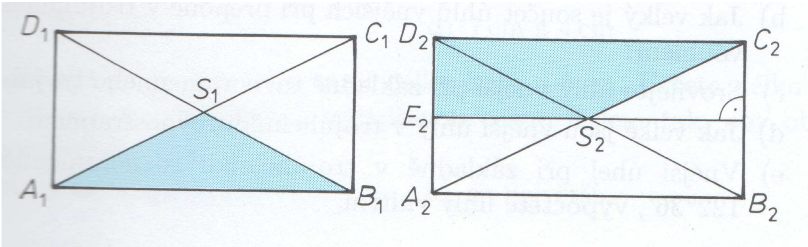
191. Určete obsahy rovinných útvarů ve čtvercové síti:



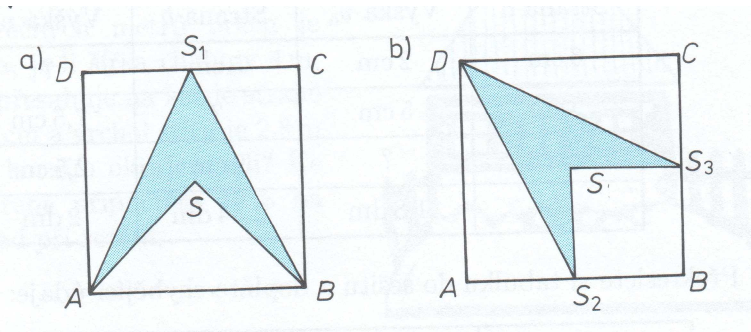
192. Na obrázku jsou rovinné útvary O_1, O_2. Který z nich má větší obvod a který obsah?



193. Na obrázku jsou shodné obdélníky. Každý z nich má obvod 24 cm a jednu stranu dvakrát delší než druhou. Vypočtěte obsahy vybarveného lichoběžníku a trojúhelníku.



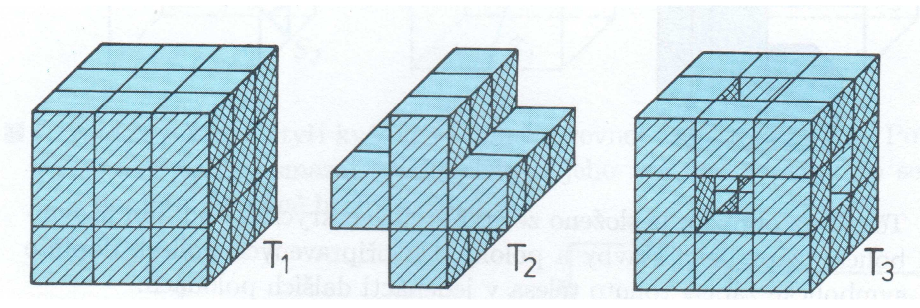
194. Vyjádřete zlomkem, jakou část obsahu čtverce *ABCD* tvoří obsahy vybarvených obrazců. Bod *S* je střed čtverce, body S_1, S_2, S_3 jsou středy stran.



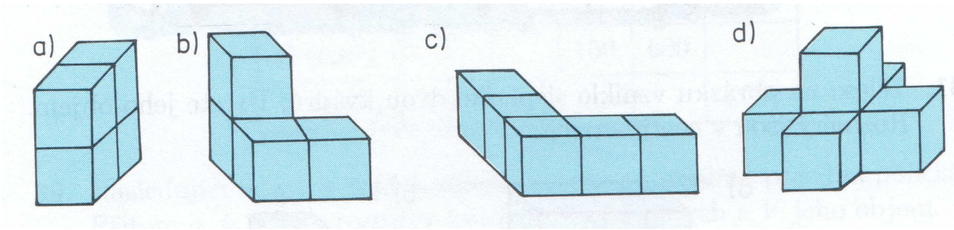
195. Určete, kolik čtvercových dlaždiček o straně 5 cm je třeba k vydláždění dna a stěn zahradního bazénu tvaru kvádru. Hloubka bazénu je 1,5 m, šířka 2,5 m a délka 5 m. Spáry mezi dlaždičkami zanedbejte.

5.3 Objem tělesa. Stavby z krychlí

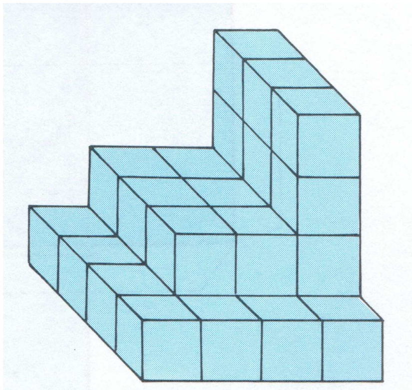
196. Definujte pojem *jádro J prostorového útvaru U.*
197. Definujte pojem *obal O prostorového útvaru U.*
198. Tělesa T_2 a T_3 vznikla z krychle T_1 složené z 27 stejných kostek (délka hrany jedné kostky je 1 cm) tak, že jsme několik kostek odebrali. Na obrázku je vidíte zepředu, při pohledu zezadu vypadají stejně. Určete:
a) jaký mají tělesa T_2 a T_3 objem,
b) jaký mají tělesa T_2 a T_3 povrch.



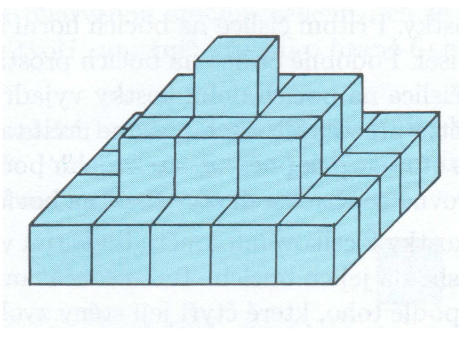
199. Určete povrchy těles, která vznikla slepením z krychlí o hraně 1 cm.



200. V dřevěné krabici jsou kostky o hraně 1 cm. Adam z těchto kostek postavil hrad, který vidíte na obrázku. Není v něm žádný otvor. Vypočtete objem a povrch sestaveného tělesa.



201. Na obrázku je nakreslena tříposchoďová pyramida složená ze stejných kostek o hraně 1 cm.
   a) Jaký má toto těleso objem?
   b) Jaký má toto těleso povrch?
   c) Kolik poschodí bude mít podobná pyramida složená ze 455 stejných kostek?



Použitá literatura:

1. FRANCOVÁ, M., MATOUŠKOVÁ, K., VAŇUROVÁ, M.: *Texty k základům elementární geometrie pro studium učitelství pro 1. st. ZŠ*. 2. opr. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 1994.
2. POTŮČKOVÁ, J.: *Matematika pro 2. ročník základní školy*. Brno: Studio 1+1, 1999.
3. KOLEKTIV: *Matematika pro 2. ročník.* Praha: Alter, 2001
4. HERMAN, J., CHRÁPAVÁ, V., JANKOVIČOVÁ, E., ŠIMŠA, J.: *Matematika. Jehlany a kužely.* 1. vyd. Praha: Prometheus, 2010.
5. HERMAN, J., CHRÁPAVÁ, V., JANKOVIČOVÁ, E., ŠIMŠA, J.: *Matematika. Hranoly.* 2. vyd. Praha: Prometheus, 2012.
6. HERMAN, J., CHRÁPAVÁ, V., JANKOVIČOVÁ, E., ŠIMŠA, J.: *Matematika. Kruhy a válce.* 1. vyd. Praha: Prometheus, 2015.
7. HERMAN, J., CHRÁPAVÁ, V., JANKOVIČOVÁ, E., ŠIMŠA, J.: *Matematika. Osová a středová souměrnost.* 2. vyd. Praha: Prometheus, 2014.
8. JEDLIČKOVÁ, M., KRUPKA, P., NECHVÁTALOVÁ, J.: *Pracovní sešit. Matematika. Hranoly a válce*. Brno: Nová škola, 2016.
9. JEDLIČKOVÁ, M., KRUPKA, P., NECHVÁTALOVÁ, J.: *Pracovní sešit. Matematika. Rovinné útvary.* Brno: Nová škola, 2015.
10. JEDLIČKOVÁ, M., KRUPKA, P., NECHVÁTALOVÁ, J.: *Pracovní sešit. Matematika. Shodnost geometrických útvarů, souměrnosti*. Brno: Nová škola, 2014.
11. KOUŘIM, J., HEJL, J., KUČEROVÁ, J., KUŘINA, F., ŠEDIVÝ, O.: *Základy elementární geometrie pro učitelství 1. stupně ZŠ.* 1. vyd. Praha: SPN, 1985.
12. FRANCOVÁ, M., MATOUŠKOVÁ, K., VAŇUROVÁ, M.: *Sbírka úloh z elementární geometrie.* 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 1992.

$\doteq$