

5. INTEGRÁLNÍ POČET	58
5.1. Integrace rozkladem	58
Úlohy k samostatnému řešení.....	58
5.2. Jednoduché substituce	59
Úlohy k samostatnému řešení.....	59
5.3. Per partes	59
Úlohy k samostatnému řešení.....	59
5.4. Integrace racionální lomené funkce.....	60
Úlohy k samostatnému řešení.....	60
5.5. Iracionální funkce	61
Úlohy k samostatnému řešení.....	61
5.6. Goniometrické funkce.....	61
Úlohy k samostatnému řešení.....	61
Výsledky úloh k samostatnému řešení	63

5. INTEGRÁLNÍ POČET**5.1. Integrace rozkladem****Úlohy k samostatnému řešení**

1. Vypočítejte integrál:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \int \left(6x^2 - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^5} \right) dx, & \text{b) } \int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} \right) dx, & \text{c) } \int \frac{x^2 - 2\sqrt{x} + 2}{x} dx, \\
 \text{d) } \int \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2} dx, & \text{e) } \int \frac{x^2 - 9}{x + 3} dx, & \text{f) } \int \frac{(\sqrt{x} + 3)^2}{x\sqrt{x}} dx, \\
 \text{g) } \int \frac{\sqrt[3]{x^2} + 3x + 1}{\sqrt[3]{x}} dx, & \text{h) } \int \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx, & \text{i) } \int \frac{(x - 2\sqrt{x})^2}{\sqrt[3]{x}} dx, \\
 \text{j) } \int \frac{e^{2x} - 4}{e^x + 2} dx, & \text{k) } \int \frac{x^2 e^x - 3x}{2x^2} dx, & \text{l) } \int \frac{e^{2x} - e^x \sqrt{x}}{e^x} dx.
 \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

2. Vypočítejte integrál:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \int \frac{1}{x + 2} dx, & \text{b) } \int \frac{1}{2x + 3} dx, & \text{c) } \int \frac{x}{x + 1} dx, \\
 \text{d) } \int \frac{x^2}{x - 2} dx, & \text{e) } \int \frac{5 - x}{x + 5} dx, & \text{f) } \int \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} dx, \\
 \text{g) } \int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx, & \text{h) } \int \frac{2x + 2}{3 - 2x} dx, & \text{i) } \int \frac{x^2 + 4x + 8}{x + 2} dx, \\
 \text{j) } \int \frac{x + 1}{x^2 + 1} dx, & \text{k) } \int \frac{x^2 + 4x + 8}{x^2 + 4} dx, & \text{l) } \int \frac{(x + 1)^2}{x^2 + 1} dx.
 \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

3. Vypočítejte integrál:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \int (\sin x - \cos x) dx, & \text{b) } \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx, & \text{c) } \int \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x} dx, \\
 \text{d) } \int 2 \cos^2 \frac{x}{2} dx, & \text{e) } \int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx, & \text{f) } \int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx, \\
 \text{g) } \int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx, & \text{h) } \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx, & \text{i) } \int \frac{1}{1 + \cos 2x} dx.
 \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

4. Vypočítejte integrál:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \int \frac{\sin x}{\cos x} dx, & \text{b) } \int \frac{e^x}{e^x + 3} dx, & \text{c) } \int \frac{1}{x(\ln x + 1)} dx,
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{d) } \int \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x - 2} dx, & \text{e) } \int \frac{1}{(1+x^2)\arctg x} dx, & \text{f) } \int \frac{\sin 2x}{\cos^2 x + 4} dx, \\ \text{g) } \int \frac{\sin 2x}{\sin^2 x} dx, & \text{h) } \int \frac{e^{2x} + x}{e^{2x} + x^2 + 2} dx, & \text{i) } \int \frac{x^2 + 2x + 2}{x^3 + 3x^2 + 6x + 5} dx. \end{array}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

5.2. Jednoduché substituce



Úlohy k samostatnému řešení



5. Vypočítejte integrál:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int 2e^{2x} dx, & \text{b) } \int \cos(4x+3) dx, & \text{c) } \int \sin 3x dx, \\ \text{d) } \int \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} dx, & \text{e) } \int (2x-1)^4 dx, & \text{f) } \int \frac{1}{1+4x^2} dx, \\ \text{g) } \int \frac{1}{\sin^2 5x} dx, & \text{h) } \int 2^{3x} dx, & \text{i) } \int \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} dx. \end{array}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

6. Vypočítejte integrál:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int (e^{2x} + 3e^x + 5)e^x dx, & \text{b) } \int \sin x \cos^2 x dx, & \text{c) } \int 2x \sin x^2 dx, \\ \text{d) } \int \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x} dx, & \text{e) } \int \frac{(\operatorname{cotg} x - 1)^4}{\sin^2 x} dx, & \text{f) } \int \frac{\operatorname{arctg}^3 x}{1+x^2} dx, \\ \text{g) } \int \frac{\sqrt{\operatorname{arccotg}^3 x}}{1+x^2} dx, & \text{h) } \int \frac{\ln^2 x + 3 \ln x - 8}{x} dx, & \text{i) } \int \frac{1 + \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx. \end{array}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

5.3. Per partes



Úlohy k samostatnému řešení



7. Vypočítejte integrál:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int x e^x dx, & \text{b) } \int (x^2 - 2x + 3)e^{-x} dx, & \text{c) } \int (4x + 2) \sin 2x dx, \\ \text{d) } \int (3x - 4) \cos \frac{x}{2} dx, & \text{e) } \int x \operatorname{tg}^2 x dx, & \text{f) } \int \ln x dx, \\ \text{g) } \int \arcsin x dx, & \text{h) } \int \operatorname{arctg} x dx, & \text{i) } \int \arccos x dx, \\ \text{j) } \int \operatorname{arccotg} x dx, & \text{k) } \int (x^2 + 1) \ln x dx, & \text{l) } \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx, \\ \text{m) } \int x \sin^2 x dx, & \text{n) } \int e^x \cos x dx, & \text{o) } \int e^{3x} \sin 2x dx, \end{array}$$

p) $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx,$

q) $\int \frac{\ln x}{x^3} dx,$

r) $\int \sqrt{x} \ln x dx,$

s) $\int \sqrt{1-x^2} dx,$

t) $\int \sin \ln x dx,$

u) $\int e^x \sin 2x dx.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

5.4. Integrace racionální lomené funkce



Úlohy k samostatnému řešení



8. Vypočítejte integrál:

a) $\int \frac{2}{x^2+2x} dx,$

b) $\int \frac{x+5}{x^2+x-2} dx,$

c) $\int \frac{2}{4-x^2} dx,$

d) $\int \frac{5-x}{x^2+4x+3} dx,$

e) $\int \frac{4x+2}{x^3+2x^2-x-2} dx,$

f) $\int \frac{1}{4x^2-1} dx,$

g) $\int \frac{5}{2+3x-2x^2} dx,$

h) $\int \frac{3x+1}{x-x^3} dx,$

i) $\int \frac{-1}{(2+x)(2+3x)} dx,$

j) $\int \frac{8}{7-6x-x^2} dx,$

k) $\int \frac{3}{8x^2-28x+24} dx,$

l) $\int \frac{3-21x-16x^2}{x(1-4x)(x+3)} dx.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

9. Vypočítejte integrál:

a) $\int \frac{2-x^2}{x(x+1)^2} dx,$

b) $\int \frac{5-2x}{(1-x)^4} dx,$

c) $\int \frac{-4x-2}{x^2(x+1)^2} dx,$

d) $\int \frac{-4x^2+5x-6}{x^3(x-3)} dx,$

e) $\int \frac{1-3x-x^2-x^3}{(1-x^2)^2} dx,$

f) $\int \frac{40-6x^2}{(4-x^2)^2} dx,$

g) $\int \frac{2x^2-x-1}{x^3(x+1)} dx,$

h) $\int \frac{12x^2-12x+4}{x(2x-1)^2} dx,$

i) $\int \frac{-2x^2+26x-35}{(2x+5)(x-5)^2} dx.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

10. Vypočítejte integrál:

a) $\int \frac{3x}{(x^2+1)(x^2+4)} dx,$

b) $\int \frac{2-x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx,$

c) $\int \frac{2-6x-x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx,$

d) $\int \frac{4x}{1-x^4} dx,$

e) $\int \frac{x^2+6x}{(x^2+9)(2x-3)} dx,$

f) $\int \frac{3x^2+4x+33}{(x^2+9)(3-x)} dx,$

$$\begin{aligned} \text{g)} \int \frac{5x^2 - 6x + 6}{(2-4x)(x^2+4)} dx, \quad \text{h)} \int \frac{x^2 - 3x - 2}{(x^2 + 2x + 2)(5x + 4)} dx, \quad \text{i)} \int \frac{2}{x^3 + 2x} dx, \\ \text{j)} \int \frac{6x^3 - x^2 + 12x - 3}{x^4 + 3x^2} dx, \quad \text{k)} \int \frac{2x}{(x^2 + 1)(x-1)^2} dx, \quad \text{l)} \int \frac{3x^4 + 3x^2 - 18}{x^5 + 6x^3} dx. \end{aligned}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

11. Vypočítejte integrál:

$$\begin{aligned} \text{a)} \int \frac{x^4}{x+1} dx, \quad \text{b)} \int \frac{(x-1)^3}{x+2} dx, \quad \text{c)} \int \frac{x^3}{4-x^2} dx, \\ \text{d)} \int \frac{x^4}{1-x^2} dx, \quad \text{e)} \int \frac{x^4 + 6x^2}{x^2 - 9} dx, \quad \text{f)} \int \frac{2x^3 + 5x^2 - 3x + 3}{x(3+x)} dx, \\ \text{g)} \int \frac{x^2 - 4x + 12}{(x^2 + 4)} dx, \quad \text{h)} \int \frac{x^4 + 4x^3 - x^2 + 5x + 2}{(x^2 + 1)(x+4)} dx, \quad \text{i)} \int \frac{x^4}{x^3 + 2x} dx, \\ \text{j)} \int \frac{6x^3}{6-3x^2} dx, \quad \text{k)} \int \frac{2x^5}{(x^2 + 1)(x-1)^2} dx, \quad \text{l)} \int \frac{x^4 + x^2 - 6}{x^4 + x^3} dx. \end{aligned}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

5.5. Iracionální funkce



Úlohy k samostatnému řešení



12. Vypočítejte integrál:

$$\begin{aligned} \text{a)} \int x \sqrt[3]{2-x^2} dx, \quad \text{b)} \int \sqrt{1+x^2} dx, \quad \text{c)} \int \sqrt{1-x^2} dx, \\ \text{d)} \int \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} dx, \quad \text{e)} \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx, \quad \text{f)} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx, \\ \text{g)} \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx, \quad \text{h)} \int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx, \quad \text{i)} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+4}} dx, \\ \text{j)} \int \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x-4}} dx, \quad \text{k)} \int \frac{\sqrt[4]{x+3}}{1-\sqrt{x+3}} dx, \quad \text{l)} \int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx. \end{aligned}$$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

5.6. Goniometrické funkce



Úlohy k samostatnému řešení



13. Vypočítejte integrál:

$$\text{a)} \int \sin x \cos x dx, \quad \text{b)} \int \sin^2 x \cos x dx, \quad \text{c)} \int \sin x \cos^3 x dx,$$

d) $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx,$	e) $\int \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx,$	f) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x + 1} dx,$
g) $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx,$	h) $\int \operatorname{tg}^5 x dx,$	i) $\int \frac{1}{\sin x} dx,$
j) $\int \frac{1}{\cos x} dx,$	k) $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^6 x} dx,$	l) $\int \frac{1}{\cos^2 x \sin^3 x} dx,$
m) $\int \frac{\sin x}{4 - \cos^2 x} dx,$	n) $\int \frac{\cos x}{1 + 4 \sin^2 x} dx,$	o) $\int \frac{1}{\sin^2 x - 2 \cos^2 x} dx,$
p) $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx,$	q) $\int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x + 1} dx,$	r) $\int \frac{\cos^6 x}{\sin^6 x} dx,$
s) $\int \frac{\cos x}{\cos x + 1} dx,$	t) $\int \frac{\sin x}{\sin x + 1} dx,$	u) $\int \frac{\sin x}{\cos 2x + 1} dx,$
v) $\int \frac{1}{2 \sin x \cos x} dx,$	w) $\int \frac{1}{(\sin x + 1) \cos x} dx,$	z) $\int \frac{1}{2 \sin x \cos x + \sin^2 x} dx.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)



Výsledky úloh k samostatnému řešení



1. a) $2x^3 - \ln|x| - \frac{1}{x^4} + c$; b) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + c$; c) $\frac{x^2}{2} - 4\sqrt{x} + 2\ln|x| + c$;
- d) $\frac{x^2}{2} + 2x + c$; e) $\frac{x^2}{2} - 3x + c$; f) $2\sqrt{x} + 6\ln|x| - \frac{18}{\sqrt{x}} + c$; g) $\frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + \frac{9}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + c$;
- h) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c$; i) $\frac{3}{8}x^2\sqrt[3]{x^2} - \frac{24}{13}x^2\sqrt[6]{x} + \frac{12}{5}x\sqrt[3]{x^2} + c$; j) $e^x - 2x + c$; k) $\frac{e^x}{2} - \frac{3}{2}\ln x + c$;
- l) $e^x - \frac{2}{3}x\sqrt{x} + c$. 2. a) $\ln|x+2| + c$; b) $\frac{1}{2}\ln|2x+3| + c$; c) $x - \ln|x+1| + c$;
- d) $\frac{x^2}{2} + 2x + 4\ln|x-2| + c$; e) $-x + 10\ln|x+5| + c$; f) $\frac{x^2}{2} + x + \ln|x+1| + c$;
- g) $\frac{x^2}{2} + x + 2\ln|x-1| + c$; h) $-x - \frac{5}{2}\ln|3-2x| + c$; i) $\frac{x^2}{2} + 2x + 4\ln|x+2| + c$;
- j) $\frac{1}{2}\ln|x^2+1| + \arctg x + c$; k) $x + 2\ln|x^2+4| + 2\arctg \frac{x}{2} + c$; l) $x + \ln|x^2+1| + c$.
3. a) $-\cos x - \sin x + c$; b) $\operatorname{tg} x - x + c$; c) $\cos x + \sin x + c$; d) $x + \sin x$;
- e) $\operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x + c$, f) $-\frac{1}{2}\cos x + c$; g) $-\operatorname{cotg} x - 2x + c$; h) $-\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x + c$;
- i) $\frac{1}{2}\operatorname{tg} x + c$. 4. a) $-\ln|\cos x| + c$; b) $\ln|e^x+3| + c$; c) $\ln|\ln x+1| + c$; d) $\ln|x^3+2x-2| + c$;
- e) $\ln|\arctg x| + c$, f) $-\ln|\cos^2 x+3| + c$; g) $\ln|\sin^2 x| + c$; h) $\frac{1}{2}\ln|e^{2x}+x^2+2| + c$;
- i) $\frac{1}{3}\ln|x^3+3x^2+6x+5| + c$. 5. a) $e^{2x} + c$; b) $\frac{1}{4}\sin(4x+3) + c$; c) $-\frac{1}{3}\cos 3x + c$;
- d) $2\operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$; e) $\frac{1}{10}(2x-1)^5 + c$, f) $\frac{1}{2}\arctg 2x + c$; g) $-\frac{1}{5}\operatorname{cotg} 5x + c$; h) $\frac{2^{3x}}{3\ln 2} + c$;
- i) $\frac{1}{3}\arcsin 3x + c$. 6. a) $\frac{e^{3x}}{3} + \frac{3}{2}e^{2x} + 5e^x + c$; b) $-\frac{1}{3}\cos^3 x + c$; c) $-\cos x^2 + c$;
- d) $\frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x + c$; e) $-\frac{1}{5}(\operatorname{cotg} x - 1)^5 + c$, f) $\frac{1}{4}\arctg^4 x + c$; g) $-\frac{2}{5}\sqrt{\operatorname{arccotg}^5 x} + c$;
- h) $\frac{1}{3}\ln^3 x + \frac{3}{2}\ln^2 x - 8\ln x + c$; i) $\arcsin x + \frac{1}{2}\arcsin^2 x + c$. 7. a) $xe^x - e^x + c$;
- b) $-e^{-x}(x^2+3)$; c) $\sin 2x - (2x+1)\cos 2x + c$; d) $(6x-8)\sin \frac{x}{2} + 12\cos \frac{x}{2} + c$;

$$\text{e) } x \operatorname{tg} x - \frac{x^2}{2} + \ln|\cos x| + c, \quad \text{f) } x \ln x - x + c; \quad \text{g) } x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + c;$$

$$\text{h) } x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln|1+x^2| + c; \quad \text{i) } x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + c; \quad \text{j) } x \operatorname{arccotg} x + \frac{1}{2} \ln|1+x^2| + c;$$

$$\text{k) } \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \ln x - \frac{x^3}{9} - x + c; \quad \text{l) } x \operatorname{arctg} \sqrt{x} + \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x} + c; \quad \text{m) } \frac{x^2}{4} - \frac{x \sin 2x}{4} - \frac{\cos 2x}{8} + c;$$

$$\text{n) } \frac{e^x}{2} (\sin x + \cos x) + c; \quad \text{o) } \frac{e^{3x}}{13} (3 \sin 2x - 2 \cos 2x) + c; \quad \text{p) } x \operatorname{tg} x + \ln|\cos x| + c;$$

$$\text{q) } -\frac{\ln x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + c; \quad \text{r) } \frac{2}{3} x \sqrt{x} \left(\ln x - \frac{2}{3} \right) + c; \quad \text{s) } \frac{1}{2} \arcsin x + \frac{1}{2} x \sqrt{1-x^2} + c;$$

$$\text{t) } \frac{x}{2} (\sin \ln x - \cos \ln x) + c; \quad \text{u) } \frac{e^x}{5} (\sin 2x - 2 \cos 2x) + c. \quad \text{8. a) } \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + c;$$

$$\text{b) } \ln \left| \frac{(x-1)^2}{x+2} \right| + c; \quad \text{c) } \frac{1}{2} \ln \left| \frac{2+x}{2-x} \right| + c; \quad \text{d) } 3 \ln|x+1| - 4 \ln|x+3| + c = \ln \left| \frac{(x+1)^3}{(x+3)^4} \right| + c;$$

$$\text{e) } \ln \left| \frac{x^2-1}{(x+2)^2} \right| + c, \quad \text{f) } \frac{1}{4} \ln \left| \frac{2x-1}{2x+1} \right| + c; \quad \text{g) } \ln \left| \frac{2x+1}{x-2} \right| + c; \quad \text{h) } \ln \left| \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \right| + c;$$

$$\text{i) } \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+2}{3x+2} \right| + c; \quad \text{j) } \ln \left| \frac{x+7}{x-1} \right| + c; \quad \text{k) } \frac{3}{4} \ln \left| \frac{x-2}{2x-3} \right| + c; \quad \text{l) } \ln|x(x+3)^2(4x-1)| + c.$$

$$\text{9. a) } \frac{1}{x+1} + \ln \left| \frac{x^2}{(x+1)^3} \right| + c; \quad \text{b) } \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x-1)^3} + c; \quad \text{c) } \frac{2}{x} - \frac{2}{x+1} + c;$$

$$\text{d) } \ln \left| \frac{x}{x-3} \right| + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c; \quad \text{e) } \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \ln|x-1| + c, \quad \text{f) } 2 \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| - \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + c;$$

$$\text{g) } \frac{1}{2x^2} + 2 \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + c; \quad \text{h) } \ln \left| \frac{x^4}{2x-1} \right| - \frac{1}{2x-1} + c; \quad \text{i) } -\ln|2x+5| - \frac{3}{x-5} + c.$$

$$\text{10. a) } \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x^2+1}{x^2+4} \right| + c; \quad \text{b) } \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + c; \quad \text{c) } \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + \ln \left| \frac{x^2+4}{x^2+1} \right| + c;$$

$$\text{d) } \ln \left| \frac{x^2+1}{x^2-1} \right| + c; \quad \text{e) } \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + \frac{1}{2} \ln|2x-3| + c, \quad \text{f) } \frac{1}{2} \ln|x^2+9| - 4 \ln|x-3| - \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + c;$$

$$\text{g) } \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln|x^2+4| - \frac{1}{4} \ln|2-4x| + c; \quad \text{h) } \frac{1}{5} \ln|5x+4| - \operatorname{arctg}(x+1) + c;$$

$$\text{i) } \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x^2}{x^2+2} \right| + c; \quad \text{j) } \ln|x^2+3| + 4 \ln|x| + \frac{1}{x} + c; \quad \text{k) } -\operatorname{arctg} x - \frac{1}{x-1} + c;$$

$$\text{I) } \ln|x(x^2+6)| + \frac{3}{2x^2} + c. \quad \text{11. a) } \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| + c;$$

$$\text{b) } \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 13x - 27 \ln|x+2| + c; \quad \text{c) } -\frac{x^2}{2} - 2 \ln|x^2-4| + c; \quad \text{d) } -\frac{x^3}{3} - x + \frac{1}{2} \ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| + c;$$

$$\text{e) } \frac{x^3}{3} + 15x + \frac{45}{2} \ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + c, \quad \text{f) } x^2 - x + \ln\left|\frac{x}{x+3}\right| + c; \quad \text{g) } x + 4 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} - 2 \ln|x^2+4| + c;$$

$$\text{h) } \operatorname{arctg} x - 2 \ln|x+4| + \frac{x^2}{2} + c; \quad \text{i) } \frac{x^2}{2} - \ln|x^2+2| + c; \quad \text{j) } -2 \ln|x^2-2| - x^2 + c;$$

$$\text{k) } x^2 + 4x + 4 \ln|x-1| - \operatorname{arctg} x - \frac{1}{x-1} + c; \quad \text{l) } 4 \ln|x+1| - \ln|x| + x - \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2} + c.$$

$$\text{12. a) } -\frac{3}{8}(2-x^2)^3 \sqrt{2-x^2} + c; \quad \text{b) } \frac{1}{2}(x\sqrt{x^2+1} + \ln|x+\sqrt{x^2+1}|) + c;$$

$$\text{c) } \frac{1}{2}(x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x) + c; \quad \text{d) } \sqrt{5+x^2} + c; \quad \text{e) } \frac{2}{3}x\sqrt{x} - x + 2\sqrt{x} - 2 \ln|1+\sqrt{x}| + c,$$

$$\text{f) } x - 2\sqrt{x} + 2 \ln|1+\sqrt{x}| + c; \quad \text{g) } \frac{2}{3}(x+1)\sqrt{x+1} - 2\sqrt{x+1} + c; \quad \text{h) } \ln\left|\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1}\right| + c;$$

$$\text{i) } \frac{6}{7}x\sqrt[6]{x} - \frac{24}{5}\sqrt[6]{x^5} + 32\sqrt{x} - 384\sqrt[6]{x} + 768 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt[6]{x}}{2} + c;$$

$$\text{j) } x + \frac{16}{3}\sqrt[4]{x^3} + 32\sqrt{x} + 256\sqrt[4]{x} + 1024 \ln|\sqrt[4]{x}-4| + c;$$

$$\text{k) } -\frac{4}{3}\sqrt[4]{(x+3)^3} - 4\sqrt[4]{x+3} + 2 \ln\left|\frac{1+\sqrt[4]{x+3}}{1-\sqrt[4]{x+3}}\right| + c; \quad \text{l) } \operatorname{arctg} \sqrt{x^2-1} + c. \quad \text{13. a) } \frac{\sin^2 x}{2} + c;$$

$$\text{b) } \frac{\sin^3 x}{3} + c; \quad \text{c) } -\frac{\cos^4 x}{4} + c; \quad \text{d) } -\frac{1}{2\sin^2 x} + c; \quad \text{e) } \ln|\sin x| - \frac{\sin^2 x}{2} + c,$$

$$\text{f) } \operatorname{arccotg}(\cos x) + c; \quad \text{g) } \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} + c; \quad \text{h) } \frac{\operatorname{tg}^4 x}{4} - \frac{\operatorname{tg}^2}{2} + \frac{1}{2} \ln|1+\operatorname{tg}^2 x| + c; \quad \text{i) } \ln\left|\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right| + c;$$

$$\text{j) } \ln\left|\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1\right| - \ln\left|1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}\right| + c; \quad \text{k) } -\frac{\operatorname{cotg}^5 x}{5} - \frac{\operatorname{cotg}^3 x}{3} + c; \quad \text{l) } \ln|\operatorname{tg} x| - \frac{1}{2\sin^2 x} + c;$$

$$\text{m) } \frac{1}{4} \ln\left|\frac{\cos x - 2}{\cos x + 2}\right| + c; \quad \text{n) } \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(2 \sin x) + c, \quad \text{o) } \frac{\sqrt{2}}{4} \ln\left|\frac{\sqrt{2} - \operatorname{tg} x}{\sqrt{2} + \operatorname{tg} x}\right| + c; \quad \text{p) } -\frac{1}{\sin x} - \sin x + c;$$

$$\text{q) } \frac{1}{2} \ln\left|1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}\right| - \ln\left|1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}\right| + \frac{x}{2} + c; \quad \text{r) } -\frac{\operatorname{cotg}^5 x}{5} + \frac{\operatorname{cotg}^3 x}{3} - \operatorname{cotg} x - x + c;$$

$$\text{s) } -\text{tg} \frac{x}{2} - 2x + c; \quad \text{t) } \frac{2}{1 + \text{tg} \frac{x}{2}} + x + c; \quad \text{u) } \frac{1}{2 \cos x} + c; \quad \text{v) } \frac{1}{2} \ln \left| \text{tg} \frac{x}{2} \right| - \frac{1}{2} \ln \left| \text{tg}^2 \frac{x}{2} - 1 \right| + c;$$

$$\text{w) } \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\text{tg} \frac{x}{2} + 1}{\text{tg} \frac{x}{2} - 1} \right| + c, \quad \text{z) } \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\text{tg} x}{\text{tg} x + 2} \right| + c.$$