MA0005 Algebra 2, 1. seminář

19. 9. 2019

Podmínky pro udělení zápočtu

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou **nejvýše dvě absence**

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou **nejvýše dvě absence**
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou **nejvýše dvě absence**
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy
  - 1. zápočtová písemka po 5. cvičení
  - 2. zápočtová písemka po 11. cvičení

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou **nejvýše dvě absence**
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy
  - 1. zápočtová písemka po 5. cvičení
  - 2. zápočtová písemka po 11. cvičení
  - nutnost získat **alespoň 60 % bodů z každé**

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou **nejvýše dvě absence**
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy
  - 1. zápočtová písemka po 5. cvičení
  - 2. zápočtová písemka po 11. cvičení
  - nutnost získat **alespoň 60 % bodů z každé**

    v první polovině zkouškového období možnost opravy

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou **nejvýše dvě absence**
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy
  - 1. zápočtová písemka po 5. cvičení
  - 2. zápočtová písemka po 11. cvičení
  - nutnost získat **alespoň 60 % bodů z každé**

    v první polovině zkouškového období možnost opravy

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou **nejvýše dvě absence**
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy
  - 1. zápočtová písemka po 5. cvičení
  - 2. zápočtová písemka po 11. cvičení
  - nutnost získat **alespoň 60 % bodů z každé**

    v první polovině zkouškového období možnost opravy

Pro úspěšné zvládnutí předmětu je domácí propočítávání příkladů nezbytné.

Náplň cvičení

1. Analytická geometrie – opakování
   - Vektor, souřadnice vektoru
   - Sčítání a odčítání vektorů, násobek vektoru
   - Lineární kombinace vektorů
   - Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Literatura

- Petáková, J.: *Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Prometheus, 1998. ISBN 978-80-7196-099-7.

Vektor, souřadnice vektoru

Příklad 13.1.3: Jsou dány body $R[3; -2]$, $S[-4; 5]$, $T[2; 1]$. Vypočítejte souřadnice bodu X tak, aby

Vektor, souřadnice vektoru

Příklad 13.1.3: Jsou dány body $R[3; -2]$, $S[-4; 5]$, $T[2; 1]$. Vypočítejte souřadnice bodu X tak, aby

(a) čtyřúhelník $RSTX$ byl rovnoběžník,

Příklad 13.1.3: Jsou dány body $R[3; -2]$, $S[-4; 5]$, $T[2; 1]$. Vypočítejte souřadnice bodu X tak, aby

(a) čtyřúhelník $RSTX$ byl rovnoběžník,

(b) čtyřúhelník $RSXT$ byl rovnoběžník,

Příklad 13.1.3: Jsou dány body $R[3;-2]$, $S[-4;5]$, $T[2;1]$. Vypočítejte souřadnice bodu X tak, aby

(a) čtyřúhelník $RSTX$ byl rovnoběžník,

(b) čtyřúhelník $RSXT$ byl rovnoběžník,

(c) čtyřúhelník $RXST$ byl rovnoběžník.

Příklad 13.1.3: Jsou dány body $R[3; -2]$, $S[-4; 5]$, $T[2; 1]$. Vypočítejte souřadnice bodu X tak, aby

(a) čtyřúhelník $RSTX$ byl rovnoběžník,

(b) čtyřúhelník $RSXT$ byl rovnoběžník,

(c) čtyřúhelník $RXST$ byl rovnoběžník.

Příklad 13.1.4: V rovnoběžnostěnu $ABCDA_1B_1C_1D_1$ známe souřadnice bodů $A[2; -3; 1]$, $B[3; -4; 2]$, $D[4; 2; -3]$, $A_1[5; 3; 4]$. Vypočítejte souřadnice vrcholů C, B_1, C_1, D_1.

Příklad 13.1.3: Jsou dány body $R[3;-2]$, $S[-4;5]$, $T[2;1]$. Vypočítejte souřadnice bodu X tak, aby

(a) čtyřúhelník $RSTX$ byl rovnoběžník,

(b) čtyřúhelník $RSXT$ byl rovnoběžník,

(c) čtyřúhelník $RXST$ byl rovnoběžník.

Příklad 13.1.4: V rovnoběžnostěnu $ABCDA_1B_1C_1D_1$ známe souřadnice bodů $A[2;-3;1]$, $B[3;-4;2]$, $D[4;2;-3]$, $A_1[5;3;4]$. Vypočítejte souřadnice vrcholů C, B_1, C_1, D_1.

Výsledky:
3.(a): $X[9;-6]$, (b): $X[-5;8]$, (c): $X[-3;2]$.
4: $C[5;1;-2]$, $C_1[8;7;1]$, $B_1[6;2;5]$, $D_1[7;8;0]$.

Sčítání a odčítání vektorů, násobek vektoru

Příklad 13.2.5: Jsou dány vektory $\vec{u} = (4; 3)$, $\vec{v} = (-2; -4)$.

Příklad 13.2.5: Jsou dány vektory $\vec{u} = (4; 3)$, $\vec{v} = (-2; -4)$.

(a) Nakreslete v soustavě souřadnic orientované úsečky, které jsou umístěním vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ s počátečním bodem $O[0; 0]$. Potom graficky sestrojte orientované úsečky, které odpovídají následujícím vektorům:

$$\begin{aligned} \vec{w}_1 &= \vec{u} + \vec{v}, \\ \vec{w}_2 &= \vec{u} - \vec{v}, \\ \vec{w}_3 &= 2\vec{u}, \\ \vec{w}_4 &= \vec{u} + \left(-\frac{1}{2}\right)\vec{v}, \\ \vec{w}_5 &= \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}. \end{aligned}$$

Příklad 13.2.5: Jsou dány vektory $\vec{u} = (4;3)$, $\vec{v} = (-2;-4)$.

(a) Nakreslete v soustavě souřadnic orientované úsečky, které jsou umístěním vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ s počátečním bodem $O[0;0]$. Potom graficky sestrojte orientované úsečky, které odpovídají následujícím vektorům:

$$\begin{aligned} \vec{w}_1 &= \vec{u} + \vec{v}, \\ \vec{w}_2 &= \vec{u} - \vec{v}, \\ \vec{w}_3 &= 2\vec{u}, \\ \vec{w}_4 &= \vec{u} + \left(-\frac{1}{2}\right)\vec{v}, \\ \vec{w}_5 &= \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}. \end{aligned}$$

(b) Vypočítejte souřadnice vektorů $\vec{w}_1$, $\vec{w}_2$, $\vec{w}_3$, $\vec{w}_4$, $\vec{w}_5$.

Příklad 13.2.5: Jsou dány vektory $\vec{u} = (4;3)$, $\vec{v} = (-2;-4)$.

(a) Nakreslete v soustavě souřadnic orientované úsečky, které jsou umístěním vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ s počátečním bodem $O[0;0]$. Potom graficky sestrojte orientované úsečky, které odpovídají následujícím vektorům:

$$\begin{aligned} \vec{w_1} &= \vec{u} + \vec{v}, \\ \vec{w_2} &= \vec{u} - \vec{v}, \\ \vec{w_3} &= 2\vec{u}, \\ \vec{w_4} &= \vec{u} + \left(-\frac{1}{2}\right)\vec{v}, \\ \vec{w_5} &= \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}. \end{aligned}$$

(b) Vypočítejte souřadnice vektorů $\vec{w_1}$, $\vec{w_2}$, $\vec{w_3}$, $\vec{w_4}$, $\vec{w_5}$.

(c) Porovnejte výsledky úloh b) s obrázkem z úlohy a).

Sčítání a odčítání vektorů, násobek vektoru

Příklad 13.2.5: Jsou dány vektory $\vec{u} = (4;3)$, $\vec{v} = (-2;-4)$.

(a) Nakreslete v soustavě souřadnic orientované úsečky, které jsou umístěním vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ s počátečním bodem $O[0;0]$. Potom graficky sestrojte orientované úsečky, které odpovídají následujícím vektorům:

$$\begin{aligned}\vec{w_1} &= \vec{u} + \vec{v},\\ \vec{w_2} &= \vec{u} - \vec{v},\\ \vec{w_3} &= 2\vec{u},\\ \vec{w_4} &= \vec{u} + \left(-\frac{1}{2}\right)\vec{v},\\ \vec{w_5} &= \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}.\end{aligned}$$

(b) Vypočítejte souřadnice vektorů $\vec{w_1}$, $\vec{w_2}$, $\vec{w_3}$, $\vec{w_4}$, $\vec{w_5}$.

(c) Porovnejte výsledky úloh b) s obrázkem z úlohy a).

Výsledky:

$w_1 = (2;-1), w_2 = (6;7), w_3 = (8;6), w_4 = (5;5), w_5 = (7;\frac{13}{2})$.

Příklad 13.2.6: Jsou dány body $A[3;3]$, $B[5;4]$, $C[7;5]$.

Příklad 13.2.6: Jsou dány body $A[3;3]$, $B[5;4]$, $C[7;5]$.

(a) Rozhodněte, zda body A, B, C leží na přímce.

Příklad 13.2.6: Jsou dány body $A[3;3]$, $B[5;4]$, $C[7;5]$.

(a) Rozhodněte, zda body A, B, C leží na přímce.

(b) Určete číslo $y_D \in \mathbb{R}$ tak, aby bod $D[-3;y_D]$ ležel na přímce AB.

Příklad 13.2.6: Jsou dány body $A[3;3]$, $B[5;4]$, $C[7;5]$.

(a) Rozhodněte, zda body A, B, C leží na přímce.

(b) Určete číslo $y_D \in \mathbb{R}$ tak, aby bod $D[-3; y_D]$ ležel na přímce AB.

Příklad 13.2.7: Jsou dány body $K[1;2;3]$, $L[-4;5;6]$, $M[4;3;2]$.

Příklad 13.2.6: Jsou dány body $A[3; 3]$, $B[5; 4]$, $C[7; 5]$.

(a) Rozhodněte, zda body A, B, C leží na přímce.

(b) Určete číslo $y_D \in \mathbb{R}$ tak, aby bod $D[-3; y_D]$ ležel na přímce AB.

Příklad 13.2.7: Jsou dány body $K[1; 2; 3]$, $L[-4; 5; 6]$, $M[4; 3; 2]$.

(a) Dokažte, že body K, L, M tvoří trojúhelník.

Příklad 13.2.6: Jsou dány body $A[3;3]$, $B[5;4]$, $C[7;5]$.

(a) Rozhodněte, zda body A, B, C leží na přímce.

(b) Určete číslo $y_D \in \mathbb{R}$ tak, aby bod $D[-3; y_D]$ ležel na přímce AB.

Příklad 13.2.7: Jsou dány body $K[1;2;3]$, $L[-4;5;6]$, $M[4;3;2]$.

(a) Dokažte, že body K, L, M tvoří trojúhelník.

(b) Určete reálná čísla m, n, k, p tak, aby body $R[0; m; n]$, $S[k; p; 6]$ ležely na přímce KL.

Příklad 13.2.6: Jsou dány body $A[3;3]$, $B[5;4]$, $C[7;5]$.

(a) Rozhodněte, zda body A, B, C leží na přímce.

(b) Určete číslo $y_D \in \mathbb{R}$ tak, aby bod $D[-3;y_D]$ ležel na přímce AB.

Příklad 13.2.7: Jsou dány body $K[1;2;3]$, $L[-4;5;6]$, $M[4;3;2]$.

(a) Dokažte, že body K, L, M tvoří trojúhelník.

(b) Určete reálná čísla m, n, k, p tak, aby body $R[0;m;n]$, $S[k;p;6]$ ležely na přímce KL.

Výsledky:
6.(a) A, B, C leží na přímce; (b) $y_D = 0$.
7.(a) např. $K - L \neq k \cdot (K - M)$; (b) $R[0; \frac{13}{5}; \frac{18}{5}]$, $S[-4;5;6]$.

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.8: Vektor $\vec{z} = (2; 10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u} = (1; 3)$, $\vec{v} = (-2; 2)$. Výpočet ověřte obrázkem.

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.8: Vektor $\vec{z} = (2; 10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u} = (1; 3)$, $\vec{v} = (-2; 2)$. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.3.9: Vektor $\vec{z} = (2; -2; -10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$, kde $\vec{u} = (2; 1; -1)$, $\vec{v} = (2; 3; 2)$, $\vec{w} = (4; 5; -2)$.

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.8: Vektor $\vec{z} = (2; 10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u} = (1; 3)$, $\vec{v} = (-2; 2)$. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.3.9: Vektor $\vec{z} = (2; -2; -10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$, kde $\vec{u} = (2; 1; -1)$, $\vec{v} = (2; 3; 2)$, $\vec{w} = (4; 5; -2)$.

Příklad 13.3.10: V trojúhelníku ABC označte vektory $\vec{u} = C - B$, $\vec{v} = C - A$. Jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ zapište následující vektory:

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.8: Vektor $\vec{z} = (2; 10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u} = (1; 3)$, $\vec{v} = (-2; 2)$. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.3.9: Vektor $\vec{z} = (2; -2; -10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$, kde $\vec{u} = (2; 1; -1)$, $\vec{v} = (2; 3; 2)$, $\vec{w} = (4; 5; -2)$.

Příklad 13.3.10: V trojúhelníku ABC označte vektory $\vec{u} = C - B$, $\vec{v} = C - A$. Jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ zapište následující vektory:

(a) $\vec{w}_1 = B - A$

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.8: Vektor $\vec{z} = (2; 10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u} = (1; 3)$, $\vec{v} = (-2; 2)$. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.3.9: Vektor $\vec{z} = (2; -2; -10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$, kde $\vec{u} = (2; 1; -1)$, $\vec{v} = (2; 3; 2)$, $\vec{w} = (4; 5; -2)$.

Příklad 13.3.10: V trojúhelníku ABC označte vektory $\vec{u} = C - B$, $\vec{v} = C - A$. Jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ zapište následující vektory:

(a) $\vec{w_1} = B - A$

(b) $\vec{w_2} = A_1 - A$, kde A_1 je střed strany BC

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.8: Vektor $\vec{z} = (2; 10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u} = (1; 3)$, $\vec{v} = (-2; 2)$. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.3.9: Vektor $\vec{z} = (2; -2; -10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$, kde $\vec{u} = (2; 1; -1)$, $\vec{v} = (2; 3; 2)$, $\vec{w} = (4; 5; -2)$.

Příklad 13.3.10: V trojúhelníku ABC označte vektory $\vec{u} = C - B$, $\vec{v} = C - A$. Jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ zapište následující vektory:

(a) $\vec{w_1} = B - A$

(b) $\vec{w_2} = A_1 - A$, kde A_1 je střed strany BC

(c) $\vec{w_3} = T - A$, kde T je těžiště trojúhelníku ABC

Příklad 13.3.8: Vektor $\vec{z} = (2;10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u} = (1;3)$, $\vec{v} = (-2;2)$. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.3.9: Vektor $\vec{z} = (2;-2;-10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$, kde $\vec{u} = (2;1;-1)$, $\vec{v} = (2;3;2)$, $\vec{w} = (4;5;-2)$.

Příklad 13.3.10: V trojúhelníku ABC označte vektory $\vec{u} = C - B$, $\vec{v} = C - A$. Jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ zapište následující vektory:

(a) $\vec{w_1} = B - A$

(b) $\vec{w_2} = A_1 - A$, kde A_1 je střed strany BC

(c) $\vec{w_3} = T - A$, kde T je těžiště trojúhelníku ABC

Výsledky: 8. $\vec{z} = 3\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$
9. $\vec{z} = 2\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{w}$
10.(a) $\vec{w_1} = -\vec{u} + \vec{v}$, (b) $\vec{w_2} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v}$, (c) $\vec{w_3} = -\frac{1}{3}\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$.

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.11: Narýsujte trojúhelník ABC ($a = 4\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $c = 6\,\text{cm}$). Vyznačte vektory $\vec{b} = C - A$, $\vec{c} = B - A$. Potom v obrázku sestrojte vektor $\vec{u}$ tak, aby platilo $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \cdot (\vec{c} + \vec{b})$. Zapište výsledek.

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.11: Narýsujte trojúhelník ABC ($a = 4\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $c = 6\,\text{cm}$). Vyznačte vektory $\vec{b} = C - A$, $\vec{c} = B - A$. Potom v obrázku sestrojte vektor $\vec{u}$ tak, aby platilo $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \cdot (\vec{c} + \vec{b})$. Zapište výsledek.

Příklad 13.3.12: V rovnoběžníku $ABCD$ vyznačte body E, F, G, S tak, že bod E je střed úsečky AB, bod F je střed úsečky BC, bod G je střed úsečky CD, bod S je střed úsečky AC. Dále označte vektory $\vec{u} = E - A$, $\vec{v} = S - A$. Zapište vektory $\vec{w} = D - F$, $\vec{z} = G - B$ jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}$.

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.11: Narýsujte trojúhelník ABC ($a = 4\,\mathrm{cm}$, $b = 3\,\mathrm{cm}$, $c = 6\,\mathrm{cm}$). Vyznačte vektory $\vec{b} = C - A$, $\vec{c} = B - A$. Potom v obrázku sestrojte vektor $\vec{u}$ tak, aby platilo $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \cdot (\vec{c} + \vec{b})$. Zapište výsledek.

Příklad 13.3.12: V rovnoběžníku $ABCD$ vyznačte body E, F, G, S tak, že bod E je střed úsečky AB, bod F je střed úsečky BC, bod G je střed úsečky CD, bod S je střed úsečky AC. Dále označte vektory $\vec{u} = E - A$, $\vec{v} = S - A$. Zapište vektory $\vec{w} = D - F$, $\vec{z} = G - B$ jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}$.

Příklad 13.3.13: V trojúhelníku ABC vyznačte vektory $\vec{a} = C - B$, $\vec{b} = A - C$, $\vec{c} = B - A$.

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.11: Narýsujte trojúhelník ABC ($a = 4\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $c = 6\,\text{cm}$). Vyznačte vektory $\vec{b} = C - A$, $\vec{c} = B - A$. Potom v obrázku sestrojte vektor $\vec{u}$ tak, aby platilo $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \cdot (\vec{c} + \vec{b})$. Zapište výsledek.

Příklad 13.3.12: V rovnoběžníku $ABCD$ vyznačte body E, F, G, S tak, že bod E je střed úsečky AB, bod F je střed úsečky BC, bod G je střed úsečky CD, bod S je střed úsečky AC. Dále označte vektory $\vec{u} = E - A$, $\vec{v} = S - A$. Zapište vektory $\vec{w} = D - F$, $\vec{z} = G - B$ jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}$.

Příklad 13.3.13: V trojúhelníku ABC vyznačte vektory $\vec{a} = C - B$, $\vec{b} = A - C$, $\vec{c} = B - A$.

(a) Dokažte, že pak platí $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{o}$.

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.11: Narýsujte trojúhelník ABC ($a = 4\,\mathrm{cm}$, $b = 3\,\mathrm{cm}$, $c = 6\,\mathrm{cm}$). Vyznačte vektory $\vec{b} = C - A$, $\vec{c} = B - A$. Potom v obrázku sestrojte vektor $\vec{u}$ tak, aby platilo $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \cdot (\vec{c} + \vec{b})$. Zapište výsledek.

Příklad 13.3.12: V rovnoběžníku $ABCD$ vyznačte body E, F, G, S tak, že bod E je střed úsečky AB, bod F je střed úsečky BC, bod G je střed úsečky CD, bod S je střed úsečky AC. Dále označte vektory $\vec{u} = E - A$, $\vec{v} = S - A$. Zapište vektory $\vec{w} = D - F$, $\vec{z} = G - B$ jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}$.

Příklad 13.3.13: V trojúhelníku ABC vyznačte vektory $\vec{a} = C - B$, $\vec{b} = A - C$, $\vec{c} = B - A$.

(a) Dokažte, že pak platí $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{o}$.

(b) Dokažte, že platí $\vec{t_a} + \vec{t_b} + \vec{t_c} = \vec{o}$, kde $\vec{t_a} = S_{BC} - A$, $\vec{t_b} = S_{AC} - B$, $\vec{t_c} = S_{AB} - C$.

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.11: Narýsujte trojúhelník ABC ($a = 4\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $c = 6\,\text{cm}$). Vyznačte vektory $\vec{b} = C - A$, $\vec{c} = B - A$. Potom v obrázku sestrojte vektor $\vec{u}$ tak, aby platilo $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \cdot (\vec{c} + \vec{b})$. Zapište výsledek.

Příklad 13.3.12: V rovnoběžníku $ABCD$ vyznačte body E, F, G, S tak, že bod E je střed úsečky AB, bod F je střed úsečky BC, bod G je střed úsečky CD, bod S je střed úsečky AC. Dále označte vektory $\vec{u} = E - A$, $\vec{v} = S - A$. Zapište vektory $\vec{w} = D - F$, $\vec{z} = G - B$ jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}, \vec{v}$.

Příklad 13.3.13: V trojúhelníku ABC vyznačte vektory $\vec{a} = C - B$, $\vec{b} = A - C$, $\vec{c} = B - A$.

(a) Dokažte, že pak platí $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{o}$.

(b) Dokažte, že platí $\vec{t_a} + \vec{t_b} + \vec{t_c} = \vec{o}$, kde $\vec{t_a} = S_{BC} - A$, $\vec{t_b} = S_{AC} - B$, $\vec{t_c} = S_{AB} - C$.

Výsledky: 11. $\vec{u} = \vec{o}$, 12. $\vec{w} = -3\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{z} = -3\vec{u} + 2\vec{v}$

Lineární kombinace vektorů

Příklad 13.3.14: Je dána krychle $ABCDEFGH$.

(a) V krychli vyznačte vektory $\vec{e_1} = A - D$, $\vec{e_2} = C - D$, $\vec{e_3} = H - D$. Jako lineární kombinaci vektorů $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ zapište vektory:
$\vec{x_1} = G - H$, $\quad \vec{x_2} = B - G$, $\quad \vec{x_3} = G - A$,
$\vec{x_4} = B - S_{AH}$, $\quad \vec{x_5} = F - C$.

Příklad 13.3.14: Je dána krychle $ABCDEFGH$.

(a) V krychli vyznačte vektory $\vec{e_1} = A - D$, $\vec{e_2} = C - D$, $\vec{e_3} = H - D$. Jako lineární kombinaci vektorů $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ zapište vektory:
$\vec{x_1} = G - H$, $\quad \vec{x_2} = B - G$, $\quad \vec{x_3} = G - A$,
$\vec{x_4} = B - S_{AH}$, $\quad \vec{x_5} = F - C$.

(b) Vektory $\vec{x_1}$ až $\vec{x_5}$ z úlohy (a) vyjádřete jako lineární kombinaci vektorů $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, kde $\vec{i} = B - A$, $\vec{j} = C - A$, $\vec{k} = H - A$.

Příklad 13.3.14: Je dána krychle $ABCDEFGH$.

(a) V krychli vyznačte vektory $\vec{e_1} = A - D$, $\vec{e_2} = C - D$, $\vec{e_3} = H - D$.
Jako lineární kombinaci vektorů $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ zapište vektory:
$\vec{x_1} = G - H$, $\vec{x_2} = B - G$, $\vec{x_3} = G - A$,
$\vec{x_4} = B - S_{AH}$, $\vec{x_5} = F - C$.

(b) Vektory $\vec{x_1}$ až $\vec{x_5}$ z úlohy (a) vyjádřete jako lineární kombinaci vektorů $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, kde $\vec{i} = B - A$, $\vec{j} = C - A$, $\vec{k} = H - A$.

Výsledky:
(a) $\vec{x_1} = \vec{e_2}$, $\vec{x_2} = \vec{e_1} - \vec{e_3}$, $\vec{x_3} = -\vec{e_1} + \vec{e_2} + \vec{e_3}$, $\vec{x_4} = \frac{1}{2}\vec{e_1} + \vec{e_2} - \frac{1}{2}\vec{e_3}$,
$\vec{x_5} = \vec{e_1} + \vec{e_3}$.

Příklad 13.3.14: Je dána krychle $ABCDEFGH$.

(a) V krychli vyznačte vektory $\vec{e_1} = A - D$, $\vec{e_2} = C - D$, $\vec{e_3} = H - D$. Jako lineární kombinaci vektorů $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ zapište vektory:
$\vec{x_1} = G - H$, $\vec{x_2} = B - G$, $\vec{x_3} = G - A$,
$\vec{x_4} = B - S_{AH}$, $\vec{x_5} = F - C$.

(b) Vektory $\vec{x_1}$ až $\vec{x_5}$ z úlohy (a) vyjádřete jako lineární kombinaci vektorů $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, kde $\vec{i} = B - A$, $\vec{j} = C - A$, $\vec{k} = H - A$.

Výsledky:

(a) $\vec{x_1} = \vec{e_2}$, $\vec{x_2} = \vec{e_1} - \vec{e_3}$, $\vec{x_3} = -\vec{e_1} + \vec{e_2} + \vec{e_3}$, $\vec{x_4} = \frac{1}{2}\vec{e_1} + \vec{e_2} - \frac{1}{2}\vec{e_3}$,
$\vec{x_5} = \vec{e_1} + \vec{e_3}$.

(b) $\vec{x_1} = \vec{i}$, $\vec{x_2} = -\vec{k}$, $\vec{x_3} = \vec{i} + \vec{k}$, $\vec{x_4} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{k}$, $\vec{x_5} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory
$\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory $\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory
$\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

(a) $\vec{u_1} = (3; 6)$, $\vec{u_2} = (-1; -2)$, $\vec{u_3} = (1; 4)$

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory
$\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

(a) $\vec{u_1} = (3; 6)$, $\vec{u_2} = (-1; -2)$, $\vec{u_3} = (1; 4)$

(b) $\vec{v_1} = (2; -1; 3)$, $\vec{v_2} = (3; 0; 6)$, $\vec{v_3} = (7; -5; 10)$

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory
$\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

(a) $\vec{u_1} = (3; 6)$, $\vec{u_2} = (-1; -2)$, $\vec{u_3} = (1; 4)$

(b) $\vec{v_1} = (2; -1; 3)$, $\vec{v_2} = (3; 0; 6)$, $\vec{v_3} = (7; -5; 10)$

(c) $\vec{w_1} = (0; 6; -2)$, $\vec{w_2} = (2; 4; 6)$, $\vec{w_3} = (-1; 4; -5)$

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory
$\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

(a) $\vec{u_1} = (3; 6)$, $\vec{u_2} = (-1; -2)$, $\vec{u_3} = (1; 4)$

(b) $\vec{v_1} = (2; -1; 3)$, $\vec{v_2} = (3; 0; 6)$, $\vec{v_3} = (7; -5; 10)$

(c) $\vec{w_1} = (0; 6; -2)$, $\vec{w_2} = (2; 4; 6)$, $\vec{w_3} = (-1; 4; -5)$

Výsledky:
15. Lin. závislé, $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c} = \vec{o}$.

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory
$\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

(a) $\vec{u_1} = (3; 6)$, $\vec{u_2} = (-1; -2)$, $\vec{u_3} = (1; 4)$

(b) $\vec{v_1} = (2; -1; 3)$, $\vec{v_2} = (3; 0; 6)$, $\vec{v_3} = (7; -5; 10)$

(c) $\vec{w_1} = (0; 6; -2)$, $\vec{w_2} = (2; 4; 6)$, $\vec{w_3} = (-1; 4; -5)$

Výsledky:
15. Lin. závislé, $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c} = \vec{o}$.
16.(a) Lin. závislé, $\vec{u_1} + 3\vec{u_2} + 0\vec{u_3} = \vec{o}$,
(b) lin. nezávislé,
(c) lin. závislé, $2\vec{w_1} - \vec{w_2} - 2\vec{w_3} = \vec{o}$.