MA0005 Algebra 2, 2. seminář

26. 9. 2019

Náplň cvičení

1. Analytická geometrie – opakování
   - Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory
   - Rovnice přímky
2. Determinant
   - Inverze v permutaci
3. Cramerovo pravidlo

Literatura

- Petáková, J.: *Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Prometheus, 1998. ISBN 978-80-7196-099-7.

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory
$\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory $\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory $\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

(a) $\vec{u_1} = (3; 6)$, $\vec{u_2} = (-1; -2)$, $\vec{u_3} = (1; 4)$

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory
$\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

(a) $\vec{u_1} = (3; 6)$, $\vec{u_2} = (-1; -2)$, $\vec{u_3} = (1; 4)$

(b) $\vec{v_1} = (2; -1; 3)$, $\vec{v_2} = (3; 0; 6)$, $\vec{v_3} = (7; -5; 10)$

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory
$\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

(a) $\vec{u_1} = (3; 6)$, $\vec{u_2} = (-1; -2)$, $\vec{u_3} = (1; 4)$

(b) $\vec{v_1} = (2; -1; 3)$, $\vec{v_2} = (3; 0; 6)$, $\vec{v_3} = (7; -5; 10)$

(c) $\vec{w_1} = (0; 6; -2)$, $\vec{w_2} = (2; 4; 6)$, $\vec{w_3} = (-1; 4; -5)$

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory $\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (4; -4)$, $\vec{c} = (-2; -6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

(a) $\vec{u_1} = (3; 6)$, $\vec{u_2} = (-1; -2)$, $\vec{u_3} = (1; 4)$

(b) $\vec{v_1} = (2; -1; 3)$, $\vec{v_2} = (3; 0; 6)$, $\vec{v_3} = (7; -5; 10)$

(c) $\vec{w_1} = (0; 6; -2)$, $\vec{w_2} = (2; 4; 6)$, $\vec{w_3} = (-1; 4; -5)$

Výsledky:

15. Lin. závislé, $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c} = \vec{o}$.

Lineárně závislé a lineárně nezávislé vektory

Příklad 13.4.15: Dokažte, že vektory
$\vec{a} = (2;2)$, $\vec{b} = (4;-4)$, $\vec{c} = (-2;-6)$ jsou lineárně závislé. Výpočet ověřte obrázkem.

Příklad 13.4.16: Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů.

(a) $\vec{u_1} = (3;6)$, $\vec{u_2} = (-1;-2)$, $\vec{u_3} = (1;4)$

(b) $\vec{v_1} = (2;-1;3)$, $\vec{v_2} = (3;0;6)$, $\vec{v_3} = (7;-5;10)$

(c) $\vec{w_1} = (0;6;-2)$, $\vec{w_2} = (2;4;6)$, $\vec{w_3} = (-1;4;-5)$

Výsledky:
15. Lin. závislé, $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c} = \vec{o}$.
16.(a) Lin. závislé, $\vec{u_1} + 3\vec{u_2} + 0\vec{u_3} = \vec{o}$,
(b) lin. nezávislé,
(c) lin. závislé, $2\vec{w_1} - \vec{w_2} - 2\vec{w_3} = \vec{o}$.

Příklad 14.1.2: Přímka p je dána obecnou rovnicí $2x + 5y - 6 = 0$.

(a) Vyjádřete přímku p parametrickými rovnicemi.

(b) Napište rovnici přímky p ve směrnicovém tvaru.

Rovnice přímky

Příklad 14.1.2: Přímka p je dána obecnou rovnicí $2x + 5y - 6 = 0$.

(a) Vyjádřete přímku p parametrickými rovnicemi.

(b) Napište rovnici přímky p ve směrnicovém tvaru.

Příklad 14.1.4: Napište v parametrickém tvaru rovnici přímky p, která prochází počátkem a je rovnoběžná s přímkou $q: \ 4x - y + 3 = 0$.

Rovnice přímky

Příklad 14.1.2: Přímka p je dána obecnou rovnicí $2x + 5y - 6 = 0$.

(a) Vyjádřete přímku p parametrickými rovnicemi.

(b) Napište rovnici přímky p ve směrnicovém tvaru.

Příklad 14.1.4: Napište v parametrickém tvaru rovnici přímky p, která prochází počátkem a je rovnoběžná s přímkou $q: \; 4x - y + 3 = 0$.

Příklad 14.1.5: Určete obecnou rovnici přímky p, která je kolmá k přímce $q: \; 2x - y + 7 = 0$ a prochází počátkem soustavy souřadnic.

Rovnice přímky

Příklad 14.1.2: Přímka p je dána obecnou rovnicí $2x + 5y - 6 = 0$.

(a) Vyjádřete přímku p parametrickými rovnicemi.

(b) Napište rovnici přímky p ve směrnicovém tvaru.

Příklad 14.1.4: Napište v parametrickém tvaru rovnici přímky p, která prochází počátkem a je rovnoběžná s přímkou $q: \ 4x - y + 3 = 0$.

Příklad 14.1.5: Určete obecnou rovnici přímky p, která je kolmá k přímce $q: \ 2x - y + 7 = 0$ a prochází počátkem soustavy souřadnic.

Příklad 14.1.7: Napište obecnou rovnici přímky p, která prochází bodem $A[-4; 3]$ a je rovnoběžná s přímkou $q: \ 5x - 2y + 6 = 0$.

Rovnice přímky

Příklad 14.1.2: Přímka p je dána obecnou rovnicí $2x + 5y - 6 = 0$.

(a) Vyjádřete přímku p parametrickými rovnicemi.

(b) Napište rovnici přímky p ve směrnicovém tvaru.

Příklad 14.1.4: Napište v parametrickém tvaru rovnici přímky p, která prochází počátkem a je rovnoběžná s přímkou $q: \ 4x - y + 3 = 0$.

Příklad 14.1.5: Určete obecnou rovnici přímky p, která je kolmá k přímce $q: \ 2x - y + 7 = 0$ a prochází počátkem soustavy souřadnic.

Příklad 14.1.7: Napište obecnou rovnici přímky p, která prochází bodem $A[-4; 3]$ a je rovnoběžná s přímkou $q: \ 5x - 2y + 6 = 0$.

Příklad 14.1.9: Určete souřadnici y_M bodu $M[2; y_M]$ tak, aby bod M ležel na přímce AB, kde $A[-3; 5]$, $B[-1; -1]$.

Příklad 14.1.2: Přímka p je dána obecnou rovnicí $2x + 5y - 6 = 0$.

(a) Vyjádřete přímku p parametrickými rovnicemi.

(b) Napište rovnici přímky p ve směrnicovém tvaru.

Příklad 14.1.4: Napište v parametrickém tvaru rovnici přímky p, která prochází počátkem a je rovnoběžná s přímkou $q: \; 4x - y + 3 = 0$.

Příklad 14.1.5: Určete obecnou rovnici přímky p, která je kolmá k přímce $q: \; 2x - y + 7 = 0$ a prochází počátkem soustavy souřadnic.

Příklad 14.1.7: Napište obecnou rovnici přímky p, která prochází bodem $A[-4; 3]$ a je rovnoběžná s přímkou $q: \; 5x - 2y + 6 = 0$.

Příklad 14.1.9: Určete souřadnici y_M bodu $M[2; y_M]$ tak, aby bod M ležel na přímce AB, kde $A[-3; 5]$, $B[-1; -1]$.

Výsledky:

2.(a) $p = \{[3 + 5t; -2t], \; t \in \mathbb{R}\}$, (b) $y = -\frac{2}{5}x + \frac{6}{5}$.

4. $p: \; x = t, \; y = 4t, \; t \in \mathbb{R}$. 5. $x + 2y = 0$. 7. $5x - 2y + 26 = 0$.

9. $y_M = -10$.

Příklad 14.1.11: Napište parametrické rovnice a obecnou rovnici přímky p, která prochází bodem $A[3; -1]$ a je

(a) rovnoběžná s přímkou $q_1: \ 2x + 3y + 7 = 0$,

(b) kolmá k přímce $q_2: \ x - 2y + 4 = 0$,

(c) rovnoběžná s osou x,

(d) kolmá k ose y.

Příklad 14.1.11: Napište parametrické rovnice a obecnou rovnici přímky p, která prochází bodem $A[3; -1]$ a je

(a) rovnoběžná s přímkou $q_1: \ 2x + 3y + 7 = 0$,

(b) kolmá k přímce $q_2: \ x - 2y + 4 = 0$,

(c) rovnoběžná s osou x,

(d) kolmá k ose y.

Výsledky:
(a) $\{[3 - 3t, -1 + 2t], \ t \in \mathbb{R}\}, 2x + 3y - 3 = 0$,
(b) $\{[3 + t, -1 - 2t], \ t \in \mathbb{R}\}, 2x + y - 5 = 0$,
(c), (d) $\{[3 + t, -1], \ t \in \mathbb{R}\}, y + 1 = 0$.

Rovnice přímky

Příklad 14.1.12: Je dán trojúhelník ABC, $A[1;4]$, $B[3;-2]$, $C[-4;-6]$. Určete v parametrickém tvaru rovnici přímky, na které leží

(a) strana c,

(b) výška v_c,

(c) těžnice t_c,

(d) osa úsečky AB.

Rovnice přímky

Příklad 14.1.12: Je dán trojúhelník ABC, $A[1;4]$, $B[3;-2]$, $C[-4;-6]$. Určete v parametrickém tvaru rovnici přímky, na které leží

(a) strana c,

(b) výška v_c,

(c) těžnice t_c,

(d) osa úsečky AB.

Výsledky:

(a) $\{[1+t, 4-3t],\ t \in \mathbb{R}\}$,
(b) $\{[-4+3t, -6+t],\ t \in \mathbb{R}\}$,
(c) $\{[2+6t, 1+7t],\ t \in \mathbb{R}\}$,
(d) $\{[2+3t, 1+t],\ t \in \mathbb{R}\}$.

Determinant

Mějme čtvercovou matici M řádu $n \times n$, kde $n \in \mathbb{N}$.
Co je to determinant matice M?

Determinant

Mějme čtvercovou matici M řádu $n \times n$, kde $n \in \mathbb{N}$.
Co je to determinant matice M?

Determinant

Determinant čtvercové matice M řádu $n \times n$ je číslo, které je dáno vzorcem

$$|M| = \sum_{(j_1, j_2, \ldots, j_n)} (-1)^{N(j_1, j_2, \ldots, j_n)} \cdot a_{1,j_1} \cdot a_{2,j_2} \cdot \ldots \cdot a_{n,j_n}$$

kde $(j_1, j_2, \ldots, j_n)$ je libovolná permutace sloupcových indexů z množiny $\{1, 2, \ldots, n\}$ a $N(j_1, j_2, \ldots, j_n)$ je počet inverzí v dané permutaci.

Determinant

Mějme čtvercovou matici M řádu $n \times n$, kde $n \in \mathbb{N}$.
Co je to determinant matice M?

Determinant

Determinant čtvercové matice M řádu $n \times n$ je číslo, které je dáno vzorcem

$$|M| = \sum_{(j_1, j_2, \ldots, j_n)} (-1)^{N(j_1, j_2, \ldots, j_n)} \cdot a_{1,j_1} \cdot a_{2,j_2} \cdot \ldots \cdot a_{n,j_n}$$

kde $(j_1, j_2, \ldots, j_n)$ je libovolná permutace sloupcových indexů z množiny $\{1, 2, \ldots, n\}$ a $N(j_1, j_2, \ldots, j_n)$ je počet inverzí v dané permutaci.

Důležité otázky:

Co je to permutace konečné množiny $\{1, 2, \ldots, n\}$?
Co je to inverze v dané permutaci?

Inverze v permutaci

Příklad: Mějme matici

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Inverze v permutaci

Příklad: Mějme matici

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Vezměme v každém řádku a každém sloupci matice M jeden prvek, např. $a_{13}, a_{24}, a_{32}, a_{41}$. Sloupcové indexy prvků se prohodily dle permutace $p = (3, 4, 2, 1)$.

Inverze v permutaci

Příklad: Mějme matici

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Vezměme v každém řádku a každém sloupci matice M jeden prvek, např. $a_{13}, a_{24}, a_{32}, a_{41}$. Sloupcové indexy prvků se prohodily dle permutace $p = (3, 4, 2, 1)$.

Inverze permutace

Inverze v permutaci p je dvojice prvků a, b taková, že $a < b$ a zároveň $p(a) > p(b)$.

Inverze v permutaci

Příklad: Mějme matici

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Vezměme v každém řádku a každém sloupci matice M jeden prvek, např. $a_{13}, a_{24}, a_{32}, a_{41}$. Sloupcové indexy prvků se prohodily dle permutace $p = (3, 4, 2, 1)$.

Inverze permutace

Inverze v permutaci p je dvojice prvků a, b taková, že $a < b$ a zároveň $p(a) > p(b)$.

Kolik inverzí najdete v permutaci $p = (3, 4, 2, 1)$?

Inverze v permutaci

Příklad: Mějme matici

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Vezměme v každém řádku a každém sloupci matice M jeden prvek, např. $a_{13}, a_{24}, a_{32}, a_{41}$. Sloupcové indexy prvků se prohodily dle permutace $p = (3, 4, 2, 1)$.

Inverze permutace

Inverze v permutaci p je dvojice prvků a, b taková, že $a < b$ a zároveň $p(a) > p(b)$.

Kolik inverzí najdete v permutaci $p = (3, 4, 2, 1)$?

Celkem 5, např. $p(1) = 3 > 2 = p(3)$.

Geometrický význam inverze

Příklad: Mějme matici

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Geometrický význam inverze

Příklad: Mějme matici

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Které prvky určují hlavní diagonálu? A které vedlejší diagonálu?

Geometrický význam inverze

Příklad: Mějme matici

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Které prvky určují hlavní diagonálu? A které vedlejší diagonálu?

Vezměme opět v každém řádku a každém sloupci matice M jeden prvek, znovu např. $a_{13}, a_{24}, a_{32}, a_{41}$. Propojte tyto prvky čarou, každý s každým.

Geometrický význam inverze

Příklad: Mějme matici

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Které prvky určují hlavní diagonálu? A které vedlejší diagonálu?

Vezměme opět v každém řádku a každém sloupci matice M jeden prvek, znovu např. $a_{13}, a_{24}, a_{32}, a_{41}$. Propojte tyto prvky čarou, každý s každým.

Otázka: Kolik hran má sklon "příbuzný" s vedlejší diagonálou?

Mějme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých:

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1$
$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2$

Cramerovo pravidlo pro soustavy 2 rovnic o 2 neznámých

Řešení této soustavy lze vypočítat takto:

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|}, \quad x_2 = \frac{|A_2|}{|A|},$$

kde následující determinanty spočítáme křížovým pravidlem:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad |A_1| = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} \quad |A_2| = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

Cramerovo pravidlo pro soustavy 3 rovnic o 3 neznámých

Mějme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých:

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1$
$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2$
$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3$

Cramerovo pravidlo pro soustavy 3 rovnic o 3 neznámých

Řešení této soustavy lze vypočítat takto:

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|}, \quad x_2 = \frac{|A_2|}{|A|}, \quad x_3 = \frac{|A_3|}{|A|}$$

kde následující determinanty spočítáme Sarusovým pravidlem:

$$|A_1| = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \ |A_2| = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \ |A_3| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

Cramerovo pravidlo pro soustavy 2 rovnic o 2 neznámých

Pomocí Cramerova pravidla řešte následující soustavy rovnic ([Petáková, 2.16.30]:

(a) $7x - 3y = 15$
$5x + 6y = 27$

(b) $3x + 2y = 20$
$2x + 3y = 20$

(c) $3(x - 2) + 2y = x + y$
$4x + 5(y + x) = 3x - 6$

(e) $x - 5y = 7$
$x - 5y = 6$

(f) $2x - 3y = 5$
$4x - 6y = 10$

Cramerovo pravidlo pro soustavy 2 rovnic o 2 neznámých

Pomocí Cramerova pravidla řešte následující soustavy rovnic ([Petáková, 2.16.30]:

(a) $7x - 3y = 15$
$5x + 6y = 27$

(b) $3x + 2y = 20$
$2x + 3y = 20$

(c) $3(x - 2) + 2y = x + y$
$4x + 5(y + x) = 3x - 6$

(e) $x - 5y = 7$
$x - 5y = 6$

(f) $2x - 3y = 5$
$4x - 6y = 10$

Výsledky: (a) $[3; 2]$, (b) $[4; 4]$, (c) $[9; -12]$, (e) nelze spočítat Cramerovým pravidlem, (f) nelze spočítat Cramerovým pravidlem.

Cramerovo pravidlo pro soustavy 3 rovnic o 3 neznámých

Pomocí Cramerova pravidla řešte následující soustavy rovnic ([Petáková, 2.16.31]:

(a) $$\begin{aligned} x + y + 2z &= -1 \\ 2x - y + 2z &= -4 \\ 4x + y + 4z &= -2 \end{aligned}$$

(b) $$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 15 \\ 7x - y + z &= 9 \\ x + 2y + z &= 9 \end{aligned}$$

(c) $$\begin{aligned} 2x + y - z &= 0 \\ 4x + 2y + z &= 0 \\ x - y + 3z &= 0 \end{aligned}$$

Cramerovo pravidlo pro soustavy 3 rovnic o 3 neznámých

Pomocí Cramerova pravidla řešte následující soustavy rovnic ([Petáková, 2.16.31]:

(a) $$\begin{aligned} x + y + 2z &= -1 \\ 2x - y + 2z &= -4 \\ 4x + y + 4z &= -2 \end{aligned}$$

(b) $$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 15 \\ 7x - y + z &= 9 \\ x + 2y + z &= 9 \end{aligned}$$

(c) $$\begin{aligned} 2x + y - z &= 0 \\ 4x + 2y + z &= 0 \\ x - y + 3z &= 0 \end{aligned}$$

Výsledky: (a) $[1; 2; -2]$, (b) $[2; 4; -1]$, (c) $[0; 0; 0]$.

Cramerovo pravidlo pro soustavy 3 rovnic o 3 neznámých

Pomocí Cramerova pravidla řešte následující soustavy rovnic ([Petáková, 2.16.31]:

(d) $2x - y = 6$
$y + 4z = 8$
$x - z = 1$

(e) $2x + y - z = 0$
$x + y + 2z = 4$
$4x + 3y + 3z = 5$

(f) $3x + 2y + z = 3$
$x + y + z = 2$
$4x + 3y + 2z = 5$

Cramerovo pravidlo pro soustavy 3 rovnic o 3 neznámých

Pomocí Cramerova pravidla řešte následující soustavy rovnic ([Petáková, 2.16.31]:

(d) $$\begin{aligned} 2x - y &= 6 \\ y + 4z &= 8 \\ x - z &= 1 \end{aligned}$$

(e) $$\begin{aligned} 2x + y - z &= 0 \\ x + y + 2z &= 4 \\ 4x + 3y + 3z &= 5 \end{aligned}$$

(f) $$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= 3 \\ x + y + z &= 2 \\ 4x + 3y + 2z &= 5 \end{aligned}$$

Výsledky: (a) $[3; 0; 2]$, (b) nelze spočítat Cramerovým pravidlem, (c) nelze spočítat Cramerovým pravidlem.