

**MA0009, 17. prosince 2019**

Všechna souřadnicová vyjádření jsou vzhledem ke kartézské souřadné soustavě příslušného eukleidovského prostoru.

Každý úkol (+) je hodnocen 6 body; k ústní zkoušce je potřeba aspoň 36 bodů.

---

**1.** Je dána krychle s protilehlými podstavami  $ABCD$  a  $EFGH$ . Dále jsou dány body

$$K = \frac{2}{3}E + \frac{1}{3}F, \quad L = \frac{1}{3}C + \frac{2}{3}G, \quad M = \frac{1}{2}G + \frac{1}{2}H.$$

- + Určete odchylku přímky  $KL$  od roviny  $ABCD$ .
- + Určete zbylý vrchol čtyřúhelníku řezu krychle rovinou  $KLM$ .
- + Určete poměr obsahů trojúhelníků, které tvoří čtyřúhelník řezu a mají společnou stranu  $KL$ .

**2.** Ve čtyřrozměrném prostoru jsou dány afinní podprostory

$$\mathcal{B} = \{[1, -4, 1, -1] + t(1, 2, 0, 1) \mid t \in \mathbb{R}\},$$

$$\mathcal{C} = \{x_1 - x_3 = 2, x_2 = 0, x_1 + x_4 = 4\}.$$

- + Určete vzájemnou polohu  $\mathcal{B}$  a  $\mathcal{C}$ .
- + Určete vzdálenost  $\mathcal{B}$  a  $\mathcal{C}$ .

**3.** V trojrozměrném prostoru jsou dány vektory

$$\mathbf{u} = (2, 3, -1), \quad \mathbf{v} = (1, 6, 0).$$

- + Určete vektorový součin  $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ , odchylku  $\alpha = \angle(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  a ukažte, že platí

$$\|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\| = \|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{v}\| \cdot \sin \alpha.$$

**4.** Je dán lichoběžník se základnami  $AB$  a  $CD$ , jejichž velikosti jsou v poměru 4 : 3.

- + Určete barycentrické souřadnice těžiště lichoběžníku vzhledem k jeho vrcholům.

**5.** Ve vhodném prostoru udejte konkrétní (souřadnicový) příklad...

- + ... lichoběžníku z úlohy **4**.
- + ... dvou mimoběžných podprostorů, které mají společný směr.

**6.** Dokažte, že...

- + ... vlastnost v úloze **3** platí obecně.
- + ... obecné podprostory  $\mathcal{B}$  a  $\mathcal{C}$  mají společný bod právě tehdy, když libovolný vektor  $\overrightarrow{BC}$  (kde  $B \in \mathcal{B}$  a  $C \in \mathcal{C}$ ) patří do součtu zaměření  $\overrightarrow{\mathcal{B}} + \overrightarrow{\mathcal{C}}$ .
- + ... umíte některý z předchozích úkolů řešit jiným způsobem.