11

$\boxed{\text{PŘÍKLADY}}$ (další)

- $\boxed{\mathcal{A} = \mathbb{R}^n}$ $V = \mathbb{R}^n$ ← std. vekt. pr. dim n

$u = (u_1, u_2, \dots)$
$v = (v_1, v_2, \dots)$

$\underbrace{\qquad}$

$u + v = (u_1 + v_1, u_2 + v_2, \dots)$
$a \cdot u = (a u_1, a u_2, \dots)$

↑ vše "po složkách"

std. af. struktura:

$A = [a_1, a_2, \dots]$ lib.
$B = [b_1, b_2, \dots]$

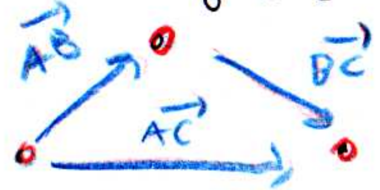
$\overrightarrow{AB} = B - A := (b_1 - a_1, b_2 - a_2, \dots)$

splňují ① a ② → (str. 12)

⟹ af. prostor dim n standardní

OVĚŘENÍ

(1) $B = [b_1, b_2, \dots]$



$C = [c_1, c_2, \dots]$

$A = [a_1, a_2, \dots]$

$\vec{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, \dots)$

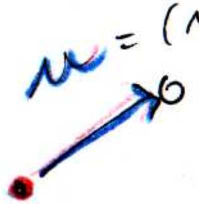
$\vec{BC} = (c_1 - b_1, c_2 - b_2, \dots)$

$\vec{AB} + \vec{BC} = (\cancel{b_1} - a_1 + c_1 - \cancel{b_1}, \dots)$

$\vec{AC} = (c_1 - a_1, c_2 - a_2, \dots)$

OK

(2) $u = (u_1, u_2, \dots)$ lib.



B ?? tak, aby $\vec{AB} = u$??

$A = [a_1, a_2, \dots]$ lib.

ANO, tj. jednoznačně:

$B = [a_1 + u_1, a_2 + u_2, \dots]$

kontrola: $\vec{AB} = B - A =$

$= (\cancel{a_1} + u_1 - \cancel{a_1}, \dots$

$= (u_1, \dots) = u$ ✓

OK

 DALŠÍ PŘÍKLAD .... Z ALGEBRY

- $\mathcal{A}$ = { řešení soustavy lineárních (alg.) rovnic $\begin{array}{l} 2x_1 + x_2 = 3 \\ 3x_1 - x_3 = 4 \end{array}$ }

pro neznámé x_1, x_2, x_3

$= \left\{ \begin{array}{l} x_1 = t \\ x_2 = 3 - 2t \\ x_3 = -4 + 3t \end{array} \;\middle|\; t \in \mathbb{R} \right\}$ ..... dim 1

$= \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \;\middle|\; t \in \mathbb{R} \right\}$

partikul. řeš.

ob. řeš. homog. soustavy

$V = \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + x_2 = 0 \\ 3x_1 - x_3 = 0 \end{array} \right\}$

$$\overset{(t_1=0)}{\check{r}_1 = \begin{bmatrix}0\\3\\-4\end{bmatrix}}, \quad \overset{(t_2=2)}{\check{r}_2 = \begin{bmatrix}2\\-1\\2\end{bmatrix}} \in a$$

$$\check{r}_2 - \check{r}_1 = \begin{pmatrix}2\\-4\\6\end{pmatrix} \in V$$

$$(t_2 - t_1)\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$$

OBECNĚ DEF.:

PRO $\check{r}_1, \check{r}_2 \in a \rightsquigarrow \overrightarrow{\check{r}_1\check{r}_2} := \check{r}_2 - \check{r}_1 \in V$

řešení soust. nehomog. lin. rovnic

"po složkách"

řešení homogenizované soustavy...

DALŠÍ PŘÍKLAD ... Z ANALÝZY

- $\mathcal{A} = \{$ primitivní funkce k funkci $f(x) \}$

$= \{$ řešení lineární dif. rovnice $y' = f(x) \}$

$= \{ y = \int f(x)\,dx = F(x) + C \mid C \in \mathbb{R} \}$

partikulární řešení

obecné řeš. homog. rovnice $y' = 0$

zaměření V

OPĚT:

pro $\check{r}_1, \check{r}_2 \in \mathcal{A} \rightsquigarrow \overrightarrow{\check{r}_1 \check{r}_2} := \check{r}_2 - \check{r}_1 \in V$

rozdíl funkcí

... AFINNÍ PROSTOR dim 1

DALŠÍ OBDOBNÝ PŘÍKLAD !!

- $\boxed{\mathcal{A} = \{\text{řešení lineární diferenciální rovnice } y'' - 4y' + 5y = 10\}}$

→ odhalit afinní strukturu $\mathcal{A}$ …

… vyřešit rovnici :

$$\mathcal{A} = \{\, y(x) = 2 + \underbrace{c_1 e^{2x}\cos x + c_2 e^{2x}\sin x}_{\boxed{\text{zaměření } V}} \mid c_1, c_2 \in \mathbb{R} \,\}$$

partik. řešení

obec. řešení homog. rovnice $y'' - 4y' + 5y = 0$

… dim 2

OPĚT :

$\mathcal{A} \times \mathcal{A} \longrightarrow V$

$\check{r}_1, \check{r}_2 \longmapsto \check{r}_2 - \check{r}_1$

rozdíl funkcí

DŮLEŽITÝ POSTŘEH:

$\mathcal{a}$ … vždy umíme ztotožnit se stand. prostorem $\mathbb{R}^2$:

$$\check{u} = 2 + \underline{c_1}\, e^{2x}\cos x + \underline{c_2}\, e^{2x}\sin x \in \mathcal{a}$$

$$\updownarrow \quad 1:1$$

$$[\underline{c_1}, \underline{c_2}] \in \mathbb{R}^2$$

"souřadnice vektoru v bázi"

… a přísluš. přiřazení si odp.!! $a \times a \to v$

(IZOMORFISMUS AF. prostorů)

↪ viz dále …

ÚVOD, PŘEHLED

AFINNÍ GEOMETRIE

- obecný afinní prostor
- afinní podprostor

 AFINNÍ PODPROSTOR:

obecný af- prostor $\mathcal{A}$

se zaměřením $\vec{\mathcal{A}} = V$

$\mathcal{A} \times \mathcal{A} \to V$

$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A}$ podmnožina je
$\boxed{af}$. podprostor, pokud
je to $\boxed{af.}$ prostor.
(vzhledem ke zděděné struktuře)

zúžení $\mathcal{B} \times \mathcal{B} \to V$

- nevyčerpáme celé V (pokud $\mathcal{B} \subsetneq \mathcal{A}$)
- obraz $\mathcal{B} \times \mathcal{B} \to U \subsetneq V$ není obyč. podmnožina

↑ vekt. podpr!

19

$\mathcal{B} \subseteq a$ af. podpr. je vždy tvaru:

"$\mathcal{B} = B + U$"

dim $\mathcal{B}$:= dim U

partik. prvek $B \in \mathcal{B}$

vekt. podprostor $U \subseteq V$

$$\mathcal{B} = \{ X = B + t_1 u_1 + t_2 u_2 + \dots \mid t_1, t_2 \dots \in \mathbb{R} \}$$

atd.