ÚVOD, PŘEHLED

AFINNÍ GEOMETRIE

- obecný afinní prostor
- afinní podprostor
- afinní zobrazení
- souřadnice, přechody

Důležitý příklad obecného **AFINNÍHO IZOMORFIZMU** máme na str. 17:

$$\mathcal{A} := \{ \text{řešení dif. rovnice } y'' - 4y' + 5y = 10 \}$$

$\mathcal{A} \times \mathcal{A} \to V$ ... "rozdíl funkcí"

$\mathbb{R}^2$ ... std. af. pr.

$\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ ... "po složkách"

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{A} \arrow[d, "1:1"'] & \ni & \check{r} = \boxed{2} + c_1 e^{2x}\cos x + c_2 e^{2x}\sin x \arrow[d, mapsto] \\
\mathbb{R}^2 & \ni & {[c_1, c_2]}
\end{tikzcd}$$

... SOUŘADNICE $\check{r} \in \mathcal{A}$ vzhledem k bázi $(e^{2x}\cos x, e^{2x}\sin x) \in V$ (a "počátku" $\boxed{2} \in \mathcal{A}$)

všechno "po složkách"

$\Downarrow$

diagram na str. 27 komutuje ...!

33

OBECNĚ

- prvky ob. afinního prostoru $\mathcal{A}$ (dim n)

1:1

$$\dots \quad P + \underline{c_1}\, e_1 + \underline{c_2}\, e_2 + \dots\dots$$

$P \in \mathcal{A}$

báze zaměření $V = \vec{\mathcal{A}}$

koeficienty $\in \mathbb{R}$

- prvky std. afinního prostoru $\mathbb{R}^{n}$

$$\dots \quad [\, \underline{c_1}, \underline{c_2}, \dots\dots \,]$$

= souřadnice vzhledem k SOUŘ. SOUSTAVĚ:

- POČÁTEK $P \in \mathcal{A}$
- BÁZE $(e_1, e_2, \dots) \in V$

ZÁVĚRY

- všechny afinní prostory stejné dimenze n jsou IZOMORFNÍ ...
- ... nikoli však kanonicky ...
- ... tato ztotožnění mohou být dána volbou souř. soustav:

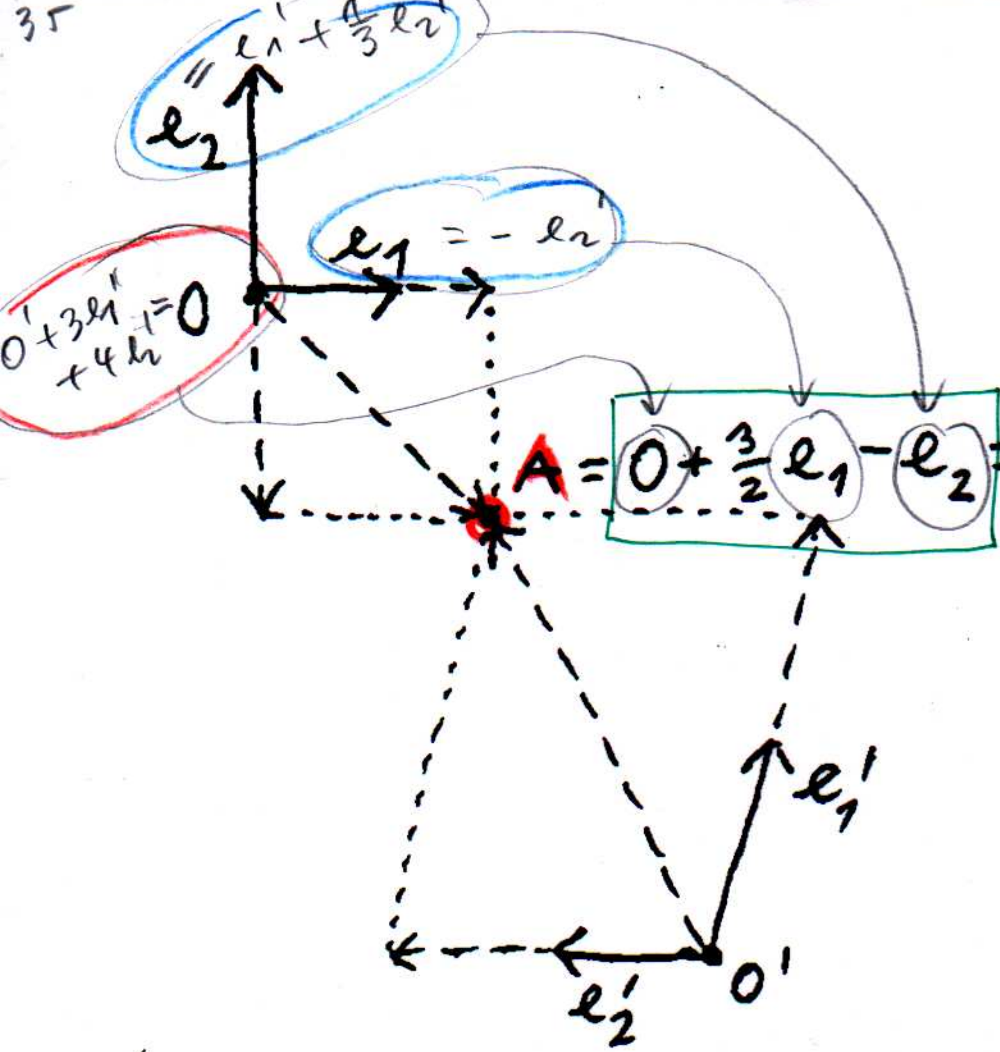
$$\begin{tikzcd} a \arrow[rr, dashed, leftrightarrow] \arrow[dr, leftrightarrow] & & a' \arrow[dl, leftrightarrow] \\ & \mathbb{R}^{n} & \end{tikzcd}$$

- jiná souř. soustava $\Longrightarrow$ jiné SOUŘADNICE

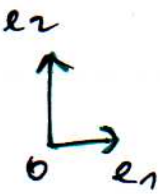
... viz následující příklad $\longrightarrow$

PŘÍKLAD

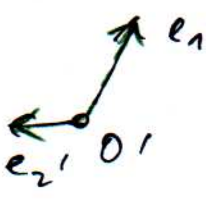
(PŘECHOD)



$$A = O + \frac{3}{2}e_1 - e_2 = O' + 2e_1' + \frac{13}{6}e_2'$$

- souřadnice bodu A vzhledem 

  .... $\boxed{[\frac{3}{2}, -1]}$

- souřadnice bodu A vzhl. 

  .... $[2, \frac{13}{6}]$

- přechod ... ??

(jak rozumně popsat?)

36

$$\underbrace{A = O + \tfrac{3}{2}\, e_1 - e_2}_{} = \overbrace{\cdots}^{O = O' + 3e_1' + 4e_2'} = O' + 2e_1' + \tfrac{13}{6}\, e_2'$$

$$e_1 = 0e_1' - e_2'$$
$$e_2 = 1e_1' + \tfrac{1}{3} e_2'$$

maticově (po složkách)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \tfrac{1}{3} \end{pmatrix} \boxed{\begin{pmatrix} \tfrac{3}{2} \\ -1 \end{pmatrix}} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 2 \\ \tfrac{13}{6} \end{pmatrix}}$$

!?

matice přechodu "od báze (e_1, e_2) k bázi (e_1', e_2')" (nebo naopak)

souř. vektoru $\overrightarrow{O'O}$ vzhledem k bázi (e_1', e_2')

... takto to funguje obecně!

ÚVOD, PŘEHLED

AFINNÍ GEOMETRIE

- obecný afinní prostor
- afinní podprostor
- afinní zobrazení
- souřadnice, přechody
- průnik, sjednocení, součet podprostorů

 ÚVODNÍ POSTŘEHY

- afinní prostor $\mathcal{A}$, zaměření $\vec{\mathcal{A}} = V$
- $\mathcal{B}, \mathcal{C} \subset \mathcal{A}$ ... af. podprostory

---

- průnik $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \subset \mathcal{A}$ ...

  ... je af. podprostor, $\overrightarrow{\mathcal{B} \cap \mathcal{C}} = \vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{C}}$

  (pokud je neprázdný)

  vekt. podprostor!! (víme z lin. algebry)

- sjednocení $\mathcal{B} \cup \mathcal{C} \subset \mathcal{A}$ ...

  ... obecně není af. podpr. (viz např. $\mathcal{B} = \text{bod}$, $\mathcal{C} = \text{bod}$)

  (sjednocení vekt. podpr. není vekt. podpr.!)

- "součet" af. podpr.

  obvyklá definice

  $\mathcal{B} + \mathcal{C} :=$ afinní obal $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$

  $=$ nejmenší af. podpr. obsahující $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$

POZNÁMKY

- Např. B, C .. body $\rightsquigarrow$ $B + C$ =
  - bod, pokud $B = C$
  - přímka, pokud $B \neq C$

  B .. bod, $\mathcal{C}$ .. přímka $\rightsquigarrow$ $B + \mathcal{C}$ =
  - přímka, pokud $B \in \mathcal{C}$
  - rovina, .. $B \notin \mathcal{C}$

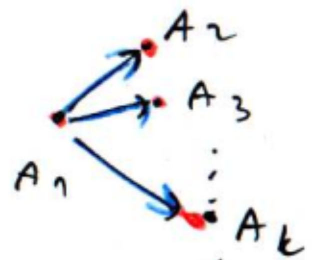
  $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ .. přímky $\rightsquigarrow$ $\mathcal{B} + \mathcal{C}$ =
  - přímka, ... $\mathcal{B} = \mathcal{C}$
  - rovina ... $\mathcal{B} \parallel \mathcal{C}$ (rovnob.)
    ... $\mathcal{B} \times \mathcal{C}$ (různob.)
  - nadprostor dim 3 ... $\mathcal{B} \not\times \mathcal{C}$ (mimob.)

  apod ...

- Body $A_1, A_2, \dots, A_k$ v OBECNÉ POLOZE

  $\Updownarrow$

  $\dim(A_1 + A_2 + \dots + A_k) = k - 1$

  (tj. 

  lin. nezávislé)