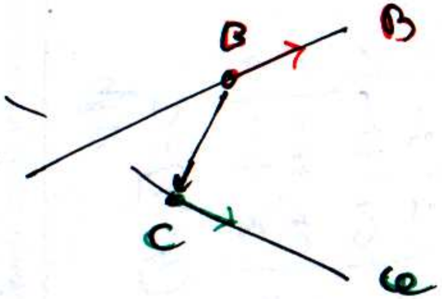
$\boxed{\text{OBECNĚ}}$ ... $\mathcal{B}, \mathcal{C} \subseteq \mathcal{A}$ af. podpr.

$\rightsquigarrow$ součet $\boxed{\mathcal{B}+\mathcal{C} \subseteq \mathcal{A}}$ ... af. podpr. se zaměřením



$$\boxed{\overrightarrow{\mathcal{B}+\mathcal{C}} = \vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}} + \langle \overrightarrow{BC} \rangle}$$

$B \in \mathcal{B}$ $\quad C \in \mathcal{C}$ lib.

$$\dim(\mathcal{B}+\mathcal{C})$$

buď $=$ $\dim \mathcal{B} + \dim \mathcal{C}$ nebo $=$ ... $+1$

přitom zřejmě

$$\boxed{\begin{gathered} \overrightarrow{\mathcal{B}+\mathcal{C}} = \vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}} \\ \Updownarrow \\ \overrightarrow{BC} \in \vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}} \end{gathered}}$$

alg. vztah mezi vektory..

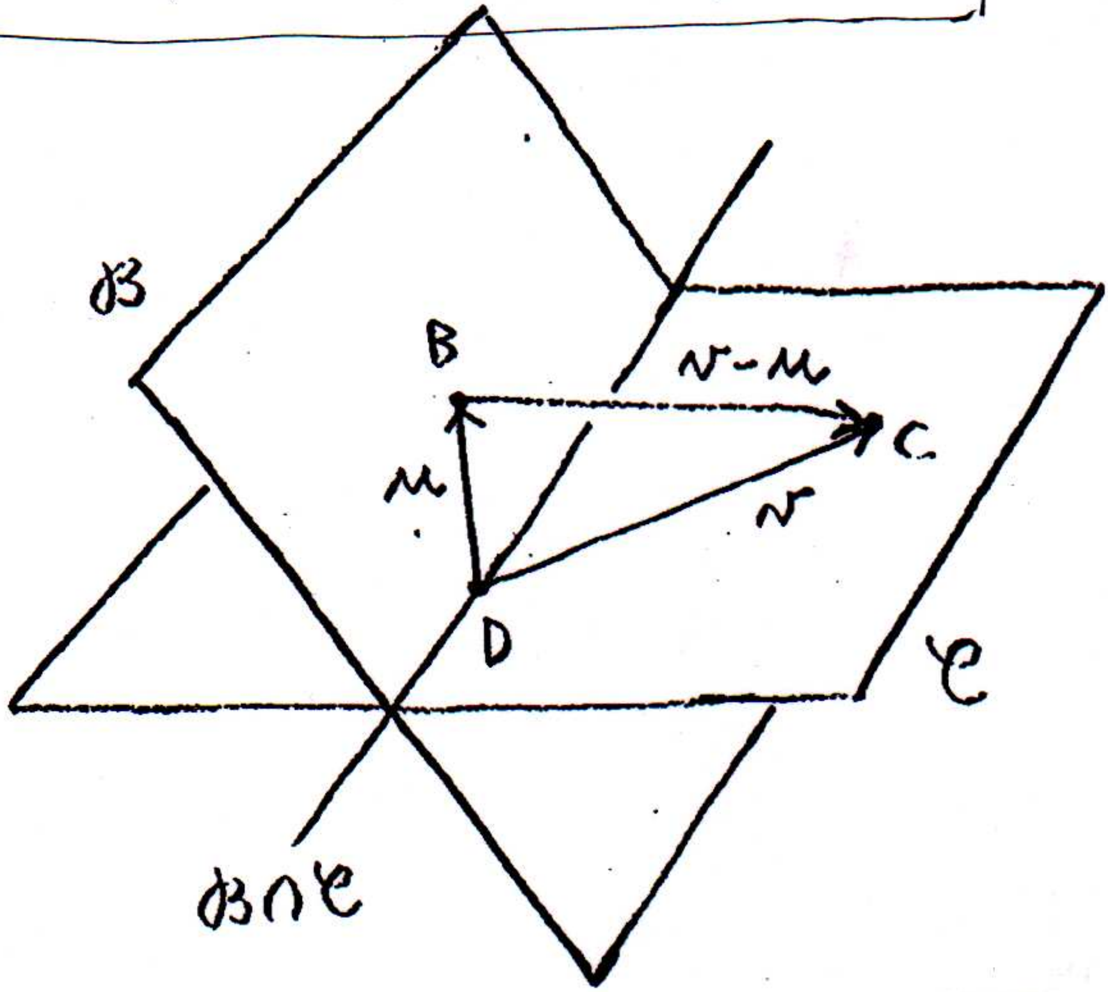
Ukážeme, že obecně

$\vdots$

$\Updownarrow$

$\boxed{\mathcal{B} \text{ a } \mathcal{C} \text{ se protínají}}$ geom. vztah mezi $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$

SOUČTY A PRŮNIKY ...



platí →

$$\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset$$

$$\Updownarrow$$

$$\overrightarrow{\mathcal{B} + \mathcal{C}} = \vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}}$$

$$\Updownarrow$$

$$\overrightarrow{BC} \in \vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}}$$

pro lib. $B \in \mathcal{B}$ a $C \in \mathcal{C}$

41 <u>Důkaz</u>: $\boxed{\mathcal{B}\cap\mathcal{C}\neq\emptyset} \stackrel{??}{\Longrightarrow} \vec{BC}\in\vec{\mathcal{B}}+\vec{\mathcal{C}}$

$\Downarrow$

ať. $D\in\mathcal{B}\cap\mathcal{C}$, tj. $D\in\mathcal{B}$ a $D\in\mathcal{C}$

$\Downarrow$

$\vec{DB}\in\vec{\mathcal{B}}$ a $\vec{DC}\in\vec{\mathcal{C}}$ pro lib. $B\in\mathcal{B}$
$C\in\mathcal{C}$

$\Downarrow$

$$\boxed{\vec{BC} = \vec{BD}+\vec{DC}\in\vec{\mathcal{B}}+\vec{\mathcal{C}}}$$

---

opačně $\boxed{\vec{BC}\in\vec{\mathcal{B}}+\vec{\mathcal{C}}} \stackrel{??}{\Longrightarrow} \mathcal{B}\cap\mathcal{C}\neq\emptyset$

$\Downarrow$

$\vec{BC} = u+v$, kde $u\in\vec{\mathcal{B}}$ a $v\in\vec{\mathcal{C}}$

$\vec{BC} = C - B$

$\Downarrow$

$\underbrace{C - v}_{\in\mathcal{C}} = \underbrace{B + u}_{\in\mathcal{B}}$ ... spol. bod $\mathcal{B}\cap\mathcal{C}$

$\square$

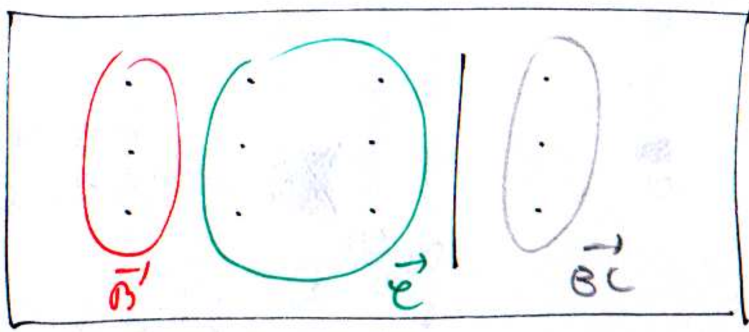
$\boxed{\text{CVIČENÍ}}$ (alt. důkaz věty na s. 40)

$$\mathcal{B} = \{B + t\,\underline{u} \mid t \in \mathbb{R}\}$$

$$\mathcal{C} = \{C + s_1\underline{v_1} + s_2\underline{v_2} \mid s_1, s_2 \in \mathbb{R}\}$$

$\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$ .. $B + t\,\underline{u} = C + s_1\underline{v_1} + s_2\underline{v_2}$

$$t\,\underline{u} - s_1\underline{v_1} - s_2\underline{v_2} = \overrightarrow{BC}$$

(*) 

$\boxed{\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset}$

$\Updownarrow$

soustava má řešení

$\Updownarrow$

$\overrightarrow{BC}$ = lin. kombinace $\underline{u}, \underline{v_1}, \underline{v_2}$

$\Updownarrow$

$\boxed{\overrightarrow{BC} \in \vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}}}$

(viz též Frobeniova věta)

ÚVOD, PŘEHLED

AFINNÍ GEOMETRIE

- obecný afinní prostor
- afinní podprostor
- afinní zobrazení
- souřadnice, přechody
- průnik, sjednocení, součet podprostorů
- vzájemné polohy podprostorů

VZÁJEMNÉ POLOHY OBECNĚ

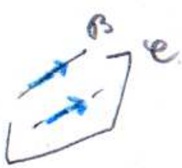
- $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ ... af. podpr. ... $\mathcal{A}$ ← $\boxed{\dim \mathcal{B} \le \dim \mathcal{C}}$
- $\vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{C}} \subseteq \vec{\mathcal{A}}$ ... zaměření

---

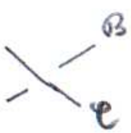
zde stačí obyč. množiny

- INCIDENTNÍ $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{C}$, tj. $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \mathcal{B}$ ← max. možný

- RŮZNOBĚŽNÉ $\mathcal{B} \times \mathcal{C}$ ... $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset$, ale ne maximální



- ROVNOBĚŽNÉ $\mathcal{B} \parallel \mathcal{C}$ ... $\boxed{\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \emptyset \text{ a } \vec{\mathcal{B}} \subseteq \vec{\mathcal{C}}}$ ← zde potřeba af. struktura



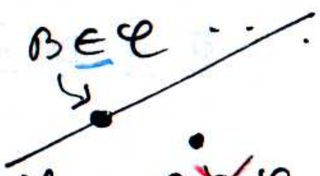
- MIMOBĚŽNÉ $\mathcal{B} \not\times \mathcal{C}$ ... jinak

  (tj. $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \emptyset$ a $\vec{\mathcal{B}} \not\subseteq \vec{\mathcal{C}}$)

POZNÁMKY

* předchozí obecná definice zahrnuje (jako obvykle) jisté triviální případy:

$\mathcal{B}$ = bod



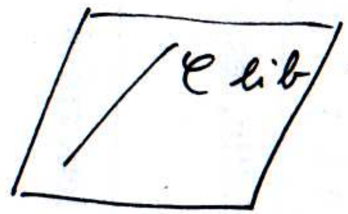
$\mathcal{B} \in \mathcal{E}$ ... INCIDENTNÍ

$\mathcal{E}$ lib.

$\mathcal{B} \notin \mathcal{E}$ ... ROVNOBĚŽNÉ

($\vec{\mathcal{B}} = \{o\} \subseteq \vec{\mathcal{E}}$ lib.)

$\mathcal{B} = \mathcal{A}$



$\mathcal{E}$ lib. ... vždy INCIDENTNÍ

* pro MIMOBĚŽNÉ podpr. se může stát, že sice $\vec{\mathcal{B}} \not\subseteq \vec{\mathcal{E}}$, ani $\vec{\mathcal{B}} \not\supseteq \vec{\mathcal{E}}$, ale $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{E}} \neq \{o\}$ ... mají nějaké společné vektory

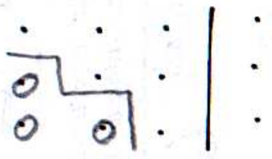
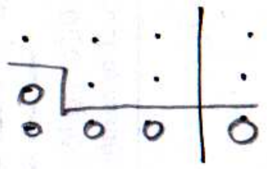
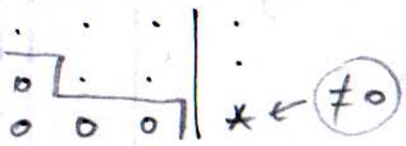
↳ ČÁSTEČNĚ ROVNOBĚŽNÉ

(do dim $\mathcal{A} = 3$ takový příklad nenajdeme)

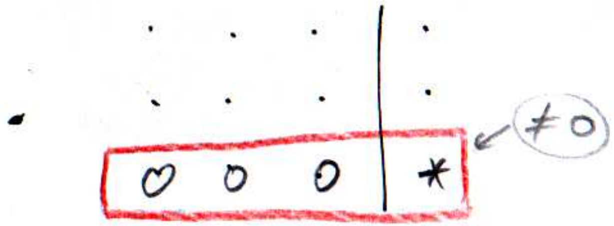
PŘÍKLAD à la 5.42

B, e ⊂ a

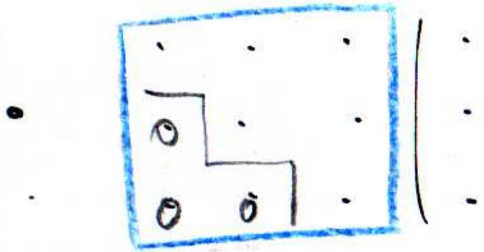
B – dim 1, e – dim 2, a – dim 3

SOUSTAVA (*)	ŘEŠENÍ (B ∩ e)	VZÁJEMNÁ POLOHA
	1 (bod)	B X e
	∞ (přímka)	B ⊂ e
	0	B ∥ e
jiný schod. tvar NENÍ možný	$\Longrightarrow$	na mimoběžnost v 3-dim prostoru NENÍ místo! *

potřebovali bychom současně



aby $\boxed{B \cap C = \emptyset}$



aby $\boxed{\vec{B} \not\subseteq \vec{C}}$

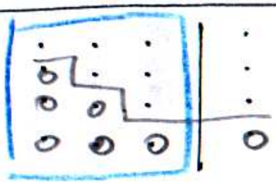
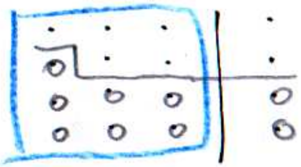
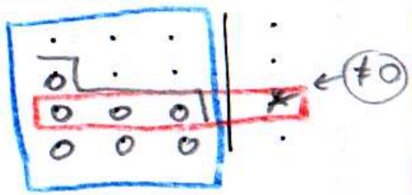
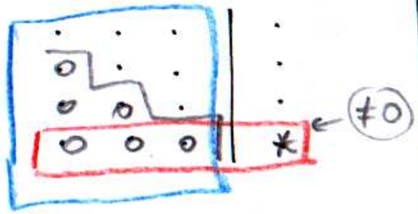
NELZE

47

PŘÍKLAD à la s. 45

$B, \mathcal{E} \subset \mathcal{A}$

B: dim 1, $\mathcal{E}$: dim 2, $\mathcal{A}$: dim 4

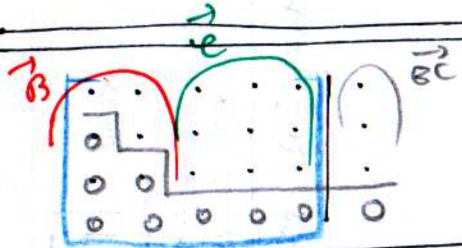
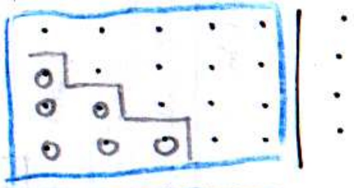
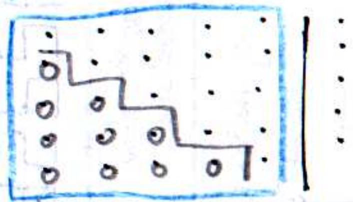
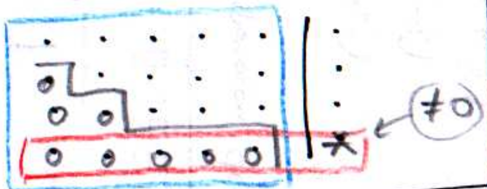
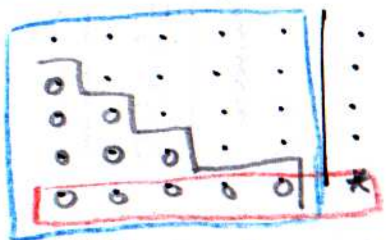
soustava (*)	řešení	vzájemná poloha
	1	$B \times \mathcal{E}$ $B \cap \mathcal{E} \neq \emptyset$ a $\vec{B} \not\subset \vec{\mathcal{E}}$
	∞	$B \subset \mathcal{E}$ $B \cap \mathcal{E} \neq \emptyset$ a $\vec{B} \subset \vec{\mathcal{E}}$
	0	$B \parallel \mathcal{E}$ $\boxed{B \cap \mathcal{E} = \emptyset}$ a $\boxed{\vec{B} \subset \vec{\mathcal{E}}}$
	0	$B \not\times \mathcal{E}$ $\boxed{B \cap \mathcal{E} = \emptyset}$ a $\boxed{\vec{B} \not\subset \vec{\mathcal{E}}}$

hodnost □
nemůže být
menší než 2 (= dim $\mathcal{E}$)

DALŠÍ PŘÍKLAD

$\mathcal{B}, \mathcal{C} \subset \mathcal{A}$

dim 2 dim 3 dim $n \geq 3$

SOUSTAVA (*)	ŘEŠENÍ ($\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$)	VZÁJEMNÁ POLOHA	
	∞^2 (rovina)	$\mathcal{B} \subset \mathcal{C}$	$n \geq 3$
	∞^1 (přímka)	$\mathcal{B} \times \mathcal{C}$	$n \geq 4$
	1 (bod)	$\mathcal{B} \times \mathcal{C}$	$n \geq 5$
	0	$\mathcal{B} \parallel \mathcal{C}$	$n \geq 4$
	0	$\mathcal{B} \times \mathcal{C}$	$n \geq 5$

↑ hodnost □ nemůže být < 3 = dim $\mathcal{C}$