Celá čísla
Reálná čísla

Irena Budínová

Celá čísla

- Záporná čísla v historii: matematikové nepřijali záporná čísla velmi ochotně. Ještě v 18. století někteří významní matematikové, včetně Eulera, bojovali o přijetí záporných čísel do oficiální matematiky.
- Této souvislosti může učitel na ZŠ využít k tomu, aby si uvědomil, že také žáci nebudou mít intuitivní potřebu záporná čísla zavádět.
- Zavedení záporných čísel na ZŠ:
  - Pomocí **krokovacího pásu** (od. 1. stupně ZŠ, od odčítání k záporným číslům)
  - Pomocí **časové osy** (s využitím historických událostí)
- Vyvození **násobení dvou celých čísel** – pomocí distributivního zákona nebo funkčního myšlení.

Mnemotechnické pomůcky pro celá čísla – ano nebo ne?

- Často používaná mnemotechnická pomůcka:

$+\cdot+=+$
$+\cdot-=-$
$-\cdot+=-$
$-\cdot-=+$

- Jaká jsou úskalí této pomůcky?

Absolutní hodnota celého čísla

- Zavedení na ZŠ pomocí geometrického významu absolutní hodnoty.
- **Definice:** Absolutní hodnota celého (reálného) čísla je celé (reálné) číslo, pro které platí:

$$a > 0 \Rightarrow |a| = a$$
$$a = 0 \Rightarrow |a| = 0$$
$$a < 0 \Rightarrow |a| = -a$$

- Uvedená definice není vhodná pro žáky na ZŠ.

- **Příklad:** Dokažte, že pro každá dvě reálná čísla a, b platí:

  $a)|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

  $b)|a + b| \leq |a| + |b|$

  $c)|a| - |b| \leq |a - b|$

  $d)\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

Reálná čísla

- **Objev nesouměřitelnosti úseček:** Pythagorejská škola, 6. – 5. st. př. n. l.
- **Příklad:** Dokažte, že číslo $\sqrt{2}$ není racionální.
- **Číslo $\boldsymbol{\pi}$:** 3. st. př. n. l. Archimedes ze Syrakus, 1761 Lambert dokázal, že π je iracionální, 1882 Lindenmann ukázal, že je navíc transcendentní číslo.
- **Eulerovo číslo $\boldsymbol{e}$:** Objevilo se v 17. století v souvislosti s logaritmem a také v souvislosti s problematikou složeného úrkování.

Reálná čísla na ZŠ

- Na ZŠ se žáci setkají pouze s několika iracionálními čísly - $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi$. Tato čísla jsou ale často zaokrouhlována, tj. $\sqrt{2}$ bývá nahrazována číslem 1,41 a číslo pí číslem 3,14.
- Absence poznatků o iracionálních číslech se projeví v učivu na SŠ a VŠ.
- **S čím se žáci mohou setkat na ZŠ:**
  - odvození hodnoty pí
  - interpolace hodnoty $\sqrt{2}$
  - zakreslování některých iracionálních čísel na číselnou osu

Nekonečno

- 2. pol. 19. st. – Georg Cantor: problematika množin se stejnou mohutností
- **Nekonečná spočetná množina:** množina všech přirozených čísel, lichých čísel, sudých čísel. Jak je to s množinami $\mathbb{Z}$ a $\mathbb{Q}$?
- Množina reálných čísel – **kontinuum**.
- **Kde se setkáme s nekonečnem ve školské matematice?**
  - Přirozených čísel je nekonečně mnoho (ve smyslu vždy můžu 1 přičíst).
  - Polopřímka je nekonečně dlouhá (ve smyslu polopřímku můžu dál a dál prodlužovat, potenciální nekonečno).
  - Na SŠ paradox s Achillem a želvou (nekonečná číselná řada, aktuální nekonečno).
  - Na SŠ v souvislosti s funkčním myšlením.

Možnosti dalšího studia

- Barrow, J. D.: Kniha o nekonečnu. Praha: Paseka, 2007
- Bečvář, J., Bečvářová, M.: Vývoj matematiky jako popularizační stimul. Praha: P3K, 2012
- Crilly, T.: Matematika – 50 myšlenek, které musíte znát. Praha: Slovart, 2010
- Hejný, M.: Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně. Praha: PdF UK, 2014
- Rendl, M., Vondrová, N.: Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů. Praha: UK, 2013