1. Uveďte příklad konečné množiny, spočetné množiny a nespočetné množiny.

2. Vysvětlete, jak ověříte, zda je daná nekonečná množina spočetná.

3. Co je to Cantorova diagonální metoda?

4. Jak nahlížel na srovnávání počtu prvků nekonečných množin Galileo Galiei?

5. Uveďte nějaké formulace toho, co může znamenat nekonečno (u Spinozy, Bolzana, ...)

6. Popište, jak vypadá diskontinuum a určete kardinální číslo této množiny.

7. Zapište symbolicky a dokažte následující tvrzení:

(a) pro množinovou inkluzi platí tranzitivní zákon (množinová inkluze je tranzitivní relace).

(b) Je-li A podmnožinou B, pak sjednocení A a B je rovno B.

(c) Je-li A podmnožinou B, pak průnik A a B je rovno A.

8. Zapište tvrzení symbolicky a uveďte příklad konkrétních množin, které tvrzení splňují (popřípadě zdůvodněte, proč žádné takové množiny neexistují):

(a) Rozdíl množin A a B je roven jejich průniku.

(b)Rozdíl množin A a B je roven jejich sjednocení.

9. Zjistěte, zda platí tyto rovnosti (dokažte nebo uveďte protipříklad):

(a) $(A \setminus B)\setminus C=(A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$

(b) $(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus B$

(c) $(A \cup C) \cap (C \cup B) = (A \cap B) \cup C$

(d) $(A \setminus B) \cap (B \setminus C) = \{\}$

(e) $(A \setminus B) \setminus A = (A \setminus A) \cup (B \setminus B) = \{\}$

(f) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A\setminus C)$

(g) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A\setminus C)$

(h) $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$

10. Určete, kolik prvků mají následující množiny, pokud A má k prvků a B m prvků:

(a) $P(A) \times P(B)$

(b) $P(A \times B)$

(P (M) značí množinu podmnožin dané množiny.)

11. Vysvětlete rozdíly a souvislosti mezi pojmy

(a) *ekvivalence* množin a *rovnost* množin ;

(b) *izomorfismus* množin a *bijekce* mezi množinami;

(c) *uspořádání* a *ekvivalence* na množině;

(d) *řetězec, úplně uspořádaná* množina a *lineárně uspořádaná* množina;

12. Definujte (a) součet (b) součin dvou uspořádaných množin.

13. Vysvětlete pojem *lexikografické uspořádání.*

14. Uveďte příklad uspořádané množiny, která má dva maximální a jeden nejmenší prvek.

15. Sestrojte úplně uspořádanou množinu s nejmenším prvkem, která není dobře uspořádaná.

16. Sestrojte dobré uspořádání na množině (a) celých a (b) racionálních čísel.

17. Dokažte, že jsou-li množiny A \ B a B \ A ekvivalentní, jsou ekvivalentní i množiny A a B.

18. Najděte dvě ekvivalentní množiny A a B takové, že množiny A \ B a B \ A ekvivalentní nejsou.

19. Najděte nespočetnou podmnožinu M množiny reálných čísel takovou, že R \ M je nespočetná.

20. Vysvětlete, co jsou to (a) *algebraická* a (b) *transcendentní* čísla.

21. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá:

(a) Mají-li dvě množiny stejný ordinální typ, mají také stejně prvků.

(b) Mají-li dvě množiny stejně prvků, mají stejný ordinální typ.

(c) Mají-li dvě konečné dobře uspořádané množiny stejný počet prvů, mají stejný ordinální typ.

(d) Mají-li dvě konečné dobře uspořádané množiny stejný počet prvů, mají stejné ordinální číslo.

(e) Mají-li dvě dobře uspořádané množiny stejný počet prvků, mají stejné ordinální číslo.

(f) Každá množina ordinálních čísel je dobře uspořádaná.

22. Navrhněte takové uspořádání množiny přirozených čísel, které není dobré.

23. Definujte *součet* a *součin* ordinálních typů a ordinálních čísel.

24. Jaký je rozdíl mezi ordinálním číslem *limitním* a *izolovaným*?

25. Co víte o *axiomu výběru*?

26. Co je to *hypotéza kontinua*?