

Repetitorium středoškolské matematiky 1

Petra Bušková

Podzim 2019

1 Úprava výrazů

1.1 Vynásobte/vydělte výrazy

- a) $(4b^2 + 2a^2 - 4ab) \cdot (3ab + 2a^2 - 3b^3)$
- b) $(2a^2 - 5b^2 - 3ab) \cdot (ab^2 + 3a^2 - 2a^2b)$
- c) $(4c^2d - 12c^4d^3) : (-4c^2d)$
- d) $(x^2 + 8x + 15) : (x + 3)$
- e) $(m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3) : (m^2 + n^2)$
- f) $(3v^3 - 17v^2 + 21v - 43) : (v^2 - 8v + 15)$

1.2 Rozložte na součin

- a) $(4x - 1)(x + 2) - (12x^2 - 3x) + (7 + x)(4x - 1)$
- b) $(2x + 3)^2 - (x - 1)^2$
- c) $100x^3 - 0,2x^2y + 0,0001xy^2$
- d) $81x^4 - 16y^4$

1.3 Zjednodušte výrazy, uveďte podmínky

- a) $\frac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by}$
- b) $\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}$
- c) $\frac{7}{2x-4} - \frac{3}{x+2} - \frac{12}{x^2-4}$
- d) $\frac{am^2-an^2}{m^2+2mn+n^2} : \frac{am^2-2amn+an^2}{3m+3n}$
- e) $\frac{\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}$

1.4 Částečně odmocněte

- a) $\sqrt{50}$
- b) $\sqrt{240}$
- c) $\sqrt[3]{48}$

$$d) \sqrt{27a^9b^{11}c^{21}} \quad a, b, c \in \mathbf{R}_0^+$$

1.5 Usměrněte zlomky

$$a) \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$b) \frac{1}{\sqrt{3+2}}$$

$$c) \frac{19\sqrt{6}}{5\sqrt{3+3\sqrt{2}}}$$

$$d) \frac{4}{\sqrt[3]{5-1}}$$

2 Lineární rovnice a nerovnice, jejich soustavy

2.1 Řešte rovnice a nerovnice

$$a) 5(2-x) = -5x + 7$$

$$b) x\sqrt{2} - \sqrt{3} = -(\sqrt{3} - x\sqrt{2})$$

$$c) (x-1)^3 + (x-2)^3 + (x-3)^3 = 3(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$d) \frac{x}{2} - \frac{x-\frac{x}{2}}{2} - \frac{x-\frac{x}{2}-\frac{1}{2} \cdot \frac{2+\frac{x}{2}}{2}}{2} = \frac{1}{2}(x - \frac{x}{2})\frac{1}{2}$$

$$e) \frac{4x-7}{2} - \frac{x-4}{6} \geq 2x - 3$$

$$f) \frac{x+1}{x+2} - \frac{4-x}{1-x} \leq 0$$

$$g) \frac{2x^4 - 18x^3 + 54x^2 - 54x}{x^3 - x} > 0$$

$$h) |2x - 5| = 1 - 3x$$

$$i) |2x + 1| \leq |x - 3|$$

$$j) ||x + 1| - 3| = 1$$

2.2 Řešte soustavy rovnic

$$a) \begin{aligned} 7x - 3y &= 15 \\ 5x + 6y &= 27 \end{aligned}$$

$$b) \begin{aligned} 2x - 3y &= 5 \\ 4x - 6y &= 10 \end{aligned}$$

$$c) \begin{aligned} x + y + 2z &= -1 \\ 2x - y + 2z &= -4 \\ 4x + y + 4z &= -2 \end{aligned}$$

2.3 Řešte rovnice a jejich soustavy s parametry

$$a) \frac{2-a}{a} = \frac{2}{x-1}, \quad a \in \mathbf{R}$$

$$b) \frac{m}{x} - \frac{4}{mx} = 1 - \frac{2}{m}, \quad a \in \mathbf{R}$$

$$c) \begin{aligned} x + (b-1)y &= 1 \\ (b+1)x + 3y &= -1 \quad b \in \mathbf{R} \end{aligned}$$

- 2.4 Určete, pro která $a \in \mathbf{R}$ má rovnice záporný kořen. $\frac{x}{x-a} = a + 1$
- 2.5 Pro která $a \in \mathbf{R}$ má soustava rovnic za řešení uspořádanou dvojici, jejíž první prvek je kladný a druhý záporný?
 $ax - 2y = 3$
 $3x + ay = 4$

3 Kvadratické rovnice a nerovnice, další typy rovnic a nerovnic

3.1 Řešte kvadratické rovnice a nerovnice

- a) $3x^2 - 7x + 2 = 0$
 b) $5x^2 - 2x + 2 = 0$
 c) $4x^2 + 4x + 1 = 0$
 d) $x^2 + (2\sqrt{3} + 1)x + 3 + \sqrt{3} = 0$
 e) $2x - x^2 \geq 2 - x$

3.2 Podle plánu měl dělník vyrobit za určitý počet dní 540 výrobků. První čtyři dny pracoval podle plánu. Pak na základě nové technologie vyrobil každý den o 12 výrobků více a tak již dva dny před termínem překročil původní plán o tolik výrobků, kolik jich měl podle plánu vyrobit za jeden den. Určete, kolik výrobků měl podle plánu dělník vyrobit denně.

3.3 Určete kvadratickou rovnici, která má kořeny a) o 3, b) 3x větší, než rovnice $x^2 - 9x + 15 = 0$. Kořeny zadané rovnice nepočítejte.

3.4 V rovnici $2x^2 - 7x + c$ určete c tak, aby byl jeden kořen rovnice 3.

3.5 Řešte rovnice

- a) $\sqrt{5x+4} - \sqrt{2x-1} = \sqrt{3x+1}$
 b) $\sqrt{x+3} - 4\sqrt{1-x} = 1 + \sqrt{x}$

3.6 Řešte rovnice s parametrem

- a) $\sqrt{x^2 + b^2} - b = x, \quad b \in \mathbf{R}$
 b) $px^2 + (2p+3)x + p + \frac{3}{4} = 0, \quad p \in \mathbf{R}$

3.7 Určete všechny hodnoty parametru $p \in \mathbf{R}$, pro něž má rovnice $x^2 + 2(p-4)x + p^2 + 6p = 0$

- a) reálné kořeny
 b) oba kořeny kladné
 c) oba kořeny záporné
 d) Jeden kořen kladný a druhý záporný