

Repetitorium středoškolské matematiky 1

Petra Bušková

Podzim 2019, 2. část

1 Goniometrické rovnice a nerovnice

1.1 Řešte goniometrické rovnice a nerovnice

- a) $\sin x = -0,5$
- b) $\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$
- c) $2 \sin(3x + \pi) = 1$
- d) $\sin 2x = \cos 3x \sin 2x$

1.2 Řešte goniometrické rovnice (vzorce)

- a) $2 \sin^2 x + 7 \cos x - 5 = 0$
- b) $\tan 2x \cot x = \cot 2x \tan x$
- c) $\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = 2 \cos 2x$
- d) $\frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x = 1$
- e) $5^{\tan x} 5^{\cot x} = 25$
- f) $\cos 2x + \sin x = 0$
- g) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$

2 Logaritmické a exponenciální rovnice a nerovnice

2.1 Řešte exponenciální rovnice

- a) $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{40}{3}$
- b) $3(4^x + 9^{x+1}) = 2(3 \cdot 4^{x+1} - \frac{9^{x+1}}{4})$
- c) $2^{x+7} \sqrt{4^{13-x}} = 1024$
- d) $6^x - 6^{1-x} = 5$
- e) $3^{4x} - 3^{2x+2} = -9 + 3^{2x}$
- f) $(\frac{1}{3})^{\frac{1+x}{1-x}} > 243$

2.2 Řešte logaritmické rovnice a nerovnice

- a) $\log(x+1) + \log(x-1) - \log(x-2) = \log 8$
- b) $\log(x^3+1) - \log 7 - \log x = \log(x+1) - \log 6$
- c) $\frac{3^{x-6}}{3^{5-2x}} = \frac{\log 27}{\log 3}$
- d) $2^x \cdot 3^{3x} = 4^{x-1}$
- e) $x^{\log x} = 100x$
- f) $1 \leq \frac{2 \log_3 x + 3}{3} < \frac{5}{3}$
- g) $\log|x+1| < 1$
- h) $6 \cdot 6^x + \frac{6}{6^x} = 13$
- i) $\log_x 3 \cdot \log_{\frac{x}{3}} 3 = \log_{\frac{x^2}{9}} 3$
- j) $\log x^{2 \log \sqrt{x}} + \log \frac{1}{x^2} = 3$

2.3 Řešte soustavy rovnic

- a) $2^x \cdot 4^y = 8\sqrt{2}$
 $\ln(x+y) = 0$
- b) $\log_5 x + 3^{\log_3 y} = 7$
 $x^y = 5^{12}$

3 Řešení

- 1.1
 - a) $K = \{\frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi\}, k \in \mathbf{Z}$
 - b) $K = \langle \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi \rangle, k \in \mathbf{Z}$
 - c) $K = \{-\frac{5\pi}{18} + \frac{2}{3}k\pi; -\frac{\pi}{18} + \frac{2}{3}k\pi\}, k \in \mathbf{Z}$
 - d) $K = \{\frac{k}{2}\pi; \frac{2}{3}k\pi\}, k \in \mathbf{Z}$
- 1.2
 - a) $K = \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi\}, k \in \mathbf{Z}$
 - b) $K = \{\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{2\pi}{3} + k\pi\}, k \in \mathbf{Z}$
 - c) $K = \{\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{7\pi}{12} + k\pi; \frac{11\pi}{12} + k\pi\}, k \in \mathbf{Z}$
 - d) $K = \mathbf{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}, k \in \mathbf{Z}$
 - e) $K = \{\frac{\pi}{4} + k\pi\}, k \in \mathbf{Z}$
 - f) $K = \{\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi\}, k \in \mathbf{Z}$
 - g) $K = \{(2k+1)\frac{\pi}{2}; (2k+1)\pi; \frac{2k\pi}{5}\}, k \in \mathbf{Z}$
- 2.1
 - a) $K = \{-1\}$
 - b) $K = \{-\frac{1}{2}\}$
 - c) $K = \{-2\}$
 - d) $K = \{1\}$

- e) $K = \{0; 1\}$
- f) $K = (1; \frac{3}{2})$
- 2.2 a) $K = \{3; 5\}$
- b) $K = \{\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\}$
- c) $K = \{4\}$
- d) $K = \{\frac{\log 4}{\log 2 - \log 27}\}$
- e) $K = \{0, 1; 100\}$
- f) $K = \langle 1; 10 \rangle$
- g) $K = (-11; -1) \cup (-1; 9)$
- h) $K = \{\frac{\log 3 - \log 2}{\log 6}, \frac{\log 2 - \log 3}{\log 6}\}$
- i) $K = \{9\}$
- j) $K = \{0, 1; 1\,000\}$
- 2.3 a) $K = \{[-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}]\}$
- b) $K = \{[125; 4]; [625; 3]\}$