

1.  $s_{100} = \frac{100}{b}(a - 100)$ ;  $b < 0$ . 2. Osm prvních členů;  $a_1 = 99$ . 3.  $a_1 = 81/8$ ;  $n = 28$ . 4.  $a_6 = 15$ ;  $a_{33} = -66$ . 5. 2, 4, 6, 8, 10, ..., 10, 8, 6, 4, 2, ... 6.  $a_1 = 20$ ;  $d = -4$ . 7. 1, 2, 3 a -1, -2, -3. 8.  $a_1 = 20$ ;  $d = -2$ . 9.  $a_1 = -3$ ;  $n = 27$  nebo  $a_1 = 4$ ;  $n = 12$ . 10.  $312 \text{ cm}^3$ . 11.  $18^\circ 35'$ ;  $60^\circ$ ;  $101^\circ 25'$ . 12.  $a_1 = 3$ ;  $d = 4$  nebo  $a_1 = 27$ ;  $d = -20$ . 13. -5, 15, 35 a 35, 15, -5. 14.  $a_1 = 2$ ;  $n = 5$ . 15.  $n = 10$ . 16.  $a_1 = 1$ ;  $q = 3$  nebo  $a_1 = 3$ ;  $q = 1/3$ . 17. 5, 10, 20, 40, 80, 160, 320, 640. 18.  $s_{10} = 2557$ , 5. 19.  $a_1 = 2d^2$ ;  $q = \pm 3$ . 20.  $a_1 = 1$ ;  $q = 2$  nebo  $a_1 = -3$ ;  $q = -2$ . 21.  $a_1 = 1$ ;  $q = 2$  nebo  $a_1 = 8$ ;  $q = 1/2$ . 22. 27. 23. 3 cm; 6 cm; 12 cm. 24. 12, 6, 3 nebo 3, 6, 12. 25. Každá geometrická posloupnost s kvocientem  $q = 2$ . 26.  $x \neq k \cdot \pi/2$ ;  $s = \text{tg}^2 x + \text{cotg}^2 x$ . 27.  $s_{10} = \frac{3069}{256}$ . 28.  $6 + 2 + 2/3 + 2/9 + \dots$ . 29.  $s = 3/2$ . 30.  $x = 6$ . 31.  $x_1 = 1/2$ ;  $x_2 = -5/7$ . 32.  $x_1 = 4$ ;  $x_2 = -3$ . 33.  $2a^2$ . 34.  $\frac{\pi a^2}{9}$ . 35.  $9a^2$ .

1. Určete součet prvních  $s_{10}$  členů posloupnosti  $\left\{ \frac{a+1-2n}{b} \right\}$ ,  $b \neq 0$ . Pro která čísla  $b$  je tato posloupnost rostoucí?  
 2. Aritmetická posloupnost má diferencí  $d = -12$  a  $n$ -tý člen  $a_n = 15$ . Kolik prvních členů této posloupnosti má součet  $s_n = 456$ ? Kterému číslu je roven první člen?  
 3. V aritmetické posloupnosti s diferencí  $\frac{21}{4}$  je součet  $n$  členů 2268. Poslední člen je patnáctásobkem prvního. Určete první člen a počet členů.  
 4. V aritmetické posloupnosti, jejíž první člen  $a_1 = 30$  a diference  $d = -3$ , určete člen, který se rovná  $\frac{1}{8}$  součtu všech členů předcházejících.  
 5. Součet prvních pěti členů aritmetické posloupnosti je 30. Součet jejich druhých mocnin je 220. Určete tuto posloupnost.  
 6. Ve které aritmetické posloupnosti platí  $s_5 = s_6 = 60$ .

7. Určete tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti s diferencí rovnou polovině prostředního členu, víte-li, že jejich součin se rovná jejich součtu.  
 8. Určete aritmetickou posloupnost, jestliže součet prvních čtyř členů je 68, součet posledních čtyř členů je -36 a součet všech členů je 68.  
 9. Součet prvních  $n$  členů aritmetické posloupnosti s diferencí  $\frac{1}{2}$  je 81. Přidají-li se ještě další 4 členy, vzroste součet o 43. Určete tuto posloupnost.  
 10. Velikosti hran kvádrů jsou tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Součet délek všech hran je ~~36~~  $36 \text{ cm}$  a plošný obsah povrchu kvádrů je  $334 \text{ cm}^2$ . Určete objem kvádrů. ~~24~~  $24$

11. Vnitřní úhly trojúhelníka tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Jak jsou velké, je-li součet jejich kosinů  $\frac{5}{4}$ ?  
 12. Součet prvních tří členů aritmetické posloupnosti je 21. Zvětšíme-li druhý člen o 2 a třetí o 16, obdržíme první tři členy geometrické posloupnosti. Najděte aritmetickou posloupnost.  
 13. Tři čísla o součtu 45 jsou po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Přičteme-li k prvnímu a třetímu z nich 10, obdržíme tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Určete tato tři čísla.  
 14. V geometrické posloupnosti je  $q = -0,5$ ,  $a_n = 0,125$ ,  $s_n = 1,375$ . Určete  $n$  a první člen  $a_1$ .  
 15. V geometrické posloupnosti je dáno:  $a_1 + a_5 = 51$ ,  $a_2 + a_6 = 102$ . Pro které  $n$  je  $s_n = 3069$ ?  
 16. V geometrické posloupnosti je součet prvních dvou členů 4, součet jejich druhých mocnin 10. Určete tuto posloupnost.  
 17. Mezi čísla 5 a 640 vložte kolik čísel, aby vznikla geometrická posloupnost, v níž součet vložených čísel je 630.

18. Jak velký je součet prvních desíti členů geometrické posloupnosti, jejíž členy  $a_2, a_3, a_4$  vzniknou přičtením-ik čísel 2, 7, 17 k též číslu.
19. V sedmičlenné geometrické posloupnosti je součet prvních tří členů 26 a posledních tří 2106. Určete tuto posloupnost.

20. V osmičlenné geometrické posloupnosti je součet prvních čtyř členů 15, druhých čtyř 240. Určete tuto posloupnost.

21. V geometrické posloupnosti je součet prvních čtyř členů 15 a součet prvních a čtvrtého členu 9. Určete tuto posloupnost.

22. Kvádr, jehož délky hran tvoří geometrickou posloupnost, má povrch  $S = 78$  a součet délek hran vycházejících z téhož vrcholu je 13. Určete jeho objem  $V$ .

23. Sousední hrany kvádrů o objemu  $216 \text{ cm}^3$  a povrchu  $252 \text{ cm}^2$  tvoří geometrickou posloupnost. Určete jejich délky.

24. Určete tři kladná čísla tak, aby byla za sebou jdoucími členy geometrické posloupnosti, včle-li, že jejich součet je 21 a součet jejich převrácených hodnot je  $\frac{7}{12}$ .

25. Která geometrická posloupnost má tu vlastnost, že součet prvních deseti členů je 33 krát větší než součet prvních pěti členů?

26. Zjistěte, pro které  $x$  je možno určit součet řady  

$$\sin^2 x + \cos^2 x + \sin^4 x + \cos^4 x + \sin^6 x + \cos^6 x + \dots$$
a potom určete tento součet.

27. Součet řady  $a + aq + aq^2 + \dots$  je 12. Součet řady  $a^2 + a^2q^2 + a^2q^4 + \dots$  je 48. Určete součet prvních deseti členů prvé řady.

28. Součet nekonečné konvergentní geometrické řady je 9, součet druhých mocnin všech jejích členů je rovná 40, 5. Najděte tuto řadu.

29. V nekonečné konvergentní geometrické řadě je součet prvních tří členů  $\frac{19}{18}$  a jejich součin  $\frac{1}{27}$ . Jak velký je součet řady?

30. V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} + \frac{8}{x^3} + \dots = \frac{4x-3}{3x-4}$$

31. V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$\frac{5}{3} = x + 3x^2 + x^3 + 3x^4 + x^5 + 3x^6 + \dots$$

32. V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$\frac{3}{x} - \frac{6}{x^2} + \frac{12}{x^3} - \dots = \frac{x}{x+4}$$

33. Do čtverce o straně  $a$  je vepsán čtverec s vrcholy ve středech stran daného čtverce. Do tohoto čtverce je stejným způsobem vepsán další čtverec atd. Určete součet obsahů všech čtverců.

34. Do rovnostranného trojúhelníka o délce strany  $a$  je vepsán kruh, do kruhu je vepsán rovnostranný trojúhelník, do tohoto trojúhelníka je vepsán další kruh atd. Vypočítejte součet obsahů všech takto vzniklých kruhů.

35. Do krychle o hraně  $a$  je vepsána koule, do koule krychle, do ní opět koule atd. K čemu se blíží součet povrchů všech krychlí?

#### 4.4 Analytická geometrie

1. Jsou dány body  $A[1; -2; -2], B[2; -1; -1], C[0; 2; -2]$ . Určete:

a) bod  $C'$ , který je souměrný s bodem  $C$  podle přímky  $AB$ ,