

Posloupnosti - Fibonacciho posloupnost

Příklad 1. Dokažte, že $\cos 72 = \frac{1}{2\varphi}$

Příklad 2. Dokažte, že $\varphi \cdot \bar{\varphi} = -1$

Příklad 3. Dokažte, že $\varphi + \bar{\varphi} = 1$

Příklad 4. Dokažte, že $\varphi^{-1} = \varphi - 1$

Příklad 5. Dokažte, že $\varphi^2 = \varphi + 1$

Příklad 6. Dokažte, že $\varphi^3 = \frac{\varphi+1}{\varphi-1}$

Příklad 7. Dokažte, že $\varphi = \frac{\varphi^3+1}{\varphi^3-1}$

Příklad 8. Vyjádřete zlomky $\frac{44}{13}$ a $\frac{38}{17}$ jako řetězový zlomek.

Příklad 9. Určete, čemu je rovno

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

Příklad 10. Uvažujme úsečku AB . Sestrojme bod D tak, aby $|BD| = \frac{1}{2}|AB|$ a $AB \perp BD$. Na úsečce AD sestrojme bod E tak, aby $|DE| = |BD|$. Konečně na úsečce AB sestrojme bod C tak, aby $|AE| = |AC|$. Dokažte, že bod C dělí úsečku AB v poměru zlatého řezu.

Příklad 11. Uvažujme zlatý obdélník $ABCD$ (strany jsou v poměru zlatého řezu). Označme E, F paty kolmic z bodů A, C na úhlopříčku BD . Dokažte, že $|AE| = |EF| = |FC|$.

Příklad 12. Dokažte, že v pravidelném pětiúhelníku je poměr délky úhlopříčky a délky strany roven zlatému řezu.

Příklad 13. Dokažte, že pro každé přirozené číslo n , $n > 2$ platí

$$\sum_{i=1}^n F_i = F_{n+2} - 1$$

Příklad 14. Dokažte, že pro každé přirozené číslo n , $n > 2$ platí

$$\sum_{i=1}^n F_{2i-1} = F_{2n}$$