

Zobrazení dvourozměrných dat, korelační koeficient

Mgr. Zuzana Szabó Lenhartová

Dvourozměrná analýza

Období vztahy mezi dvěma proměnnými
Do jaké míry jedna proměnná ovlivňuje druhou proměnnou?

Proč jsou vztahy proměnných důležitý?
- jaké proměnné ovlivňuje druhou?
- jaké proměnné ovlivňuje druhou?
- jaké proměnné ovlivňuje druhou?
- jaké proměnné ovlivňuje druhou?



Číselná a vizuální prezentace

Číselná prezentace
- tabulka
- graf

Vizuální prezentace
- grafy
- tabulky

Kontingenční tabulka

Tabulka, která ukazuje vztahy mezi dvěma proměnnými.
- tabulka
- graf

Bodyový graf - scatterplot

Bodyový graf ukazuje vztahy mezi dvěma proměnnými.
- graf
- tabulka

Různé podoby vztahu mezi dvěma proměnnými

Různé podoby vztahu mezi dvěma proměnnými.
- grafy
- tabulky

Korelace

Standardizovaný sdílený rozptyl

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Pearsonův součinný, momentový koeficient korelace

- 1) měří intenzitu a výši (směr) vztahu
- 2) měří sílu vztahu (hodnoty se pohybují od -1 do 1)
- 3) je vhodný pro úzké normálně rozdělených proměnných (úzký a normální)
- 4) vyjadřuje posudek silnosti (směru) vztahu

Nabývá hodnot v mezích -1 až 1
0 = žádný vztah
1(-1) = dokonalý (kladný/záporný) vztah

Korelace nepropojuje funkční vztah dvou proměnných, ale pouze jeho směr a sílu.

1. Měří sílu vztahu (korelační koeficient) a) 0,95 b) 0,99 c) -0,77 d) 0,11 e) 1,05
2. Při reprezentativní vzorku (n = 15, 33, 30, 41 a 50) je nejvyšší pravděpodobnost, že rozdíl mezi průměry vzorků je menší než rozdíl mezi průměry populací (p = 0,05) a) 0,05 b) 0,10 c) 0,15 d) 0,20 e) 0,25
3. Korelace mezi X a Y je 0,85. Koeficient korelace mezi X a Y je 0,85. Koeficient korelace mezi X a Y je 0,85.

Lineární regrese

Lineární regrese je metoda, která umožňuje odhadnout hodnotu jedné proměnné na základě hodnoty druhé proměnné.

Lineární regrese je metoda, která umožňuje odhadnout hodnotu jedné proměnné na základě hodnoty druhé proměnné.

Zobrazení dvourozměrných dat, korelační koeficient

Mgr. Zuzana Szabó Lenhartová

Dvourozměrná analýza

Období vzhledu nebo délky praporek
Do jaké míry je třeba považovat vzhledy žluté praporek za problém?

Proč jsou vzhledy praporek (žluté)?
- jsou praporek (vzhledy žluté) vzhledy žluté praporek?
- jaké jsou vzhledy žluté praporek?
- jaké jsou vzhledy žluté praporek?
- jaké jsou vzhledy žluté praporek?



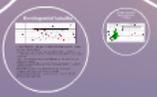
Číselná a vzhledná proměnná

Číselná proměnná
- číselná proměnná
- číselná proměnná
- číselná proměnná

Vzhledná proměnná
- vzhledná proměnná
- vzhledná proměnná
- vzhledná proměnná

Kontingenční tabulka

Kontingenční tabulka
- kontingenční tabulka
- kontingenční tabulka
- kontingenční tabulka



Bodyový graf - scatterplot

Bodyový graf - scatterplot
- bodyový graf
- bodyový graf
- bodyový graf

Různé podoby vztahu mezi dvěma proměnnými

Různé podoby vztahu mezi dvěma proměnnými
- různé podoby vztahu
- různé podoby vztahu
- různé podoby vztahu

Korelace

Standardizovaný sdílený rozptyl

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Pearsonův součinný, momentový koeficient korelace

- 1) měří intenzitu a výši (směr) vztahu
- 2) měří výskyt odchylek hodnot na vztahu
- 3) je vhodný pro úzké normálně rozdělených proměnných (úzký a symetrický)
- 4) vyjadřuje posudek silnosti (směru) vztahu

Nahý koeficient vztahu -1 až 1
0 = žádný vztah
1(-) = obklopený kladný (záporný) vztah

Korelace nepropojuje funkční vztah dvou proměnných, ale pouze jeho směr a sílu.

1. Měří sílu vztahu (korelační koeficient) a) 0,95 b) 0,99 c) -0,77 d) 0,1 e) 1,05
2. Při reprezentativním vzorku (n = 15, 33, 30, 41 a 50) je nejvyšší pravděpodobnost, že rozdíl mezi vzorkem a populací bude menší než 5%.
3. Korelace mezi X a Y je 0,85. Koeficient korelace mezi X a Y je 0,85. Koeficient korelace mezi X a Y je 0,85.

Lineární korelační koeficient

Lineární korelační koeficient
- lineární korelační koeficient
- lineární korelační koeficient

Lineární korelační koeficient

Lineární korelační koeficient
- lineární korelační koeficient
- lineární korelační koeficient

Dvourozměrná analýza

- zkoumá vztahy mezi dvěma proměnnými
- **Do jaké míry jedna proměnná ovlivňuje druhou proměnnou?**

Př.

- Predikuje intelekt akademický úspěch?
- Mají dobří češtináři i dobré známky z matematiky?

"Jedna proměnná ovlivňuje druhou=

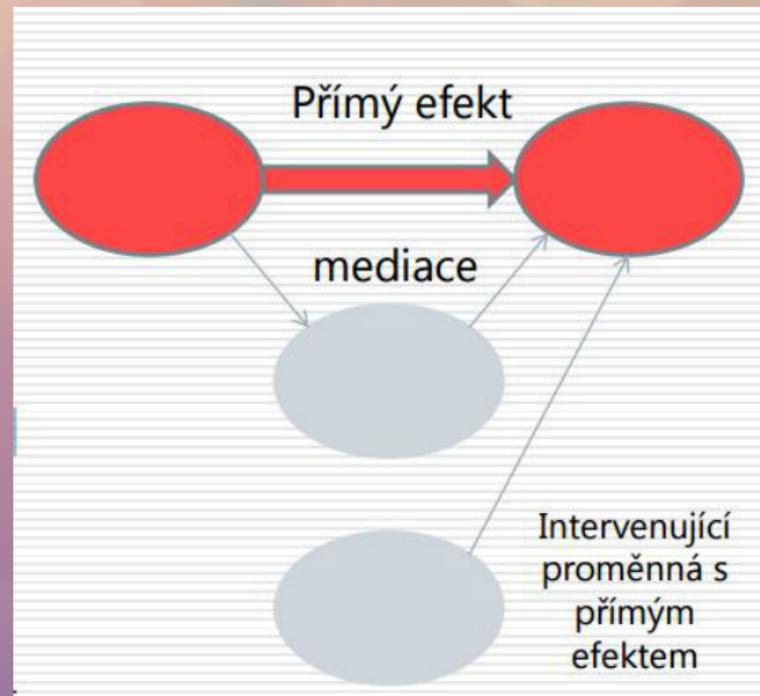
- mezi proměnnými existuje vztah, pokud rozložení hodnot jedné proměnné je asociováno s rozložením hodnot druhé proměnné

Statistická závislost

- hodnotě jedné veličiny (proměnné) odpovídá celké množství hodnot jiné veličiny
- př. výška žáků se s přibývajícím věkem zvětšuje (ale nelze tvrdit, že určitému věku přináležejí určitá výška)

- cílem v
- prověřov
- v huma
ambiciózn

- cílem výzkumu je obvykle prověřovat kauzální vztahy
- v humanitních vědách velmi ambiciózní



Závislá a nezávislá proměnná

Nezávislá proměnná

- jejím chováním se vysvětluje chování závislé proměnné
- příčinná proměnná - v důsledku jejich změny se mění vysvětlovaná proměnná.

Závislá proměnná

- její chování se snažíme vysvětlit
- mění se v důsledku chování nezávislé proměnné

Intervenující proměnná

- zasahuje do vztahu mezi závislou a nezávislou proměnnou a ovlivňuje je
- obvykle není možné identifikovat všechny intervenující proměnné

Kontingenční tabulka

- způsob, jak popsat dvourozměrná rozdělení
- dá se použít pro všechny úrovně měření
- nejvhodnější pro nominální úroveň (nemá příliš mnoho hodnot)
- nevhodná, když máme mnoho hodnot - nepřehlednost

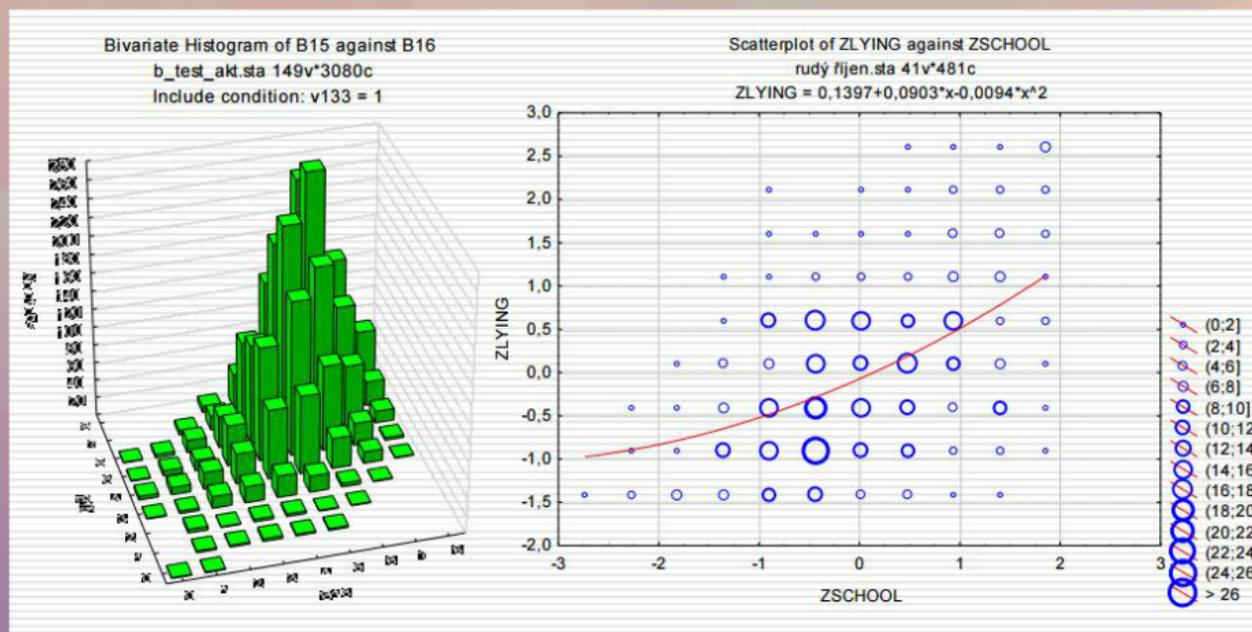
		známka z matematiky					celkem
		1	2	3	4	5	
známka z čj	1	82	40	8	1	0	131
	2	71	200	73	17	0	361
	3	4	75	109	25	0	213
	4	1	7	23	24	1	56
	5	0	0	2	1	2	5
celkem		158	322	215	68	3	766

Kontingenční tabulka

		známka z matematiky					celkem
		1	2	3	4	5	
známka z čj	1	82	40	8	1	0	131
	2	71	200	73	17	0	361
	3	4	75	109	25	0	213
	4	1	7	23	24	1	56
	5	0	0	2	1	2	5
celkem		158	322	215	68	3	766

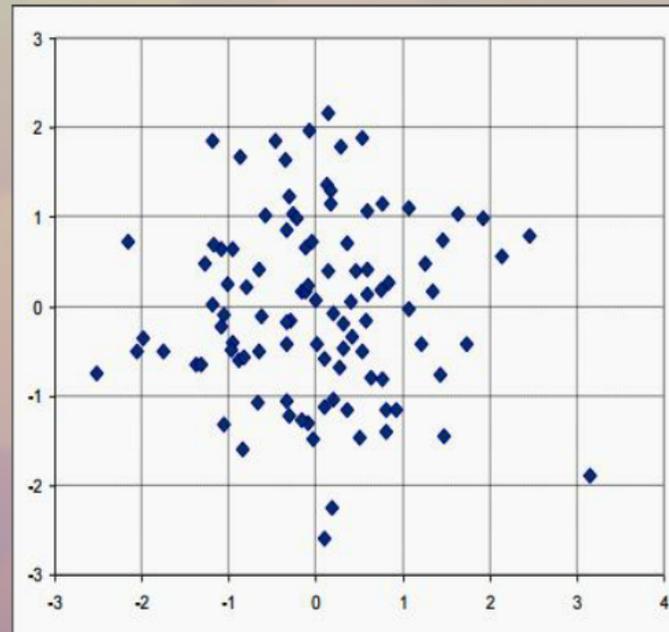
- v hlavní diagonále kontingenční tabulky více nakumulované hodnoty než jinde - lineární trend
- Hodnoty je třeba přehledně uspořádat (stejně jako u tabulky četností)
- Pro data všech úrovní měření, nejvhodnější pro diskrétní prom. s málo hodnotami
- Buňky mohou obsahovat absolutní četnosti, rel. četnosti (řádkové, sloupcové, celkové)
- Poslední sloupec/řádek obsahuje tzv. sloupcové/řádkové marginální (relativní) četnosti
- Je grafickou podobou trojrozměrného sloupcový diagramu či histogramu (může tedy obsahovat i intervaly)
- Relativně vysoké četnosti v jedné z diagonál naznačují lineární provázanost proměnných

Grafická zobrazení dvourozměrného rozdělení



Bodový graf - scatterplot

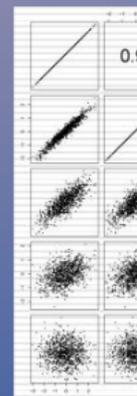
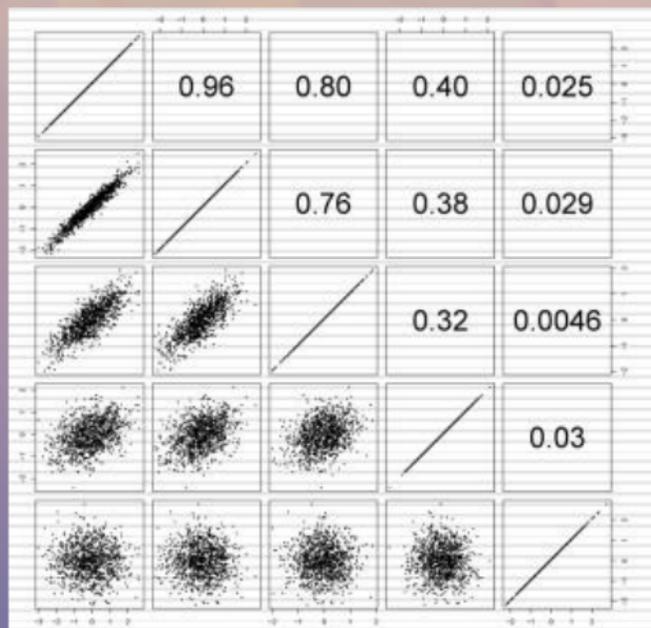
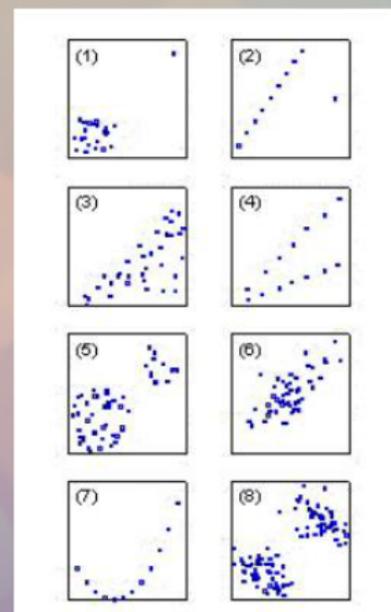
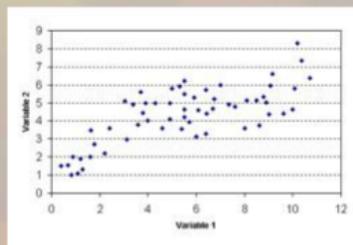
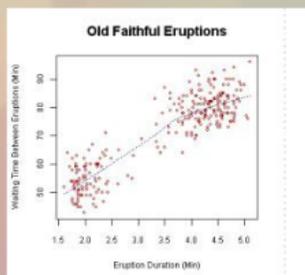
- Používá se na poměrové úrovni, zobrazuje přesné polohy odpovědi každého respondenta
- těsně související proměnné obvykle uspořádány do elipsy (čím užší a protáhlejší, tím těsnější vztah)
- Nahrazuje kontingenční tabulku, jsou-li obě proměnné spojité
- Pro proměnné s málo body měření nemá smysl
 - Každá osa reprezentuje jednu proměnnou, každý bod je jedna zkoumaná osoba (jednotka)
- Poskytuje tím lepší evidenci o vztahu dvou proměnných...
 - ...čím více měření jsme provedli
 - ...čím přesnější jednotlivá měření byla

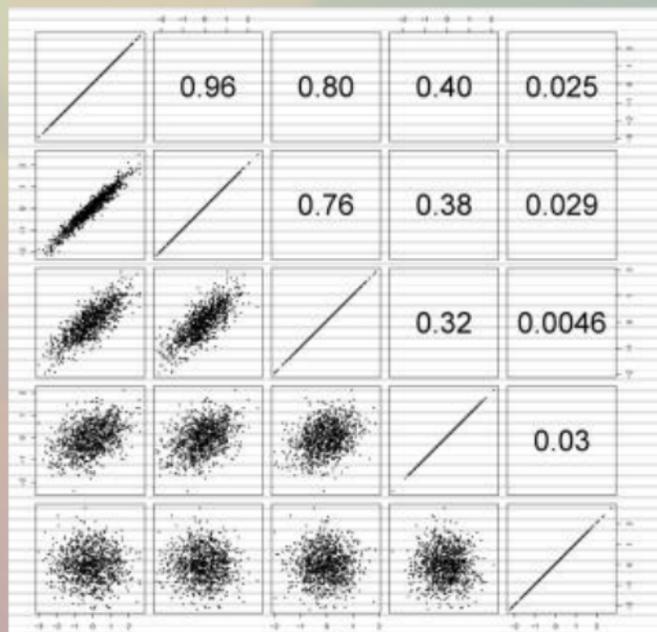




Korelac
vztah dv
pouze j

Různé podoby vztahu mezi dvěma proměnnými





Pouze takto vypadající scattery zobrazují vztah mezi 2 proměnnými, který je lineární a dobře (=smysluplně, výstižně) popsitelný pomocí Pearsonova korelačního koeficientu. U ostatních jde buď o vztahy nelineární, nebo je problém v heterogenitě, outlierech...

- Lineární vztah a korelace.
- Je to monotónní vztah, čím více X, tím více Y.
- Projevuje se takto „ideální“ přímkou.

$$y = ax + b$$

- Tato funkce/přímka popisuje strmost vztahu.
- Korelace popisuje těsnost vztahu.

Těsnost

- Čím těsnější (=intenzivnější) vztah 2 proměnných, tím jsou body v scatterplotu nahuštěny okolo přímkou.
- Těsnost nesouvisí s sklonem té přímkou, pouze s tím, jak nahuštěný je scatterplot podél přímkou.

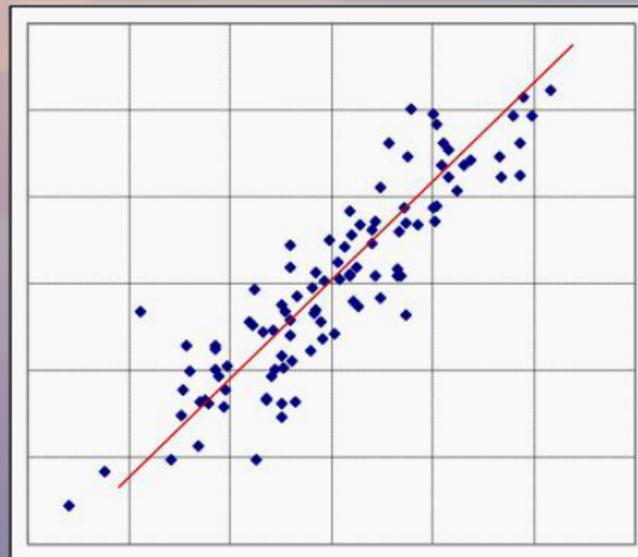
- Těsnost se udává od -1 do 1, kde 0=žádný vztah (data na diagonále).
- Znaménko udává směr vztahu (+) nebo o vzájemnosti (-).
- Rozsah je te

Lineární souvislost (vztah)

- Lineární vztah je to, co se obvykle míní slovem korelace.
- Je to monotónní vztah, který se dá popsat slovy čím více X, tím více/méně Y.
- Projevuje se tak, že scatterplot se dá proložit „ideální“ přímkou

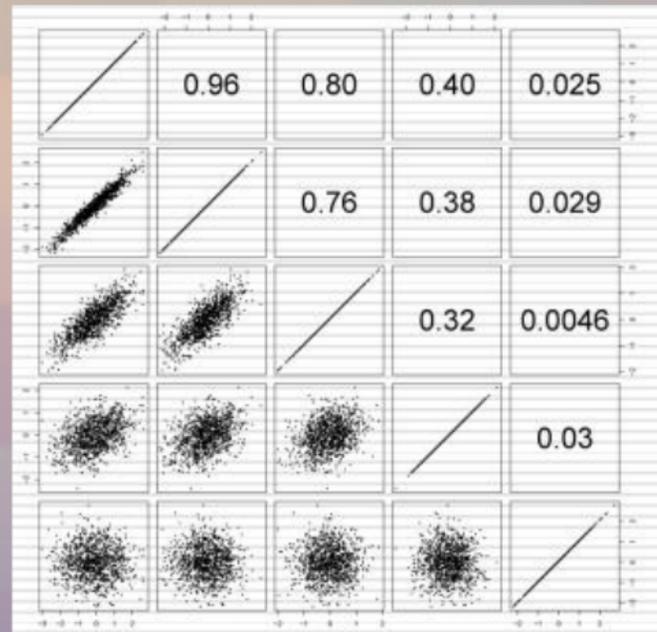
$$y = ax + b$$

- Tato funkce/přímka popisuje strmost vztahu.
- Korelace popisuje těsnost vztahu.



Těsnost vztahu

- Čím těsnější (=intenzivnější, silnější) vztah 2 proměnných je, tím jsou body více nahuštěny okolo nějaké přímky
- Těsnost nesouvisí se sklonem té přímky, ale pouze s tím, jak moc se scatterplot podobá přímce.



- Těsnost se udává bezrozměrným číslem od 0 do 1, kde 0=žádný vztah(těsnost) a 1= maximální vztah (data na diagonále v obrázku napravo)
- Znaménko udává, zda jde o vztah čím víc, tím víc (+) nebo o vztah čím víc, tím míň (-)
- Rozsah je tedy od -1 do 1

Korelace

Standardizovaný sdílený rozptyl

$$r_{xy} = \frac{\sum z_x z_y}{n-1}$$

$$r_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - m_x}{s_x} \right) \left(\frac{y_i - m_y}{s_y} \right)$$

Pearsonův součinný, momentový koeficient korelace

- nutná intervalová a vyšší úroveň měření
- velký vliv odlehlých hodnot na výsledek
- je vhodný pro popis normálně rozložených proměnných (alespoň unimodální)
- vyjadřuje pouze sílu(těsnot) lineárního vztahu

Nabývá hodnot v rozmezí -1 až 1

0 = žádný vztah

1(-1) = dokonalý kladný (záporný) vztah



Korelace nepopisuje funkční vztah dvou proměnných, ale pouze jeho směr a těsnot.

1. Který z následujících korelačních koeficientů ukazuje na nejtěsnější (nejsilnější) vztah?

a) 0,55 b) 0,09 c) -0,77 d) 0,1 e) 1,05

2. Pěti reprezentativním vzorkům lidí ve věku 15, 20, 30, 45 a 60 let jsme dali dotazník na měření politické konzervativnosti. Těmto 5 vzorkům v uvedeném pořadí vyšly následující průměrné hodnoty konzervativnosti: 60, 85, 80, 70, 65. Korelace mezi věkem a politickou konzervativností je

a) 1.0 b) -1.0 c) lineární d) nelineární

3. Korelace mezi X a Y je 0,60; korelace mezi X a W je -0,80. Má X těsnější lineární vztah s Y nebo s W?

Zobrazení dvourozměrných dat, korelační koeficient

Mgr. Zuzana Szabó Lenhartová

Dvourozměrná analýza

Období vzhledu nebo dojevy pozorujeme. Do jaké míry je jedna proměnná ovlivňována druhou proměnnou?

Proč jsou vzhledy pozorování (zpravidla) kladně či záporně korelované?

Jedna proměnná ovlivňuje druhou:

- máta proměnné měníme vztah, pokud nastane změna jedné z proměnných je statistická závislost (vzhledu) kladně či záporně ovlivněna
- hodnota jedné veličiny (proměnné) ovlivňuje hodnotu druhé veličiny (proměnné) vzhledu kladně či záporně

Statistická závislost:

- hodnota jedné veličiny (proměnné) ovlivňuje hodnotu druhé veličiny (proměnné) vzhledu kladně či záporně



Základní statistická proměnná

Statistická proměnná je veličina, jejíž hodnota se mění. Může být kvantitativní (číselná) nebo kvalitativní (kvalitativní).

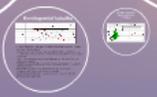
Základní statistická proměnná:

- kvantitativní (číselná) proměnná: měří se v jednotkách (např. výška, váha)
- kvalitativní (kvalitativní) proměnná: popisuje vlastnosti (např. pohlaví, barva očí)

Kontingenční tabulka

Kontingenční tabulka je tabulka, která zobrazuje vztahy mezi dvěma kvalitativními proměnnými. Používá se k analýze závislosti mezi dvěma kvalitativními proměnnými.

	Kategorie 1	Kategorie 2	Spolu
Kategorie A	a11	a12	a1.
Kategorie B	a21	a22	a2.
Spolu	a.1	a.2	n



Bodyový graf - scatterplot

Bodyový graf (scatterplot) je graf, který zobrazuje vztahy mezi dvěma kvantitativními proměnnými. Každá hodnota jedné proměnné je spojena s hodnotou druhé proměnné.

Bodyový graf - scatterplot:

- osy: x-ová (nezávislá) a y-ová (závislá)
- body: jednotlivé pozorování
- trend: směrnice vztahu

Různé podoby vztahu mezi dvěma proměnnými

Různé podoby vztahu mezi dvěma proměnnými: pozitivní, negativní, nulový, nelineární.

Korelace

Standardizovaný sdílený rozptyl

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Pearsonův součinný, momentový koeficient korelace

- 1) měří intenzitu a výši (směr) vztahu
- 2) měří vzhled vztahu (kladně či záporně)
- 3) je vhodný pro vztahy normálně rozdělených proměnných (záporně i kladně)
- 4) vyjadřuje posudek silnosti vztahu

Nahý koeficient v rozmezí -1 až 1
0 = žádný vztah
1(-1) = dokonalý (kladný/záporný) vztah

Korelace nepropojuje funkční vztah dvou proměnných, ale pouze jeho směr a sílu.

1. Měří sílu vztahu (korelační koeficient) a) 0,95 b) 0,99 c) -0,77 d) 0,1 e) 1,05
2. Při reprezentativním vzorku (n = 15, 33, 30, 41 a 50) je nejvyšší pravděpodobnost, že rozdíl mezi vzorkem a populací bude menší než 5% (přesněji: rozdíl mezi vzorkem a populací bude menší než 5% z celkového vzorku)
3. Korelace mezi X a Y je 0,85. Koeficient korelace mezi X a Y je 0,85. Koeficient korelace mezi X a Y je 0,85.

Lineární regrese

Lineární regrese je metoda, která umožňuje odhadnout hodnotu jedné proměnné na základě hodnoty druhé proměnné. Používá se k analýze vztahu mezi dvěma kvantitativními proměnnými.

Lineární regrese:

- rovnice: $y = a + bx$
- a: průsečík na y-ové ose
- b: směrnice