

2. ANALYTICKÁ GEOMETRIE V PROSTORU	21
2.1. Vektory	21
Úlohy k samostatnému řešení	21
2.2. Přímka a rovina v prostoru	22
Úlohy k samostatnému řešení	22
2.3. Vzájemná poloha přímek a rovin	25
Úlohy k samostatnému řešení	25
2.4. Vzdálenosti a odchylky	28
Úlohy k samostatnému řešení	28
2.5. Kolmost	30
Úlohy k samostatnému řešení	30
Výsledky úloh k samostatnému řešení	31

2. ANALYTICKÁ GEOMETRIE V PROSTORU

2.1. Vektory



Úlohy k samostatnému řešení



1. Vypočítejte souřadnice vektoru \vec{x} , pro který platí:
- $\vec{x} + 2\vec{a} - 4\vec{b} = \vec{o}$, $\vec{a} = (8, 7, 11)$, $\vec{b} = (9, 3, -5)$,
 - $4\vec{x} - 8\vec{a} - 2\vec{b} = \vec{o}$, $\vec{a} = (-5, -13, 8, 4)$, $\vec{b} = (6, 8, -14, 6)$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

2. Je dán vektor \vec{u} a bod A . Najděte souřadnice bodu B , je-li A počáteční a B koncový bod vektoru \vec{u} . Vypočítejte velikost vektoru \vec{u} .
- $\vec{u} = (2, 1, -2)$, $A[3, 1, 0]$,
 - $\vec{u} = (3, 0, -4)$, $A[2, 5, -1]$,
 - $\vec{u} = (6, -8, -5)$, $A[-9, 5, 4]$,
 - $\vec{u} = (6, 5, -4)$, $A[-1, 4, -2]$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

3. Vypočítejte směrové úhly vektoru \vec{a} :
- $\vec{a} = (3, -2, 2)$,
 - $\vec{a} = (-1, 3, 5)$,
 - $\vec{a} = (12, 0, 5)$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

4. Vypočítejte odchylku vektorů:
- $\vec{a} = (2, -4, 1)$, $\vec{b} = (3, 1, -2)$,
 - $\vec{u} = (3, 1, -4)$, $\vec{v} = (6, 0, 8)$,
 - $\vec{a} = (2, -4, 8)$, $\vec{b} = (3, -6, 12)$,
 - $\vec{u} = (0, -3, 4)$, $\vec{v} = (5, -5, 5)$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

5. Najděte vektor \vec{c} , který je kolmý k vektorům \vec{a} , \vec{b} :
- $\vec{a} = (2, 1, -6)$, $\vec{b} = (-7, 3, 11)$,
 - $\vec{a} = (-2, 5, 1)$, $\vec{b} = (-4, 3, 2)$,
 - $\vec{a} = (7, 6, -2)$, $\vec{b} = (6, -6, 0)$,
 - $\vec{a} = (0, 1, 2)$, $\vec{b} = (-5, 0, 4)$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

6. Najděte souřadnice vektoru \vec{x} , pro který platí:
- $\vec{x} \cdot \vec{a} = 4$, $\vec{x} \cdot \vec{b} = 2$, $\vec{x} \perp \vec{c}$, $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (3, -2, 3)$, $\vec{c} = (-6, 1, 4)$,
 - $\vec{x} \cdot \vec{a} = -15$, $\vec{x} \cdot \vec{b} = 7$, $\vec{x} \perp \vec{c}$, $\vec{a} = (0, -4, 7)$, $\vec{b} = (2, 3, 5)$, $\vec{c} = (5, -2, 11)$,
 - $\vec{x} \cdot \vec{a} = 23$, $\vec{x} \cdot \vec{b} = 6$, $\vec{x} \perp \vec{c}$, $\vec{a} = (-2, 5, 5)$, $\vec{b} = (8, -5, -6)$, $\vec{c} = (7, 5, -6)$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

7. Vypočítejte obsah trojúhelníka ABC .
- $A[2, 3, 1]$, $B[4, 1, 2]$, $C[8, 9, -7]$,
 - $A[1, 1, 1]$, $B[3, 4, 3]$, $C[-3, 5, 7]$,
 - $A[-2, 4, 5]$, $B[2, 5, 2]$, $C[6, 8, -1]$,
 - $A[-7, 5, -3]$, $B[-7, 1, 0]$, $C[-6, 5, -6]$.

Výsledky úloh k samostatnému řešení

8. Pomocí smíšeného součinu rozhodněte, zda jsou vektory komplanární:

a) $\vec{a} = (2, 3, 1)$, $\vec{b} = (-4, 6, 8)$, $\vec{c} = (2, 15, 11)$,

b) $\vec{a} = (-6, 8, 0)$, $\vec{b} = (1, 2, -3)$, $\vec{c} = (9, 8, 7)$,

c) $\vec{a} = (-4, 3, 0)$, $\vec{b} = (-1, 2, 2)$, $\vec{c} = (6, 7, 9)$.

Výsledky úloh k samostatnému řešení

9. Vypočítejte objem tělesa:

a) čtyřboký jehlan $ABCDV$, kde $A[1, 0, 1]$, $B[0, 2, 6]$, $D[5, 9, 0]$, $V[12, 15, 19]$,

b) rovnoběžnostěn $ABCDEFGH$, kde $A[1, 3, 5]$, $B[2, 4, 6]$, $D[-2, 5, -3]$, $E[11, 10, 9]$.

Výsledky úloh k samostatnému řešení

10. Vypočítejte vnitřní úhly trojúhelníka ABC .

a) $A[2, 3, 1]$, $B[4, 1, 2]$, $C[8, 9, -7]$, b) $A[1, 1, 1]$, $B[3, 4, 3]$, $C[-3, 5, 7]$,

c) $A[-2, 4, 5]$, $B[2, 5, 2]$, $C[6, 8, -1]$, d) $A[-7, 5, -3]$, $B[-7, 1, 0]$, $C[-6, 5, -6]$.

Výsledky úloh k samostatnému řešení

11. Určete konstanty m, n tak, aby vektory byly:

a) kolineární, $\vec{a} = (m, 4, 6)$, $\vec{b} = (3, 2, n)$,

b) ortogonální (kolmé), $\vec{a} = (m, 2, 1)$, $\vec{b} = (3, 6, 3m)$,

c) komplanární, $\vec{a} = (1, 2, m)$, $\vec{b} = (0, m, 1)$, $\vec{c} = (1, 3, 2)$.

Výsledky úloh k samostatnému řešení**2.2. Přímka a rovina v prostoru****Úlohy k samostatnému řešení**

12. Napište rovnice přímky, která je dána bodem a směrovým vektorem:

a) $A[-2, 3, 5]$, $\vec{s} = (6, -3, 1)$,

b) $A[0, 2, -4]$, $\vec{s} = (8, -1, 0)$,

c) $A[5, 5, 2]$, $\vec{s} = (4, -8, 3)$,

d) $A[6, -5, -4]$, $\vec{s} = (-1, 0, 3)$.

Výsledky úloh k samostatnému řešení

13. Napište rovnice přímky, která prochází dvěma body:

a) $A[2, 1, -4]$, $B[3, 9, 6]$,

b) $A[-4, 5, 7]$, $B[5, 7, -4]$,

c) $A[6, 2, 3]$, $B[6, 2, 0]$,

d) $A[5, -7, 9]$, $B[11, -12, -1]$.

Výsledky úloh k samostatnému řešení

14. Napište rovnice přímky, která prochází bodem a je rovnoběžná s danou přímkou:

a) $A[2, 4, 6]$, $p: x = 1 - 3t, y = 2 + 4t, z = 2 - 5t, t \in \mathbf{R}$,

- b) $A[3, 2, 1]$, $p: x = 5 + 2t, y = 4 - 3t, z = 2 + t, t \in \mathbf{R}$,
 c) $A[0, -2, 7]$, $p: x = 5, y = t, z = 3 + 3t, t \in \mathbf{R}$,
 d) $A[-3, 4, 7]$, $p: x = 7 - 6t, y = -2 + 5t, z = 4t, t \in \mathbf{R}$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

15. Přímka je dána jako průsečnice dvou rovin, napište její parametrické rovnice a kanonickou rovnici:

- a) $p: \begin{cases} x + 2y - 3z + 6 = 0 \\ 2x - 2y + 4z - 9 = 0, \end{cases}$ b) $p: \begin{cases} y - 4z + 8 = 0 \\ 2x + 4z - 1 = 0, \end{cases}$
 c) $p: \begin{cases} 5x + y + z + 6 = 0 \\ x - 3y + z - 2 = 0, \end{cases}$ d) $p: \begin{cases} x + 5y - 3z - 4 = 0 \\ x - 4y + 4z + 10 = 0. \end{cases}$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

16. Bodem A veďte přímku kolmo k rovině ρ .

- a) $A[3, -2, 5]$, $\rho: 6x + 2y - 5z + 12 = 0$,
 b) $A[4, 0, 7]$, $\rho: -x + 6y - 4z + 4 = 0$,
 c) $A[5, -8, 7]$, $\rho: 2x - 4z + 11 = 0$,
 d) $A[4, 8, 12]$, $\rho: 5x + 9y + 2 = 0$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

17. Napište parametrické rovnice a obecnou rovnici roviny, která prochází třemi body:

- a) $A[1, 2, 1]$, $B[2, 0, 2]$, $C[-1, 2, 2]$, b) $A[1, 1, 1]$, $B[3, 4, 3]$, $C[-3, 5, 7]$,
 c) $A[-2, 4, 5]$, $B[2, 5, 2]$, $C[6, 8, -1]$, d) $A[-7, 5, -3]$, $B[-7, 1, 0]$, $C[-6, 5, -6]$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

18. Napište obecnou rovnici roviny, která je dána bodem normálovým vektorem:

- a) $A[2, 6, 1]$, $\vec{n} = (-2, 1, 4)$, b) $A[0, 2, -4]$, $\vec{n} = (8, -1, 0)$,
 c) $A[5, 5, 2]$, $\vec{n} = (4, -8, 3)$, d) $A[6, -5, -4]$, $\vec{n} = (-1, 0, 3)$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

19. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem A a vektory \vec{u} , \vec{v} jsou s touto rovinou komplanární:

- a) $A[0, -3, 5]$, $\vec{u} = (3, 2, 6)$, $\vec{v} = (1, 2, -3)$,
 b) $A[1, -4, 8]$, $\vec{u} = (1, 0, 1)$, $\vec{v} = (0, 2, 5)$,
 c) $A[7, 0, -6]$, $\vec{u} = (2, 5, -3)$, $\vec{v} = (4, 10, 8)$,
 d) $A[1, 0, 1]$, $\vec{u} = (11, 7, 3)$, $\vec{v} = (1, 1, 0)$.

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

20. Napište parametrické rovnice a obecnou rovnici roviny, která je dána rovnoběžkami p, q :

$$\begin{array}{l} p: \quad x = 2 + t \qquad q: \quad x = 3 - r \\ a) \quad y = 1 - 3t \qquad y = 2 + 3r \\ \quad \quad z = 2t, t \in \mathbf{R} \qquad z = 1 - 2r, r \in \mathbf{R}, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p: \quad x = 4 - 2t \qquad q: \quad x = 2 - 4r \\ b) \quad y = 2 - 4t \qquad y = 2 - 8r \\ \quad \quad z = 3 + 5t, t \in \mathbf{R} \qquad z = 8 + 10r, r \in \mathbf{R}, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p: \quad x = 7 + 2t \qquad q: \quad x = 3 - 2r \\ c) \quad y = 11 + t \qquad y = 8 - r \\ \quad \quad z = 9 - 4t, t \in \mathbf{R} \qquad z = 5 + 4r, r \in \mathbf{R}. \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

21. Napište parametrické rovnice a obecnou rovnici roviny, která je dána různoběžkami p, q :

$$\begin{array}{l} p: \quad x = 2 - t \qquad q: \quad x = 2 + 4r \\ a) \quad y = 4 + t \qquad y = 4 - 3r \\ \quad \quad z = 7 - 3t, t \in \mathbf{R} \qquad z = 7 + 5r, r \in \mathbf{R}, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p: \quad x = 5 \qquad q: \quad x = 5 + 3r \\ b) \quad y = -2 + t \qquad y = -2 - 2r \\ \quad \quad z = 8 + t, t \in \mathbf{R} \qquad z = 8 + 5r, r \in \mathbf{R}, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p: \quad x = t \qquad q: \quad x = -6r \\ c) \quad y = 1 + t \qquad y = 1 - 4r \\ \quad \quad z = 9 - t, t \in \mathbf{R} \qquad z = 9 + 7r, r \in \mathbf{R}. \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

22. Napište parametrické rovnice a obecnou rovnici roviny, která prochází bodem A a je rovnoběžná s přímkami p, q :

$$\begin{array}{l} a) \quad A[6, 7, 8], \quad p: x = -1 + 2t, y = 10 + 6t, z = -3 + 3t, \quad q: x = 7 + 3r, y = 3 + 9r, z = 1 - 4r, \\ b) \quad A[4, 1, -3], \quad p: x = 5 + t, y = 1, z = 3 - t, \quad q: x = 2, y = 3 - 4r, z = 10 + 2r, \\ c) \quad A[0, -5, 6], \quad p: x = t, y = 12 - 3t, z = -4 + 8t, \quad q: x = -r, y = 3, z = -5r. \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

23. Napište parametrické rovnice a obecnou rovnici roviny, která prochází přímkou a a je rovnoběžná s přímkou b :

$$\begin{array}{l} a) \quad a: x = 7 + t, y = 1 - 4t, z = 2 - t, \quad b: x = 2 - 6r, y = 2 + r, z = 2 - 3r, \\ b) \quad a: x = 9 - 3t, y = 8 + t, z = 6 + 2t, \quad b: x = r, y = 2 - 5r, z = 8, \\ c) \quad a: x = -5t, y = 6 + 2t, z = 8 - t, \quad b: x = 11 + r, y = -4r, z = 12. \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

24. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem A a je kolmá k přímce k :

- a) $A[5,5,5], k : x = 2 + 3t, y = 3 - 2t, z = 6 + t,$
 b) $A[4,1,-3], k : x = 5 + t, y = 1, z = 3 - t,$
 c) $A[0,-5,6], k : x = t, y = 12 - 3t, z = -4 + 8t.$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

25. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem A a přímkou p :

- a) $A[1,1,1], p : \begin{cases} 2x - y + 3z + 6 = 0 \\ 4x + 5y - 3z + 2 = 0, \end{cases}$
 b) $A[0,2,3], p : \begin{cases} y - 4z + 8 = 0 \\ 2x + 4z - 1 = 0, \end{cases}$
 c) $A[1,2,-1], p : \begin{cases} 5x + y + z + 6 = 0 \\ x - 3y + z - 2 = 0. \end{cases}$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

26. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází přímkou q a je rovnoběžná s přímkou p :

- a) $p : \begin{cases} 2x - 3z + 4 = 0 \\ x + y + 7 = 0, \end{cases} q : x = 1 - 6t, y = 2 + 5t, z = 1 + 4t,$
 b) $p : \begin{cases} y - 4z + 8 = 0 \\ 2x + 4z - 1 = 0, \end{cases} q : x = 3 + t, y = -4t, z = 0,$
 c) $p : \begin{cases} 5x + y + z + 6 = 0 \\ x - 3y + z - 2 = 0, \end{cases} q : x = 5 - t, y = 1 - 2t, z = t.$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

2.3. Vzájemná poloha přímek a rovin



Úlohy k samostatnému řešení



27. Rozhodněte o vzájemné poloze dvou přímek, určete souřadnice průsečíku, jestliže existuje:

$$p : \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 4 + 3t \\ z = 5 - t, t \in \mathbf{R}, \end{cases} \quad q : \begin{cases} x = -1 + 2r \\ y = 10 - 3r \\ z = 3 + r, r \in \mathbf{R}, \end{cases}$$

$$p : \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 5 + 4t \\ z = 7 - 3t, t \in \mathbf{R}, \end{cases} \quad q : \begin{cases} x = 3 - 2r \\ y = 3 + 4r \\ z = 5 - 3r, r \in \mathbf{R}, \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} p: \quad x = -2 + 4t \\ c) \quad y = 2 + t \\ \quad \quad z = 3 \quad , t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \begin{array}{l} q: \quad x = -3 + 9r \\ \quad \quad y = 1 + 3r \\ \quad \quad z = 7 - 4r, r \in \mathbf{R}, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p: \quad x = -2 + 4t \\ d) \quad y = 2 + t \\ \quad \quad z = 3 \quad , t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \begin{array}{l} q: \quad x = 1 - 2r \\ \quad \quad y = r \\ \quad \quad z = 3 - 4r, r \in \mathbf{R}, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p: \quad x = 2 - 2t \\ e) \quad y = 3 + t \\ \quad \quad z = 4 - 3t, t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad q: \begin{cases} x + y - z + 7 = 0 \\ 2x - y + 3z - 69 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} p: \quad x = t \\ f) \quad y = 2 - t \\ \quad \quad z = 3 + t, t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad q: \begin{cases} x + 2y - 3z + 7 = 0 \\ 3x + y + z - 9 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} p: \quad x = 4 + 5t \\ g) \quad y = 6 - 3t \\ \quad \quad z = 7 + 2t, t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad q: \begin{cases} 2x + 2y - 2z + 7 = 0 \\ x + 3y + 2z - 20 = 0. \end{cases}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

28. Rozhodněte o vzájemné poloze dvou rovin, určete parametrické rovnice průsečnice, jestliže existuje:

$$\begin{array}{l} a) \quad \alpha: 6x + 4y + 12z - 18 = 0, \\ \quad \quad \beta: 3x + 2y + 6z - 9 = 0, \end{array} \quad \begin{array}{l} b) \quad \alpha: 6x + 4y + 12z - 18 = 0, \\ \quad \quad \beta: 3x + 2y + 6z + 9 = 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} c) \quad \alpha: 6x + 4y + 12z - 18 = 0, \\ \quad \quad \beta: 2x + 5y + 5z + 3 = 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \alpha: \quad x = 1 + 2u - 4v \\ d) \quad y = -1 - u + 4v \\ \quad \quad z = 2 + 3u - v, u, v \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \beta: x + y + z + 1 = 0,$$

$$\begin{array}{l} \alpha: \quad x = 1 + 2u - 4v \\ e) \quad y = -1 - u + 4v \\ \quad \quad z = 2 + 3u - v, u, v \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \beta: 11x + 10y - 4z + 7 = 0,$$

$$\begin{array}{l} \alpha: \quad x = 4 + u - v \\ f) \quad y = 5 - u + 4v \\ \quad \quad z = 6 + 2u + 4v, u, v \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \begin{array}{l} \beta: \quad x = 3 + t - r \\ \quad \quad y = 6 - 2t + 5r \\ \quad \quad z = 1 + 6t \quad , t, r \in \mathbf{R}, \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \alpha: & x = 4 + u - v \\ \text{g)} & y = 5 - u + 3v \\ & z = 6 + 2u + 4v, u, v \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \begin{array}{ll} \beta: & x = 5 - r \\ & y = 7 + t + 5r \\ & z = 3 + 3t + 10r, t, r \in \mathbf{R}. \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

29. Rozhodněte o vzájemné poloze přímky a roviny, určete souřadnice průsečíku, jestliže existuje:

$$\begin{array}{ll} a: & x = 6 + 2t \\ \text{a)} & y = 5 - 3t \\ & z = 4 + t, t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \rho: 2x + 3y + 5z + 2 = 0,$$

$$\begin{array}{ll} a: & x = 6 + 2t \\ \text{b)} & y = 5 - 3t \\ & z = 4 + t, t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \rho: x - 3y - 11z + 53 = 0,$$

$$\begin{array}{ll} a: & x = 6 + 2t \\ \text{c)} & y = 5 - 3t \\ & z = 4 + t, t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \rho: 3x + y - 4z - 3 = 0,$$

$$\begin{array}{ll} a: & x = -2 + t \\ \text{d)} & y = 4 - 2t \\ & z = 8 - 3t, t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \begin{array}{ll} \rho: & x = 4 + 2u - v \\ & y = 4 + 4u - 6v \\ & z = 4 + u - 4v, u, v \in \mathbf{R}, \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} a: & x = -2 + t \\ \text{e)} & y = 4 - 2t \\ & z = 8 - 3t, t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \begin{array}{ll} \rho: & x = 2 + 3u - 2v \\ & y = 10 + u - 3v \\ & z = 8 - 3u, u, v \in \mathbf{R}, \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} a: & x = -2 + t \\ \text{f)} & y = 4 - 2t \\ & z = 8 - 3t, t \in \mathbf{R}, \end{array} \quad \begin{array}{ll} \rho: & x = -5 - u + 2v \\ & y = -7 + 4u + v \\ & z = -5 - 5u + 4v, u, v \in \mathbf{R}. \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

30. Rozhodněte o vzájemné poloze tří rovin:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \alpha: 3x + 2y + 6z - 9 = 0, \\ & \beta: -3x - 2y - 6z + 13 = 0, \\ & \gamma: 6x + 4y + 12z + 3 = 0, \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{b)} & \alpha: x - y + 3z - 2 = 0, \\ & \beta: 2x - 2y + 6z - 9 = 0, \\ & \gamma: 5x - 4y + 3z - 7 = 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{c)} & \alpha: 2x - 2y + 6z - 8 = 0, \\ & \beta: -3x - 6y + z + 1 = 0, \\ & \gamma: x + 8y - 7z + 13 = 0, \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{d)} & \alpha: x - 4y + 5z - 3 = 0, \\ & \beta: 3x - 3y + z - 11 = 0, \\ & \gamma: 5x - 11y + 11z - 15 = 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{e) } \alpha: 2x + y - 4z - 1 = 0, & \text{f) } \alpha: x - y + z - 4 = 0, \\ \beta: x + y - 2z - 1 = 0, & \beta: -2x - 2y + 6z = 0, \\ \gamma: 4x + 4y - 5z - 7 = 0, & \gamma: x + 2z - 11 = 0. \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

31. Najděte obecnou rovnici roviny, která prochází bodem M a patří danému svazku:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } M[1, 2, 0] & \begin{array}{l} x + 2y - z + 4 = 0 \\ 2x - y + z - 5 = 0, \end{array} \\ \text{b) } M[-1, 4, 7] & \begin{array}{l} -x + y - z + 3 = 0 \\ 2x - 2y + z = 0. \end{array} \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

32. Najděte obecnou rovnici roviny, která je rovnoběžná s přímkou p a patří danému svazku:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } p: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{1} & \begin{array}{l} x + 2y - z + 4 = 0 \\ 2x - y + z - 5 = 0, \end{array} \\ \text{b) } p: \frac{x-4}{0} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+6}{4} & \begin{array}{l} x + 2y - z + 4 = 0 \\ 2x - y + z - 5 = 0. \end{array} \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení**2.4. Vzdálenosti a odchylky****Úlohy k samostatnému řešení**

33. Vypočtěte vzdálenost dvou bodů:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A[2, 1, -4], B[3, 9, 6], & \text{b) } A[-4, 5, 7], B[5, 7, -4], \\ \text{c) } A[6, 2, 3], B[6, 2, 0], & \text{d) } A[5, -7, 9], B[11, -12, -1]. \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

34. Vypočtěte vzdálenost bodu od roviny:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A[2, 1, 4], \rho: 3x - 2y + 8z + 12 = 0, \\ \text{b) } A[4, 0, 4], \rho: 3x + 4y - 12z + 12 = 0, \\ \text{c) } A[-12, 5, 3], \rho: 6x + 8z - 18 = 0. \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

35. Vypočtěte vzdálenost rovnoběžných rovin:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \alpha: 2x + 5y - 4z + 7 = 0, \beta: 4x + 10y - 8z + 28 = 0, \\ \text{b) } \alpha: 5x - 4y + 7z - 14 = 0, \beta: 5x - 4y + 7z + 21 = 0, \\ \text{c) } \alpha: -3x + 5y - z + 13 = 0, \beta: 3x - 5y + z + 19 = 0. \end{array}$$

Výsledky úloh k samostatnému řešení

36. Vypočtěte vzdálenost bodu od přímky:

$$\text{a) } A[2, 4, 6], p: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2},$$

b) $A[5,5,5], p: x=3+4t, y=-2-t, z=3, t \in \mathbf{R},$

c) $A[1,0,3], p: \frac{x+7}{6} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-2}{-1}.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

37. Vypočítejte vzdálenost rovnoběžných přímek:

a) $p: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}, q: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{-2},$

b) $p: x=5, y=-7+3t, z=9-4t, t \in \mathbf{R}, q: x=-1, y=-8+6r, z=3-8r, r \in \mathbf{R},$

c) $p: \frac{x+9}{5} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-1}{4}, q: \frac{x-3}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{4}.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

38. Vypočítejte vzdálenost mimoběžných přímek:

a) $p: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}, q: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+2}{5},$

b) $p: x=5, y=-7+3t, z=9-4t, t \in \mathbf{R}, q: \frac{x+1}{3} = \frac{y+8}{6} = \frac{z-3}{9},$

c) $p: x=-4+t, y=3, z=t, t \in \mathbf{R}, q: \frac{x-7}{2} = \frac{y+3}{10} = \frac{z+12}{3}.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

39. Vypočítejte odchylku dvou přímek:

a) $p: \begin{aligned} x &= 3+2t \\ y &= 4-3t \\ z &= 5+7t, t \in \mathbf{R}, \end{aligned} \quad q: \begin{aligned} x &= 2+4r \\ y &= 1+9r \\ z &= 3-11r, r \in \mathbf{R}, \end{aligned}$

b) $p: \begin{aligned} x &= 1+3t \\ y &= 1-4t \\ z &= 2+t, t \in \mathbf{R}, \end{aligned} \quad q: \begin{aligned} x &= 5+4r \\ y &= 4-9r \\ z &= 3-2r, r \in \mathbf{R}, \end{aligned}$

c) $p: \begin{aligned} x &= 7+6t \\ y &= -3t \\ z &= 3+9t, t \in \mathbf{R}, \end{aligned} \quad q: \begin{aligned} x &= 3+r \\ y &= -2-r \\ z &= -4-r, r \in \mathbf{R}. \end{aligned}$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

40. Vypočítejte odchylku dvou rovin:

a) $\alpha: 5x-4y+6z-1=0,$ b) $\alpha: 6x+4y+2z-4=0,$
 $\beta: -3x+8y+9z+6=0,$ $\beta: 3x-2y-5z+9=0,$

c) $\alpha: -x+5y+2z+3=0,$
 $\beta: x+2y+3z+1=0.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

41. Vypočítejte odchylku přímky a roviny:

a) $p: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{7}, \rho: -3x+8y+9z-5=0,$

b) $p: \frac{x-1}{4} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+8}{1}, \rho: -4x+2y-z+8=0,$

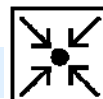
c) $p: x=1+5t, y=-t, z=-7, t \in \mathbf{R}, \rho: -x-5y+6z-13=0.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

2.5. Kolmost



Úlohy k samostatnému řešení



42. Najděte pravoúhlý průmět bodu K do roviny ρ :

a) $K[5,3,6], \rho: 2x+4y-z+5=0,$

b) $K[1,-10,-2], \rho: 3x+2y-3z-11=0,$

c) $K[5,-5,5], \rho: 5x-4y+4z+49=0.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

43. Najděte pravoúhlý průmět bodu K na přímku p :

a) $K[1,2,3], p: \frac{x-5}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-5}{2},$

b) $K[0,1,0], p: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{-1},$

c) $K[9,8,7], p: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{1}.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)

44. Najděte pravoúhlý průmět přímky m do roviny σ :

a) $m: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+8}{5}, \sigma: 2x+y-4z+6=0,$

b) $m: \frac{x-19}{19} = \frac{y-21}{19} = \frac{z+19}{-18}, \sigma: 3x+4y-4z-12=0,$

c) $m: \frac{x-12}{11} = \frac{y+7}{-8} = \frac{z+1}{-3}, \sigma: 5x-4y+z-3=0.$

[Výsledky úloh k samostatnému řešení](#)



Výsledky úloh k samostatnému řešení



1. a) $\vec{x} = (20, -2, -42)$; b) $\vec{x} = (-7, -22, 9, 7)$. 2. a) $B[5, 2, -2], |\vec{u}| = 3$;
 b) $B[5, 5, -5], |\vec{u}| = 5$; c) $B[-3, -3, -1], |\vec{u}| = 5\sqrt{5}$; d) $B[5, 9, -6], |\vec{u}| = \sqrt{77}$.
 3. a) $\alpha = 43^\circ 19', \beta = 119^\circ 1', \gamma = 60^\circ 59'$; b) $\alpha = 99^\circ 44', \beta = 59^\circ 32', \gamma = 32^\circ 19'$;
 c) $\alpha = 22^\circ 37', \beta = 90^\circ, \gamma = 67^\circ 23'$. 4. a) $\varphi = 90^\circ$; b) $\varphi = 105^\circ 56'$; c) $\varphi = 0^\circ$; d) $\varphi = 36^\circ 4'$.
 5. a) $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (29, 20, 13)$; b) $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (7, 0, 14)$; c) $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (-12, -12, -78)$;
 d) $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (4, -10, 5)$. 6. a) $\vec{x} = (1, 2, 1)$; b) $\vec{x} = (3, 2, -1)$; c) $\vec{x} = (6, 0, 7)$.
 7. a) $S = \sqrt{290}j^2$; b) $S = 15j^2$; c) $S = 10j^2$; d) $S = \frac{13}{2}j^2$. 8. a) jsou komplanární;
 b) nejsou komplanární; c) nejsou komplanární. 9. a) $V = \frac{538}{3}j^3$; b) $V = 45j^3$.
 10. a) $\alpha = 103^\circ 13', \beta = 63^\circ 29', \gamma = 13^\circ 18'$; b) $\alpha = 61^\circ 56', \beta = 88^\circ 5', \gamma = 29^\circ 59'$;
 c) $\alpha = 10^\circ 29', \beta = 160^\circ 21', \gamma = 9^\circ 10'$; d) $\alpha = 124^\circ 42', \beta = 20^\circ 55', \gamma = 34^\circ 23'$.
 11. a) $m = 6, n = 3$; b) $m = -2$; c) $m = 1$.
 12. a) $a: x = -2 + 6t, y = 3 - 3t, z = 5 + t, t \in \mathbf{R}, a: \frac{x+2}{6} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-5}{1}$;
 b) $a: x = 8t, y = 2 - t, z = -4, t \in \mathbf{R}$;
 c) $a: x = 5 + 4t, y = 5 - 8t, z = 2 + 3t, t \in \mathbf{R}, a: \frac{x-5}{4} = \frac{y-5}{-8} = \frac{z-2}{3}$;
 d) $a: x = 6 - t, y = -5, z = -4 + 3t, t \in \mathbf{R}$.
 13. a) $a: x = 2 + t, y = 1 + 8t, z = -4 + 10t, t \in \mathbf{R}, a: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{8} = \frac{z+4}{10}$;
 b) $a: x = -4 + 9t, y = 5 + 2t, z = 7 - 11t, t \in \mathbf{R}, a: \frac{x+4}{9} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-7}{-11}$;
 c) $a: x = 6, y = 2, z = 3 - 3t, t \in \mathbf{R}$;
 d) $a: x = 5 + 6t, y = -7 - 5t, z = 9 - 10t, t \in \mathbf{R}, a: \frac{x-5}{6} = \frac{y+7}{-5} = \frac{z-9}{-10}$.
 14. a) $a: x = 2 - 3r, y = 4 + 4r, z = 6 - 5r, r \in \mathbf{R}, a: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{-5}$;
 b) $a: x = 3 + 2r, y = 2 - 3r, z = 1 + r, r \in \mathbf{R}, a: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1}$;
 c) $a: x = 0, y = -2 + r, z = 7 + 3r, r \in \mathbf{R}$;

d) $a: x = -3 - 6r, y = 4 + 5r, z = 7 + 4r, r \in \mathbf{R}, a: \frac{x+3}{-6} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-7}{4}.$

15. a) $p: x = 1 + 2r, y = -\frac{7}{2} - 10r, z = -6r, r \in \mathbf{R}, p: \frac{x-1}{2} = \frac{y+\frac{7}{2}}{-10} = \frac{z}{-6};$

b) $p: x = \frac{1}{2} + 4r, y = -8 - 8r, z = -2r, r \in \mathbf{R}, p: \frac{x-\frac{1}{2}}{4} = \frac{y+8}{-8} = \frac{z}{-2};$

c) $p: x = 4r, y = -2 - 4r, z = -4 - 16r, r \in \mathbf{R}, p: \frac{x}{4} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+4}{-16};$

d) $p: x = -2 + 8r, y = -7r, z = -2 - 9r, r \in \mathbf{R}, p: \frac{x+2}{8} = \frac{y}{-7} = \frac{z+2}{-9}.$

16. a) $p: x = 3 + 6r, y = -2 + 2r, z = 5 - 5r, r \in \mathbf{R}, p: \frac{x-3}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-5}{-5};$

b) $p: x = 4 - r, y = 6r, z = 7 - 4r, r \in \mathbf{R}, p: \frac{x-4}{-1} = \frac{y}{6} = \frac{z-7}{-4};$

c) $p: x = 5 + 2r, y = -8, z = 7 - 4r, r \in \mathbf{R};$

d) $p: x = 4 + 5r, y = 8 + 9r, z = 12, r \in \mathbf{R}.$

17. a) $\alpha: x = 1 + t - 2r, y = 2 - 2t, z = 1 + t + r, t, r \in \mathbf{R}, \alpha: 2x + 3y + 4z - 12 = 0;$

b) $\alpha: x = 1 + 2t - 4r, y = 1 + 3t + 4r, z = 1 + 2t + 6r, t, r \in \mathbf{R}, \alpha: x - 2y + 2z - 1 = 0;$

c) $\alpha: x = -2 + 4t + 8r, y = 4 + t + 4r, z = 5 - 3t - 6r, t, r \in \mathbf{R}, \alpha: 3x + 4z - 14 = 0;$

d) $\alpha: x = -7 + r, y = 5 - 4t, z = -3 + 3t - 3r, t, r \in \mathbf{R}, \alpha: 12x + 3y + 4z + 81 = 0.$

18. a) $\alpha: -2x + y + 4z - 6 = 0;$ b) $\alpha: 8x - y + 2 = 0;$ c) $\alpha: 4x - 8y + 3z + 14 = 0;$

d) $\alpha: -x + 3z + 18 = 0.$ 19. a) $\alpha: -18x + 15y + 4z + 25 = 0;$ b) $\alpha: 2x + 5y - 2z + 34 = 0;$

c) $\alpha: 5x - 2y - 35 = 0;$ d) $\alpha: -3x + 3y + 4z - 1 = 0.$

20. a) $\alpha: x = 2 + u + v, y = 1 - 3u + v, z = 2u + v, u, v \in \mathbf{R}, \alpha: -5x + y + 4z + 9 = 0;$

b) $\alpha: x = 4 - 2u - 2v, y = 2 - 4u, z = 3 + 5u + 5v, u, v \in \mathbf{R}, \alpha: 5x + 2z - 26 = 0;$

c) $\alpha: x = 7 + 2u - 4v, y = 11 + u - 3v, z = 9 - 4u - 4v, u, v \in \mathbf{R}, \alpha: 8x - 12y + z + 67 = 0.$

21. a) $\alpha: x = 2 - u + 4v, y = 4 + u - 3v, z = 7 - 3u + 5v, u, v \in \mathbf{R}, \alpha: 4x + 7y + z - 43 = 0;$

b) $\alpha: x = 5 + 3v, y = -2 + u - 2v, z = 8 + u + 5v, u, v \in \mathbf{R}, \alpha: 7x + 3y - 3z - 5 = 0;$

c) $\alpha: x = u - 6v, y = 1 + u - 4v, z = 9 - u + 7v, u, v \in \mathbf{R}, \alpha: 3x - y + 2z - 17 = 0.$

22. a) $\alpha: x = 6 + 2u + 3v, y = 7 + 6u + 9v, z = 8 + 3u - 4v, u, v \in \mathbf{R}, \alpha: -3x + y + 11 = 0;$

b) $\alpha: x = 4 + u, y = 1 - 4v, z = -3 - u + 2v, u, v \in \mathbf{R}, \alpha: 2x + y + 2z - 3 = 0;$

c) $\alpha: x = u - v, y = -5 - 3u, z = 6 + 8u - 5v, u, v \in \mathbf{R}, \alpha: 5x - y - z + 1 = 0.$

- 23. a)** $\alpha : x = 7 + u - 6v, y = 1 - 4u + v, z = 2 - u - 3v, u, v \in \mathbf{R}, \alpha : 13x + 9y - 23z - 54 = 0$;
b) $\alpha : x = 9 - 3u + v, y = 8 + u - 5v, z = 6 + 2u, u, v \in \mathbf{R}, \alpha : 5x + y + 7z - 95 = 0$;
c) $\alpha : x = -5u + v, y = 6 + u - 4v, z = 8 - u, u, v \in \mathbf{R}, \alpha : 4x + y - 18z + 138 = 0$.
- 24. a)** $\alpha : 3x - 2y + z - 10 = 0$; **b)** $\alpha : x - y - 7 = 0$; **c)** $\alpha : x - 3y + 8z - 63 = 0$.
- 25. a)** $\alpha : 12x + 29y - 27z - 14 = 0$; **b)** $\alpha : 36x + 11y + 28z - 106 = 0$;
c) $\alpha : 13x - 7y + 5z + 6 = 0$. **26. a)** $\alpha : 22x + 24y + 3z - 73 = 0$; **b)** $\alpha : 4x + y + 4z - 12 = 0$;
c) $\alpha : 3x - y + z - 14 = 0$. **27. a)** přímky jsou totožné; **b)** přímky jsou rovnoběžné; **c)** přímky jsou různoběžné, průsečík je $R[6, 4, 3]$; **d)** přímky jsou mimoběžné; **e)** přímky jsou různoběžné, průsečík je $R[10, -1, 16]$; **f)** přímky jsou mimoběžné; **g)** přímky jsou rovnoběžné. **28. a)** roviny jsou totožné; **b)** roviny jsou rovnoběžné; **c)** roviny jsou různoběžné, průsečnice je $r : x = 21 - 40t, y = -6t, z = -9 + 22t, t \in \mathbf{R}$; **d)** roviny jsou různoběžné, průsečnice je $r : x = -11 - 14t, y = 11 + 15t, z = -1 - t, t \in \mathbf{R}$; **e)** roviny jsou totožné; **f)** roviny jsou různoběžné, průsečnice je $r : x = \frac{7}{2}, y = 5 + 3s, z = 4 + 6s, s \in \mathbf{R}$; **g)** roviny jsou rovnoběžné. **29. a)** přímka je s rovinou rovnoběžná; **b)** přímka leží v rovině; **c)** přímka je s rovinou různoběžná, průsečík je $R[14, -7, 8]$; **d)** přímka je s rovinou rovnoběžná; **e)** přímka leží v rovině; **f)** přímka je s rovinou různoběžná, průsečík je $R[0, 0, 2]$. **30. a)** roviny jsou rovnoběžné, nemají žádný společný bod; **b)** dvě roviny jsou rovnoběžné, třetí je s nimi různoběžná, nemají žádný společný bod; **c)** roviny jsou různoběžné, nemají žádný společný bod, tvoří „střechu“; **d)** roviny jsou různoběžné, mají společnou přímku $x = 3 + 11t, y = 14t, z = 9t$; **e)** roviny jsou různoběžné, mají společný jeden bod $R[2, 1, 1]$; **f)** roviny jsou různoběžné, mají společný jeden bod $R[5, 4, 3]$. **31. a)** $23x + y + 4z - 25 = 0$; **b)** $-x + y - 2z + 9 = 0$.
- 32. a)** $-7x + 6y - 5z + 24 = 0$; **b)** $4x - 4y + 3z - 6 = 0$. **33. a)** $|AB| = 12,8j$;
b) $|AB| = 14,4j$; **c)** $|AB| = 3j$; **d)** $|AB| = 12,7j$. **34. a)** $|Ap| = 5,47j$; **b)** $|Ap| = 1,85j$;
c) $|Ap| = 6,6j$. **35. a)** $|\alpha\beta| = 1,04j$; **b)** $|\alpha\beta| = 3,69j$; **c)** $|\alpha\beta| = 5,41j$.
- 36. a)** $|Ap| = 6,34j$; **b)** $|Ap| = 7,55j$; **c)** $|Ap| = 2,88j$. **37. a)** $|pq| = 6j$; **b)** $|pq| = 7,44j$;
c) $|pq| = 10,19j$. **38. a)** $|pq| = 1,42j$; **b)** $|pq| = 4,5j$; **c)** $|pq| = 15,8j$. **39. a)** $\varphi = 34^\circ 20'$;
b) $\varphi = 26^\circ 9'$; **c)** $\varphi = 90^\circ$. **40. a)** $\varphi = 86^\circ 19'$; **b)** $\varphi = 90^\circ$; **c)** $\varphi = 42^\circ 57'$.

- 41. a)** $\varphi = 19^\circ 44'$; **b)** $\varphi = 90^\circ$; **c)** $\varphi = 0^\circ$. **42. a)** $K'[3, -1, 7]$; **b)** $K'[4, -8, -5]$;
c) $K'[-5, 3, -3]$. **43. a)** $K'[4, 5, 3]$; **b)** $K'[1, 3, 0]$; **c)** $K'[5, -1, -4]$.
44. a) $m' : x = -3 - 16s, y = 4s, z = -7s, s \in \mathbf{R}$; **b)** $m' : x = 4s, y = 2 - s, z = -1 + 2s, s \in \mathbf{R}$;
c) $m' : x = 1 + s, y = 1, z = 1 - 5s, s \in \mathbf{R}$.