① Je dána základní množina $Z = \{1;2;3;4\}$. Určete výčtem prvků množiny A; B; $A' \triangle B'$; $A' - (B' \cup A)$, jestliže platí: $A = \{x \in Z;\ x^2 < 2 \Rightarrow x > 1\}$

$B = \{x \in Z;\ (x = 3 \vee x > 2) \Leftrightarrow x = x\}$

$A = \{2;3;4\}$

$B = \{3;4\}$

$A' = \{1\}$

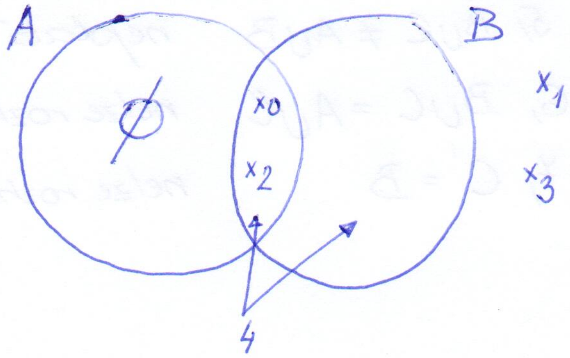
$B' = \{1;2\}$

$A' \triangle B' = \{2\}$

$B' \cup A = \{1;2;3;4\}$

$A' - (B' \cup A) = \emptyset$

② Je dána základní množina $Z = \{0;1;2;3;4\}$.
Určete výčtem prvků množiny A, B, jestliže platí:
$A \triangle B = B - A \wedge A - B \subset A \cap B \wedge \{0;2\} \subset A \cap B \wedge (A \cup B)' = \{1;3\}$



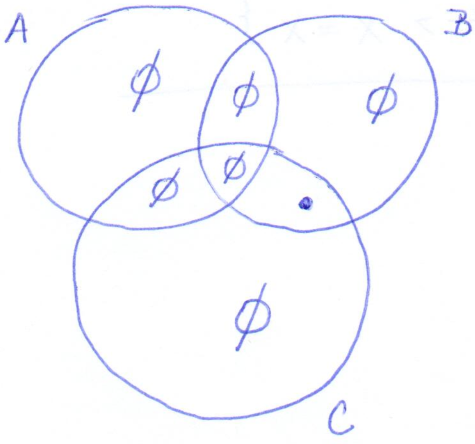
$A_1 = \{0;2\}$; $B_1 = \{0;2;4\}$

$A_2 = \{0;2;4\}$; $B_2 = \{0;2;4\}$

(3) Pomocí symbolů $\emptyset$; • znázorněte pro množiny A, B, C :

$A \subset C \wedge A \cap B = \emptyset \wedge B - A = C - A \wedge B - C = A - B \wedge B \neq \emptyset$.

Rozhodněte, který z následujících výroků platí :



1, $C \neq \emptyset$ platí

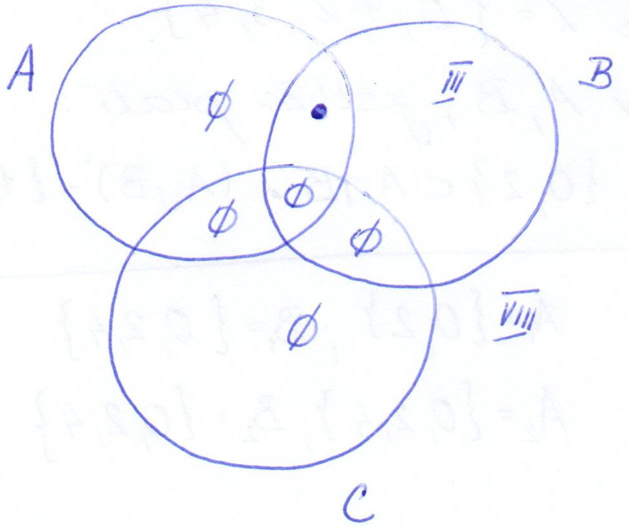
2, $A \triangle B = \emptyset$ neplatí

3, $B \triangle C = B \cup C$ neplatí

(4) Pomocí symbolů $\emptyset$; • znázorněte pro množiny A, B, C :

$A \cap B \neq \emptyset \wedge A - B = C - B = A \cap B \cap C \wedge B \cap C \subset A \cap C \wedge C \subset A \triangle B$.

Rozhodněte, který z následujících výroků platí :



1, $A \cup C \subseteq B \triangle C$ platí

2, $B \triangle C = A \cup B$ platí

3, $(A \cup B)' = \emptyset$ nelze rozhod.

4, $A \triangle C = A \cup C$ platí

5, $B \cup C \neq A \cup B$ neplatí

6, $B \cup C = A \cup C$ nelze rozhod.

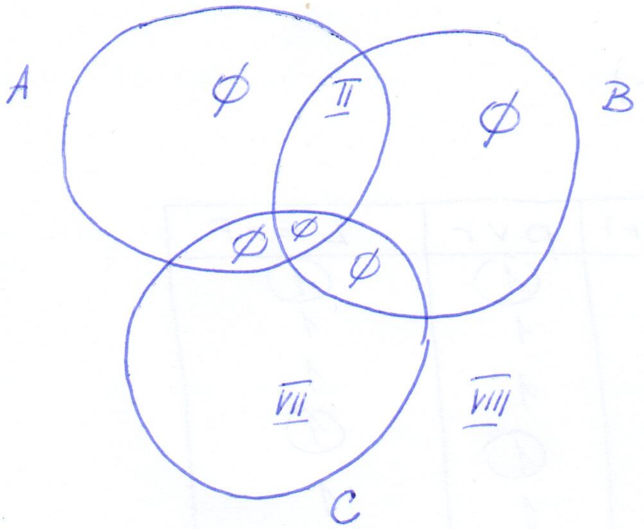
7, $C' = B$ nelze rozhod.

O polích III, VIII není informace

⑤ Pomocí symbolů $\emptyset$; • znázorněte pro množiny A, B, C :

$A - B \subset A - C \wedge B \cup C \subset B \triangle C \wedge A - B = B - A$

Rozhodněte, který z následujících výroků platí :



1, $A \subset B$ platí

2, $A = B$ platí

3, $A \subset C$ nelze rozhodnout

4, $B \subset A$ platí

5, $B \subset C$ nelze rozhodnout

6, $C \subset A$ nelze rozhodnout

7, Kdy platí $B = C$?

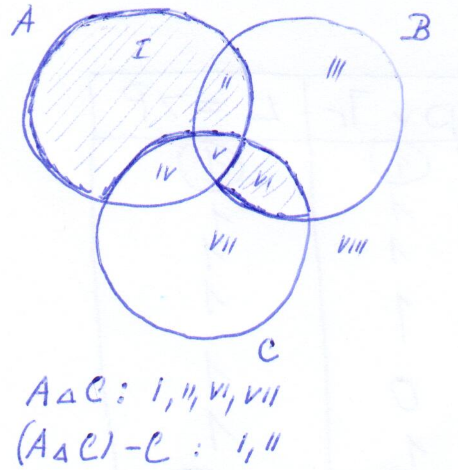
$A \cap B \cap C' = \emptyset \wedge A' \cap B' \cap C = \emptyset$

tj. $\underline{II} = \emptyset \wedge \underline{VII} = \emptyset$

O polích $\underline{II}, \underline{VII}, \underline{VIII}$ není informace.

⑥ Který ze vztahů $\subset, \supset, =, \neq$ nastane pro množiny
$L = [(A \triangle C) - C] \cup [A' \cap B \cap C]$; $P = (C - B) \cup (A \cap B)$, kde A, B, C
jsou libovolné množiny ?

L:



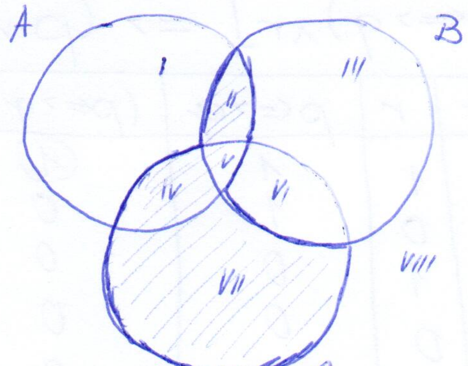
$A \triangle C$: I, II, VI, VII

$(A \triangle C) - C$: I, II

$A' \cap B \cap C$: VI

L: I, II, VI

P:



$C - B$: ~~IV~~, VII

$A \cap B$: II, V

P: II, V, ~~IV~~, VII

a, $L \subset P$: $I = \emptyset \wedge VI \neq \emptyset$, tj. $A \cap B' \cap C' = \emptyset \wedge B \cap C \cap A' = \emptyset$

b, $P \subset L$: $\underline{V} = \emptyset \wedge IV = \emptyset \wedge VII = \emptyset$, tj. $A \cap B \cap C = \emptyset \wedge A \cap B' \cap C = \emptyset$
$\wedge A' \cap B' \cap C = \emptyset$

c, $P = L$: prvky pouze v $\underline{II}$, tj. $C = \emptyset \wedge A \cap B' \cap C' = \emptyset$

(7) Rozhodněte a zdůvodněte, zda je následující zápis zápisem pravidla odvozování (p, q, r jsou výrokové proměnné).

a, $\dfrac{p,\ q \Leftrightarrow r}{p \vee r}$

$[p \wedge \underbrace{(q \Leftrightarrow r)}_{L}] \Rightarrow \underbrace{(p \vee r)}_{P}$

p	q	r	$q \Leftrightarrow r$	$p \wedge (q \Leftrightarrow r)$	$p \vee r$	$L \Rightarrow P$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1

Zápis je zápisem správného pravidla odvozování, neboť v.forma je tautologie

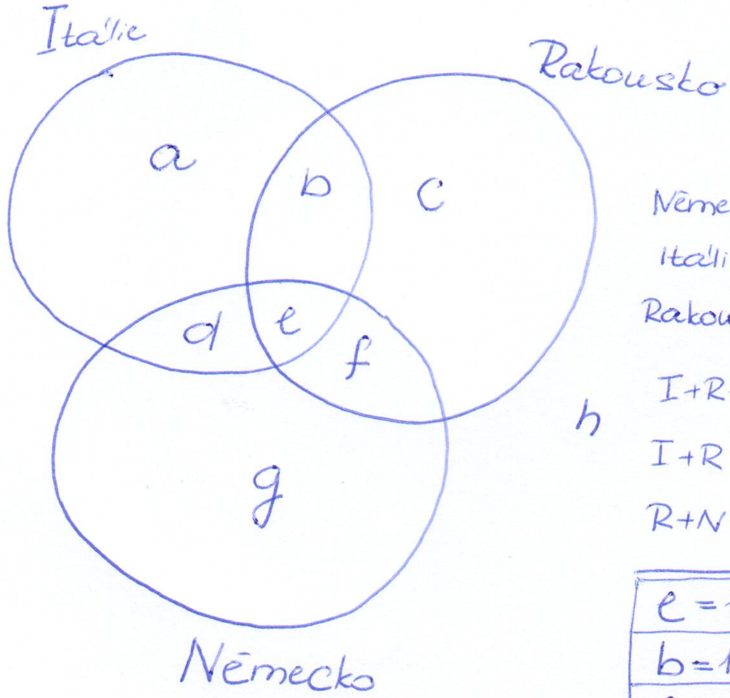
b, $(p \Leftrightarrow q) \wedge r \longrightarrow (p \vee \neg r)$

$[(p \Leftrightarrow q) \wedge r] \Rightarrow (p \vee \neg r)$

p	q	r	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Leftrightarrow q) \wedge r$	$\neg r$	$p \vee \neg r$	$L \Rightarrow P$
1	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1	1

Zápis není zápisem správného pravidla odvozování.

(8) Ze 35i žáků třídy jich bylo o prázdninách 7 v Německu, a stejně tolik v Itálii. Rakousko navštívilo 5 žáků. V žádné z těchto zemí nebylo 21 studentů. Všechny tyto 3 země navštívil 1 žák. V Itálii i v Rakousku byli 2 žáci; V Rakousku i Německu byl 1 žák. Kolik žáků navštívilo Německo nebo Itálii? Kolik žáků navštívilo Rakousko nebo Itálii? Kolik žáků navštívilo Německo nebo Rak.?



$h = 21$

$a+b+c+d+e+f+g+h = 35$

Německo: $d+e+f+g = 7$

Itálie: $a+b+d+e = 7$

Rakousko: $b+c+e+f = 5$

I+R+N: $e = 1$

I+R: $b+e = 2$

R+N: $e+f = 1$

upravíme

$\boxed{e=1}$ $\boxed{b=1}$ $\boxed{f=0}$

$d+1+0+g = 7$

$a+1+d+1 = 7$

$1+c+1+0 = 5 \Rightarrow \boxed{c=3}$

$a+1+c+d+1+0+g+21 = 35$

$d+g = 6$

$a+d = 5$

$a+1+3+d+1+0+g+21 = 35$

$a+d+g = 9$

$5+g = 9 \Rightarrow \boxed{g=4}$

$\boxed{d=2}$

$\boxed{a=3}$