**Dělení mimo obor násobilek**

Růžena Blažková

1. **Dělení se zbytkem**

**Motivace**: proč se učíme dělení se zbytkem? Někdy nemůžeme počet prvků rozdělit na skupiny o stejném počtu prvků (např. 29 dětí nelze rozdělit na stejně početné skupiny). Dělení se zbytkem je také potřebné při písemném dělení.

**Předpokládané znalosti:** základní spoje násobení a dělení, násobek čísla, nejblíže menší násobek daného čísla k danému číslu (např. nejblíže menší násobek čísla 4 k číslu 15 je 12, což je trojnásobek).

K procvičení nejblíže menšího násobku daného čísla k danému číslu můžeme použít názornou představu. Napíšeme řadu čísel od 0 do 50 (do 100) a označíme příslušné násobky vybraného čísla. Potom určujeme nejblíže menší násobek.

Např. vyznačíme násobky čtyř

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 ….

Vyberu číslo 15, nejblíže menší násobek čtyř je 12.

**Poznámka:** Zápis rovnítka při dělení se zbytkem není příliš korektní, avšak tento zápis je na prvním stupni ZŠ takto používán. (Např. 11 : 2 = 5 (zb.1), 26 : 5 = 5 (zb.1), 41 : 8 = 5 (zb.1) …, neúplný podíl 5 a zbytek 1 tvoří celou třídu úloh.)

**Dělení se zbytkem - definice**

Připomeňme si, jak je definováno dělení se zbytkem.

Jsou dána přirozená čísla *a, b* taková, že *a* není násobkem *b, b*$\ne $0, pak k těmto číslům existují přirozená čísla *q, z* taková, že platí:

*a = b · q + z*

Číslo *a* se nazývá dělenec, *b* je dělitel, *q* je neúplný podíl, *z* jezbytek. Zbytek musí být vždy menší než dělitel.

**Vyvození**

Dělení se zbytkem vyvozujeme analogicky jako dělení beze zbytku.

Dělení na části: 14 švestek rozděl mezi 4 děti tak, aby měly všechny stejně. Kolik švestek bude mít každé dítě a kolik švestek zbyde?

Dramatizace: připravíme konkrétní realizaci, rozdělování

Grafické znázornění: A B C D

 O O O O

 O O O O

 O O O O O O

Zápis příkladu: 14 : 4 = 3 (zb. 2)

Zkouška: 4 · 3 = 12 12 + 2 = 14 nebo 4 · 3 + 2 = 12 + 2 = 14

Odpověď: Každé dítě dostane tři švestky a dvě švestky zbydou.

Dělení podle obsahu: 14 tyčinek (krychlí) rozděl na hromádky po čtyřech. Kolik úplných hromádek vytvoříš a kolik tyčinek bude na neúplné hromádce?

Dramatizace: Každé dítě má 14 tyčinek (krychlí) a pracuje samostatně.

Grafické znázornění: **//// //// //// //**

Zápis příkladu: 14 : 4 = 3 (zb. 2)

Zkouška: : 3 · 4 = 12 12 + 2 = 14 nebo 3 · 4 + 2 = 12 + 2 = 14

Odpověď: Vytvořím tři úplné hromádky. Dvě tyčinky zbydou,

**Písemné dělení**

viz dvametodické materiály pro učitele

**Používání závorek a priorita operací**

V praxi často řešíme úlohy, ve kterých pracujeme s více čísly (např. při řešení složených slovních úloh), tj. používáme číselné výrazy. Číselný výraz obsahuje pouze čísla a operace mezi nimi. Úkolem je stanovit postup výpočtu v číselných výrazech. Děti používají ustálených pravidel, které se jednak týkají používání závorek (pokud jsou vyznačeny) a jednak různé úrovně jednotlivých operací.

Pokud se v číselných výrazech vyskytují závorky, pak výrazy v závorce se provádějí nejdříve, např.

 36 – (12 - 8) = 26 – 4 = 32

 (4 + 5) . 7 = 9. 7 = 63

 (56 + 44) – (25 – 5) = 100 – 20 = 80

Pokud se v číselném výrazu vyskytuje pouze sčítání a odčítání a nejsou vyznačeny závorky, pak při výpočtu postupujeme zleva doprava, např.

 42 + 14 – 16 = 56 – 16 = 40

 100 – 25 – 30 = 75 – 30 = 45

Analogicky pro násobení a dělení:

 6 · 3 · 5 · 2 = 180

 8 · 5 : 4 = 10

 40 : 2 : 5 = 4

Jestliže se v číselném výrazu vyskytují operace sčítání, odčítání, násobení a dělení a nejsou vyznačeny závorky, pak platí, že násobení a dělení má přednost před sčítáním a odčítáním, např.

 3 + 5 . 6 = 3 + 30 = 33

 28 – 6 : 3 = 28 – 2 = 26

 3 . 9 + 8 . 4 = 27 + 32 = 59

Při počítání s číselnými výrazy se setkáváme s některými problémy, kdy děti uplatňují pravidla jen částečně.

1. Děti počítají výraz v závorce jako první, avšak zapomenou na první číslo, např.

60 – (50 – 30) = 20.

1. Vypočítají výraz v závorce jako první, také jej jako první zapíší a pak si nevědí rady, např. 60 – (50 – 30) = 20 – 60.
2. Děti nerespektují poučku o pořadí operací a vždy postupují zleva doprava, např.

 3 + 5 . 6 = 8 . 6 = 48

 48 – 8 : 4 = 40 : 4 = 10

1. Počítají podle svých postupů, např. 6 . 5 + 4 : 2 počítají

5 + 4 = 9, 6 . 9 = 54, 54 : 2 = 27 nebo postupují zleva doprava: (30 + 4) : 2 = 17

přitom správný postup je 6 . 5 + 4 : 2 = 30 + 2 = 32

Pokud se vyskytují problémy, můžeme využít některých „pomůcek“, tj. grafického vyznačení.

1. Možnost zapisovat výsledek výrazu v závorce nad závorku a vést děti k zápisům všech čísel od začátku:

 20

60 – (50 – 30) = 60 – 20 = 40

Nebo psát postup výpočtu do řádků pod sebe: 60 – (50 – 30) =

1. - 20 = 40
2. Postup provádění je možné znázorňovat pomocí stromu, ve kterém v první úrovni (shora) násobíme nebo dělíme a ve druhé úrovni sčítáme nebo odčítáme, např.

 3 + 5 . 6 3 . 4 + 20 : 4

 ****

1. Používat závorky i ve výrazech s násobením nebo dělením, např.

5 + (6 . 7) nebo (3 . 4) + (20 : 4)