

# Dělení mimo obor násobitek

Růžena Blažková

## 1. Dělení se zbytkem

**Motivace:** proč se učíme dělení se zbytkem? Někdy nemůžeme počet prvků rozdělit na skupiny o stejném počtu prvků (např. 29 dětí nelze rozdělit na stejně početné skupiny). Dělení se zbytkem je také potřebné při písemném dělení.

**Předpokládané znalosti:** základní spoje násobení a dělení, násobek čísla, nejbližší menší násobek daného čísla k danému číslu (např. nejbližší menší násobek čísla 4 k číslu 15 je 12, což je trojnásobek).

K procvičení nejbližší menšího násobku daného čísla k danému číslu můžeme použít názornou představu. Napíšeme řadu čísel od 0 do 50 (do 100) a označíme příslušné násobky vybraného čísla. Potom určujeme nejbližší menší násobek.

Např. vyznačíme násobky čtyř

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 ....

Vyberu číslo 15, nejbližší menší násobek čtyř je 12.

**Poznámka:** Zápis rovnítka při dělení se zbytkem není příliš korektní, avšak tento zápis je na prvním stupni ZŠ takto používán. (Např.  $11 : 2 = 5$  (zb.1),  $26 : 5 = 5$  (zb.1),  $41 : 8 = 5$  (zb.1) ..., neúplný podíl 5 a zbytek 1 tvoří celou třídu úloh.)

### Dělení se zbytkem - definice

Připomeňme si, jak je definováno dělení se zbytkem.

Jsou dána přirozená čísla  $a$ ,  $b$  taková, že  $a$  není násobkem  $b$ ,  $b \neq 0$ , pak k těmto číslům existují přirozená čísla  $q$ ,  $z$  taková, že platí:

$$a = b \cdot q + z$$

Číslo  $a$  se nazývá dělenec,  $b$  je dělitel,  $q$  je neúplný podíl,  $z$  je zbytek. Zbytek musí být vždy menší než dělitel.

### Vyvození

Dělení se zbytkem vyvozujeme analogicky jako dělení beze zbytku.

Dělení na části: 14 švestek rozděl mezi 4 děti tak, aby měly všechny stejně. Kolik švestek bude mít každé dítě a kolik švestek zbyde?

Dramatizace: připravíme konkrétní realizaci, rozdělování

Grafické znázornění: A    B    C    D

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Zápis příkladu:  $14 : 4 = 3$  (zb. 2)

Zkouška:  $4 \cdot 3 = 12$      $12 + 2 = 14$     nebo     $4 \cdot 3 + 2 = 12 + 2 = 14$

Odpověď: Každé dítě dostane tři švestky a dvě švestky zbydou.

Dělení podle obsahu: 14 tyčinek (krychlí) rozděl na hromádky po čtyřech. Kolik úplných hromádek vytvoříš a kolik tyčinek bude na neúplné hromádce?

Dramatizace: Každé dítě má 14 tyčinek (krychlí) a pracuje samostatně.

Grafické znázornění: *////*    *////*    *////*    *//*

Zápis příkladu:  $14 : 4 = 3$  (zb. 2)

Zkouška:  $3 \cdot 4 = 12$      $12 + 2 = 14$     nebo     $3 \cdot 4 + 2 = 12 + 2 = 14$

Odpověď: Vytvořím tři úplné hromádky. Dvě tyčinky zbydou,

## Písenné dělení

viz dva metodické materiály pro učitele

## Používání závorek a priorita operací

V praxi často řešíme úlohy, ve kterých pracujeme s více čísly (např. při řešení složených slovních úloh), tj. používáme číselné výrazy. Číselný výraz obsahuje pouze čísla a operace mezi nimi. Úkolem je stanovit postup výpočtu v číselných výrazech. Děti používají ustálených pravidel, které se jednak týkají používání závorek (pokud jsou vyznačeny) a jednak různé úrovně jednotlivých operací.

Pokud se v číselných výrazech vyskytnou závorky, pak výrazy v závorce se provádějí nejdříve, např.

$$36 - (12 - 8) = 26 - 4 = 32$$

$$(4 + 5) \cdot 7 = 9 \cdot 7 = 63$$

$$(56 + 44) - (25 - 5) = 100 - 20 = 80$$

Pokud se v číselném výrazu vyskytuje pouze sčítání a odčítání a nejsou vyznačeny závorky, pak při výpočtu postupujeme zleva doprava, např.

$$42 + 14 - 16 = 56 - 16 = 40$$

$$100 - 25 - 30 = 75 - 30 = 45$$

Analogicky pro násobení a dělení:

$$6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 180$$

$$8 \cdot 5 : 4 = 10$$

$$40 : 2 : 5 = 4$$

Jestliže se v číselném výrazu vyskytují operace sčítání, odčítání, násobení a dělení a nejsou vyznačeny závorky, pak platí, že násobení a dělení má přednost před sčítáním a odčítáním, např.

$$3 + 5 \cdot 6 = 3 + 30 = 33$$

$$28 - 6 : 3 = 28 - 2 = 26$$

$$3 \cdot 9 + 8 \cdot 4 = 27 + 32 = 59$$

Při počítání s číselnými výrazy se setkáváme s některými problémy, kdy děti uplatňují pravidla jen částečně.

- a) Děti počítají výraz v závorce jako první, avšak zapomenou na první číslo, např.

$$60 - (50 - 30) = 20.$$

- b) Vypočítají výraz v závorce jako první, také jej jako první zapíší a pak si nevědí rady, např.  $60 - (50 - 30) = 20 - 60$ .

- c) Děti nerespektují poučku o pořadí operací a vždy postupují zleva doprava, např.

$$3 + 5 \cdot 6 = 8 \cdot 6 = 48$$

$$48 - 8 : 4 = 40 : 4 = 10$$

- d) Počítají podle svých postupů, např.  $6 \cdot 5 + 4 : 2$  počítají

$$5 + 4 = 9, \quad 6 \cdot 9 = 54, \quad 54 : 2 = 27 \quad \text{nebo postupují zleva doprava: } (30 + 4) : 2 = 17$$

$$\text{přítom správný postup je } 6 \cdot 5 + 4 : 2 = 30 + 2 = 32$$

Pokud se vyskytnou problémy, můžeme využít některých „pomůcek“, tj. grafického vyznačení.

1. Možnost zapisovat výsledek výrazu v závorce nad závorku a vést děti k zápisům všech čísel od začátku:

$$\begin{array}{c} 20 \\ 60 - (50 - 30) = 60 - 20 = 40 \end{array}$$

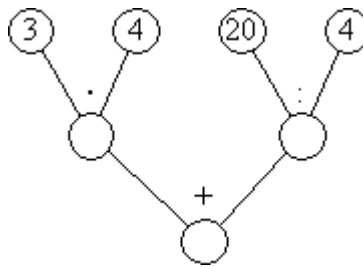
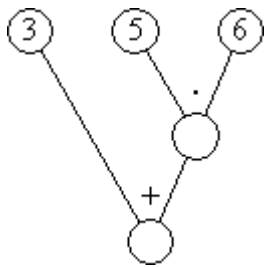
Nebo psát postup výpočtu do řádků pod sebe:  $60 - (50 - 30) =$

$$60 - 20 = 40$$

2. Postup provádění je možné znázorňovat pomocí stromu, ve kterém v první úrovni (shora) násobíme nebo dělíme a ve druhé úrovni sčítáme nebo odčítáme, např.

$$3 + 5 \cdot 6$$

$$3 \cdot 4 + 20 : 4$$



3. Používat závorky i ve výrazech s násobením nebo dělením, např.  
 $5 + (6 \cdot 7)$       nebo       $(3 \cdot 4) + (20 : 4)$

