

ZLOMKY

Růžena Blažková

1. Pojem zlomku

Pokuste se odpovědět na otázky:

Co je zlomek? Jaký význam má zlomek?

Zlomek může mít tři významy:

- Část celku
- Reprezentant racionálního čísla
- Naznačené dělení

Poznámka: Připomeňte si z matematiky: Jaký je rozdíl mezi zlomkem a racionálním číslem?

Je každý zlomek racionálním číslem?

Je každé racionální číslo zlomkem?

Na prvním stupni ZŠ budujeme nejprve pojem zlomku jako části celku. Vytvoření pojmu zlomek a příslušná abstrakce je náročnější, než vytvoření pojmu přirozeného čísla a trvá od předškolního věku až do druhého stupně ZŠ. Již v mateřské školce děti chápou, co je polovina jablíčka, polovina rohlíku, a na základě konkrétních zkušeností si vytvářejí představu zlomku jako části celku. Po celou dobu školní docházky by měly mít děti dostatek podnětů, které přispívají k tomu, že od významu zlomku jako části celku dospívají k pojmu zlomku jako číslu. Pokud se tento proces podcení, děti dostávají formální poznatky a se zlomky mají problémy a v počítání se zlomky pak dělají neuvěřitelné chyby.

K modelování zlomku jako části celku využíváme konkrétní objekty – nejprve asi tvaru kruhu – koláče, pizzy, dorty, (také bramboráky, placky, palačinky aj.). Kruh se dobře rozděluje na stejné části, když je jejich počet mocninou čísla 2 (2, 4, 8, 16, atd.). Snadno nakreslí průměr kruhu a pak další části. Méně snadné je dělení kruhu na lichý počet částí (3, 5, 7, atd.) a jejich násobky (6, 9, 12, atd.). Zpravidla mohou být děti na tento způsob dělení kruhu navedeny některým praktickým modelem, např. logem automobilky Mercedes.

Dalším vhodným modelem jsou objekty tvaru obdélníku, např. čokoláda, buchta na plechu tvaru obdélníku, (také koberec, deska stolu, podlaha v místnosti tvaru obdélníku, zahrada tvaru obdélníku aj.). Analogicky se využívají předměty tvaru čtverce. Rozdělit čtverec nebo obdélník na stejné části, jejichž počet je mocninou čísla 2 je snadné a existuje více možností, jak to udělat. Rozdělit tyto útvary na lichý počet stejných dílů (a jejich násobky) je již méně snadné.

K vytváření pojmu zlomek jako část celku využíváme většinou:

Konkrétní model

Tyč, špejle

Čokoláda

Dort, pizza, koláč

Matematická reprezentace

úsečka

obdélník, čtverec

kruh

Později děti využívají k chápání zlomku jako části celku dalších modelů, které v geometrické interpretaci představují úsečky, rovnostranné trojúhelníky, pravidelné mnohoúhelníky, kvádry aj. K modelování výpočtu zlomu z čísla se využívá i staveb z krychlí.

Školními modely jsou různé zlomkovnice (kartonové, plastové), zlomkové počítadlo, zlomková věž.

Postupně se přichází k tomu, že není důležité, které objekty dělíme, jak jsou velké, jaký mají tvar, ale důležité je **na kolik stejných částí objekty dělíme.**

Jeden z možných postupů výuky

Při vyvození pojmu „zlomek jako část celku“ a jeho zápisu vycházíme od jmenovatele zlomku – na kolik stejných částí celek dělíme a teprve potom zapisujeme čitatele zlomku.

Metodický postup při zavádění pojmu zlomek na 1. stupni ZŠ má následující strukturu:

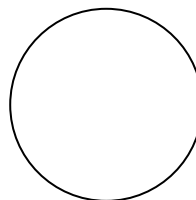
1. manipulativní činnost, překládání papíru, využívání mnoha různých tvarů
2. matematický zápis každé z činností
3. postupné odpoutávání se od konkrétních předmětných představ
4. postupné zobecňování založené na pochopení
5. zápis zlomku jako čísla
6. užití zlomků v reálném životě
7. výpočet zlomku z čísla
8. práce s jednotkami měr
9. počítání se zlomky jako s čísly
10. porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem, rovnost zlomků
11. vyvození sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem.

Práce s papírem

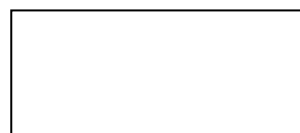
1. Přeložte čtverec tak, abyste jej rozdělili na čtyři stejné části (lze to více způsoby):



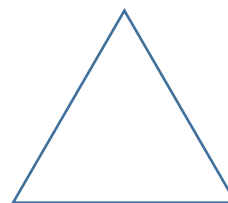
2. Přeložte kruh, rozdělte jej na čtyři stejné části.



3. Přeložte obdélník na čtyři stejné části.



4. Přeložte rovnostranný trojúhelník na čtyři stejné části.



5. V každém případě vybarvěte jednu z částí.

6. Na kolik stejných částí jsme útvary dělili? _____ (na čtyři)
Kolik částí jsme vybarvili? _____ (jednu)

Jak zapíšeme, že jsme vybarvili jednu ze čtyř částí? $\frac{1}{4}$ (zlomkem)

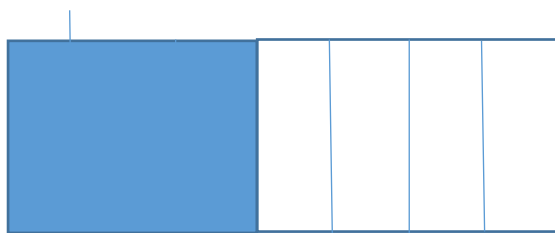
čítatel (udává, kolik částí celku uvažujeme)

Zlomek $\frac{1}{4}$

zlomková čára

jmenovatel (udává, na kolik stejných částí je celek rozdělen)

7. Další činnosti přispívají k tomu, aby děti pochopily, vyjádření celku pomocí zlomků. Např. Rozdělte obdélník na 7 stejných dílů. 3 díly vybarvěte. Kolik dílů je nevybarvených?



Vybarveno: $\frac{3}{7}$

Nevybarveno: $\frac{4}{7}$

Tímto způsobem mohou děti vnímat, že celek je sedm sedmin.

Rozdělte čtverec na devět stejných částí. Pět z nich vybarvěte. Zapište zlomkem, jaká část čtverce je vybarvena a jaká část čtverce vybarvena není.

Nakreslete obrázek: Novákovi mají pozemek tvaru obdélníku. Jedna čtvrtina bude zastavěna domem, jedna čtvrtina bude věnována zahrádce a jedna polovina pozemku bude sad. Jak může být pozemek rozdělen? Nakreslete alespoň dvě možnosti.

Babička upekla buchtu na plechu, který měl tvar obdélníku. Rozdělila ji na 24 stejných dílů.

- a) Nakreslete, jak mohla být buchtu rozdělena.
- b) Zapište zlomkem jaká část buchtu je jeden dílek.

8. Podobně postupujeme, jestliže chceme, aby děti pochopily, že jednu část celku můžeme vyjádřit více zlomky. Vezmeme si papír A4, přeložíme jej na dvě stejné části. Jednu polovinu vybarvíme. Potom papír přeložíme na 4 stejné části. Děti vidí, že jedna polovina papíru jsou také dvě čtvrtiny papíru. Přeložíme papír na 8 stejných částí. Při rozložení papíru děti vidí, že jedna polovina papíru jsou také 4 osminy papíru. Tak můžeme překládat dál, pokud to půjde. Tato činnost je propedeutikou učiva o rovnosti zlomků, krácení a rozšiřování zlomků, což je učivo 2. stupně základní školy. Analogické vztahy mohou děti pozorovat na zlomkovém počítadle nebo na zlomkové věži.

Cílem konkrétních manipulací s objekty je postupné zobecnování a jistota dětí pochopení zlomek jako část celku. V první fázi se vytváří pojem jedné n -tiny (představa zlomku kmenného, jehož číselník je roven jedné, ve druhé fázi pak zlomku, jehož jmenovatel je různý od jedné. Ve všech úlohách jde o vytvoření správných představ. Často pracujeme s jednotkami měř.

2. Výpočet zlomku z čísla

Úloha 1.: Ze 32 žáků naší třídy hraje jedna čtvrtina šachy. Kolik žáků ze třídy hraje šachy? Kolik žáků šachy nehraje?

Řešení:

Úloha se řeší dělením: $32 : 4 = 8$ Šachy hraje 8 žáků, 24 žáků šachy nehraje.

Náměty úloh na výpočet jedné n -tiny z celku

2. Ve třídě je 28 žáků. Jedna polovina z nich jsou chlapci. Kolik je ve třídě chlapců, kolik je děvčat?
3. Z vypůjčené částky 70 000 Kč byla zaplácena jedna pětina. Kolik Kč zbývá ještě zaplatit?
4. Z 2 000 Kč dostal každý z pěti brigádníků stejnou část. Kolik Kč dostal každý brigádník?
5. Z čísla 48 vypočítejte: jeho jednu osminu, jednu šestinu, jednu dvanáctinu, jednu čtvrtinu, jednu polovinu.
6. Kolik decimetrů je jedna desetina metru?
7. Kolik centimetrů je jedna setina metru?
8. Kolik minut je jedna desetina hodiny?

9. Kolik minut je jedna čtvrtina hodiny?
10. Kolik gramů je jedna desetina kilogramu?
11. Kolik litrů je jedna setina hektolitrů?

K náročnějším úlohám se řadí úlohy typu, kdy máme vypočítat cele, známe-li některou jeho část.

3. Výpočet celku, známe-li jeho jednu n -tinu

Úloha 12. Španělštinu se učí 7 žáků naší třídy a to je jedna pětina všech žáků naší třídy. Kolik je v naší třídě žáků?

Řešení: 7 žáků odpovídá jedné pětině celku, musíme tedy vypočítat pět pětín celku:

$$7 \cdot 5 = 35 \quad \text{V naší třídě je 35 žáků.}$$

Náměty úloh

13. Jana přečetla 28 stran knihy, byla to jedna čtvrtina všech stránek v knize. Kolik stran má kniha?
14. Na výletě jsme ušli 9 kilometrů, a máme tak jednu polovinu trasy za sebou. Kolik kilometrů měří celá trasa, kterou máme ujít?
15. Myslím si číslo, jeho jedna osmina je 15. Které číslo si myslím?
16. Babička říká: Jednu sedminu svého současného věku jsem chodila na základní školu. Na základní školu jsem chodila 9 roků. Kolik je mi let?
17. Tomášovi je 6 roků. Jeho věk je jedna osmina věku jeho tatínka. Kolik je tatínkovi roků?

4. Výpočet m n -tin z celku

Úloha 18. Dostala jsem od babičky 100 Kč. Tři pětiny této částky jsem utratila, zbytek jsem si uložila do pokladničky. Kolik Kč jsem uložila?

Řešení:

Máme vypočítat tři pětiny ze 100 Kč. Nejprve vypočítáme jednu pětinu: $100 : 5 = 20$

Potom vypočítáme tři pětiny: $3 \cdot 20 = 60$

$100 - 60 = 40$. Do pokladničky jsem uložila 40 Kč.

19. V naší třídě je 28 žáků. Tři sedminy jsou děvčata. Kolik je v naší třídě děvčat, kolik je chlapců?
20. Kolik minut je pět dvanáctin hodiny?
21. Kolik centimetrů jsou tři čtvrtiny metru?

22. Viktor si chce koupit hru za 2 500 Kč. Sedm desetin této částky má již ušetřeno. Kolik Kč mu ještě chybí?

Náročné mohou být úlohy, kdy je třeba vyjádřit zlomkem část celku.

5. Výpočet zlomku ze známého celku a jeho části

Úloha 23.: V pěveckém souboru je 48 dětí, chlapců je 16. Zapište zlomkem, jakou část souboru tvoří chlapci a jakou část děvčata.

Řešení: je třeba zjistit, jakou částí je 16 ze 48. $3 \cdot 16 = 48$ nebo $48 : 16 = 3$, tedy 16 je jedna třetina ze 48. V souboru je z celkového počtu třetina chlapců a dvě třetiny děvčat.

24. Zapište zlomkem, kolik Kč je 200 Kč z 800 Kč.

25. Jakou část (zapsáno zlomkem) tvoří 5 dm z jednoho metru?

26. Jakou část (zapsáno zlomkem) tvoří 10 cm z jednoho metru?

27. Markovi je 5 roků, jeho mamince je 30 roků. Jakou částí, zapsáno zlomkem, je věk Marka věku maminky?

6. Pamatujte si:

Zlomek, jehož číselník je roven jmenovateli se rovná 1: $\frac{5}{5} = 1$

V číselníku zlomku může být 0: $\frac{0}{8} = 0$

Ve jmenovateli zlomku nula být nesmí: zlomek $\frac{7}{0}$ nemá smysl. Připomeňte si, jak prostředky žáka 1. stupně základní školy zdůvodníte, proč není možné dělit nulou.

Zlomek, jehož číselník je menší než jmenovatel je zlomek pravý. Ostatní zlomky jsou nepravé.

Zlomek, jehož číselník je větší než jmenovatel, můžeme zapsat pomocí smíšeného čísla, např:

$$\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

7. Porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem

Porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem provádíme názorně, s využitím pomůcek. Např. modelujeme situaci, že tři osminy jsou menší než pět osmin.

8. Sčítání zlomků se stejným jmenovatelem

Sčítání zlomků se stejným jmenovatelem můžeme modelovat dvěma způsoby. Buď využijeme jednoho objektu, nebo dvou.

Úloha 28. Maminka rozdělila pizzu na 8 dílů. Eva snědla 2 dílky, Filip snědl 3 dílky. Zapište zlomkem, jakou část pizzy děti snědly.

Nakreslíme obrázek, vybarvíme část, kterou snědla Eva a část, kterou snědl Filip.

Zapišeme: $\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ Děti snědly pět osmin pizzy.

Úloha 29. Jahodový dort je rozdělen na 8 stejných částí, čokoládový dort je také rozdělen na 8 stejných částí. Koupíme dvě osminy jahodového dortu a tři osminy čokoládového dortu. Kolik osmin máme:?

Nakreslíme obrázky, vybarvíme části, které jsme koupili a zapišeme příklad:

$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ Celkem máme pět osmin dortů.

Poznámka: Pozor na chybné grafické znázornění.

9. Odčítání zlomků se stejným jmenovatelem

Úloha 30. Z lahve, ve které bylo $\frac{7}{10}$ litru džusu, jsme odlili $\frac{2}{10}$ litru džusu do skleničky. Kolik džusu zbylo v láhvi?

Nakreslíme obrázek lahve, v lahvi vyznačíme původní množství a barevně škrtneme, co jsme odlili do skleničky.

Zapišeme: $\frac{7}{10} - \frac{2}{10} = \frac{5}{10}$ V láhvi zbylo pět desetin litru džusu.

Poznámka: Pozor na chybné grafické znázornění.

Hledejte vhodné příklady z běžného života, kde se uplatní sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem.

Dětem můžeme dávat hádanky typu:

- Rozdělte 8 koláčů mezi 8 dětí. Každý má jednu osminu ze všech koláčů. Kolik koláčů bude mít každé dítě?
- Rozdělte 8 koláčů mezi 4 děti. Každý má jednu čtvrtinu ze všech koláčů. Kolik koláčů bude mít každé dítě?
- Rozdělte 8 koláčů mezi 3 děti. Každý má jednu třetinu ze všech koláčů. Kolik koláčů bude mít každé dítě?

- d) Rozdělte 8 koláčů mezi 5 dětí. Každý má jednu pětinu ze všech koláčů. Kolik koláčů bude mít každé dítě?
- e) Rozdělte 8 koláčů mezi 16 (24) dětí. Jakou část koláče bude mít každý?
- f) Rozdělte 8 koláčů mezi 10 (20) dětí. Jakou část koláče bude mít každý?

K procvičování je možné využít publikací:

Budínová, I. (2015): Mami, tati, já těm zlomkům nerozumím. Brno: Edika, Albatros media.

Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M. (2013): Zlomky. Pracovní sešit pro 4. ročník. Praha, A