Kartézský součin, binární relace, zobrazení.

1. Jsou dány množiny A = {1,2,3,4}, B = {x, y}. Zapište kartézské součiny A x B, B x A, A x A, B x B.

2. Kolik různých jmen (křestní jméno – příjmení) můžete utvořit z křestních jmen Eva, Jana, Hana a příjmení Nová a Holá. Zapište je.

3. Zapište množiny K, L, z nichž byly vytvořeny kartézské součiny:
   a) {[2,3] [4,3], [0,1], [2,1], [0,3], [4,1]}
   b) {[4,0] [4,3], [4,1], [4,2]}
   c) {[a,b] [b,a], [b,b], [a,a]}

4. Jsou dány množiny A = {a}, B = {c,d,e}, C = {e,f}. Zjistěte, zda pro ně platí rovnosti:
   a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$
   b) $A \times (C \cap B) = (A \times C) \cap (B \times C)$

5. Kolik prvků mnohou mít množiny M a N, víte-li že kartézský součin M x N má 16 uspořádaných dvojic?

6. Na množině M = {0,1,2,3,4} jsou definovány binární relace R, S, T, U, V, W. Zapište je výčtem prvků:
   $R = \{[x,y] \in M \times M;\ x > y\}$
   $S = \{[x,y] \in M \times M;\ x + y = 5\}$
   $T = \{[x,y] \in M \times M;\ x < y \wedge x + y = 4\}$
   $U = \{[x,y] \in M \times M;$ x je násobkem y}
   $V = \{[x,y] \in M \times M;\ x = y\}$
   $W = \{[x,y] \in M \times M;\ x = y \vee x = 2.y\}$

7. Určete výčtem prvků relace inverzní R^{-1}, S^{-1}, T^{-1} a relace doplňkové R´, U´ k relacím R, S, T, U ze cvičení 6.

8. Určete vlastnosti binárních relací R – W v množině M ze cvičení 6. Rozhodněte, zda je některá z těchto relací ekvivalence na množině nebo ostré lineární uspořádání na M.

9. Doplňte co nejméně uspořádaných dvojic do binární relace R = {[2,2], [1,1], [4,4] [2,3] [3,2] [1,4], … } tak, aby byla ekvivalencí na množině M = {1,2,3,4}. Nakreslete si její uzlový graf. Pak zapište rozklad množiny M určený ekvivalencí R.

10. Je daná množina M = {a, b, c} a její rozklady $T_1 = \{\{a,c\}, \{b\}\}$ a $T_2 = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$. Najděte k těmto rozkladům příslušné relace ekvivalence R_1 a R_2 .

11. Uvažujte množinu L všech lidí v obci, v níž žijete. Které z následujících binárních relací jsou ekvivalence na množině L? Jak tyto ekvivalence rozkládají množinu L?
    $S_1 = \{[x,y] \in L \times L;$ x je v abecedě před y}
    $S_2 = \{[x,y] \in L \times L;$ x je narozen ve stejném měsíci jako y}
    $S_3 = \{[x,y] \in L \times L;$ x má stejnou matku jako y}
    $S_4 = \{[x,y] \in L \times L;$ x je starší než y}

$S_5 = \{[x,y] \in L \times L;$ x bydlí ve stejném domě jako y$\}$

12. Jsou dány množiny $K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $L = \{k, l, m, n, o\}$.
    Zapište několik příkladů relací mezi množinami K a L, která
    a) jsou prostým zobrazením množiny K na L
    b) jsou zobrazením K do L, které není prosté
    c) jsou zobrazením z množiny L do množiny K, které není prosté
    d) jsou prostým zobrazením z K do L
    e) jsou zobrazením v množině L
    f) nejsou zobrazením.

13. Zjistěte, zda se jedná o zobrazení:
    a) osová souměrnost v rovině
    b) měření úseček
    c) každý návštěvník divadla sedí nejvýše na jednom sedadle
    d) znázornění přirozených čísel na číselné ose