

P 8 - TEXT K PŘEDNÁŠCE

Desetinná čísla na 1. stupni ZŠ

Růžena Blažková

Možný postup výuky:

- Motivace – praktické využití – kde jste se s desetinnými čísly setkali v běžném životě
- Desetiny, setiny – vyvození, důraz je kladen na obsah pojmu, nejen na formu
- Čtení a zápis desetinných čísel
- Porovnávání desetinných čísel
- Zaokrouhlování desetinných čísel
- Sčítání a odčítání desetinných čísel z paměti, písemně
- Násobení desetinného čísla číslem přirozeným
- Násobení a dělení desetinných čísel čísly 10, 100, ...
- Vztah mezi zlomky a desetinnými čísly

1. Co je desetinné číslo?

Na otázku, co je desetinné číslo, často slyším odpověď: číslo, které má desetinnou čárku. Na dotaz, co desetinná čárka znamená, se dovím, že odděluje část celou a část desetinnou. Co je část desetinná? Děti se doposud setkávaly s čísly přirozenými, ale co je část desetinná nevědí.

Nebo slyším odpověď: je to číslo menší než 1. A co číslo 15,90 – je to číslo desetinné – je. Je menší než 1 – není.

Tyto odpovědi se zaměřují pouze na formu zápisu, ale nevystihují obsah pojmu.

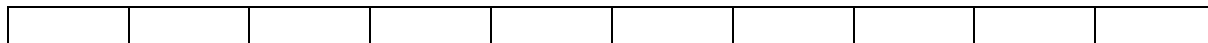
Proces budování pojmu desetinné číslo má strukturu:

Zlomek jako část celku

Desetinný zlomek

Desetinné číslo

Zlomek jako část celku je uveden v části Zlomky. K pojmu desetinný zlomek dospějeme prostřednictvím manipulačních činností. Proužek papíru tvaru obdélníku rozdělíme na 10 stejných částí.



Jedna část je jedna desetina obdélníku.

Postupně vybarvujeme a zapisujeme:

$$\frac{1}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{5}{10} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{10}{10} \quad \text{jak bychom znázornili} \quad \frac{12}{10} \quad \frac{25}{10}?$$

Toto jsou desetinné zlomky (mají ve jmenovateli čísla 10, 100, 1 000, atd. – některou mocninu deseti). Desetinné zlomky můžeme zapisovat pomocí desetinných čísel:

$$0,1 \quad 0,3 \quad 0,5 \quad 0,9 \quad 1,0 \quad 1,2 \quad 2,5$$

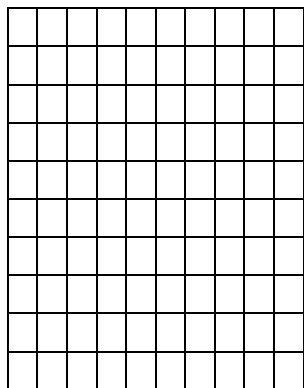
(Pro poslední dvě čísla a další čísla větší než 1 je třeba přidat další obdélníčky.)

Desetinné číslo je jiný zápis desetinného zlomku.

Pozor: všechny zlomky nemůžeme zapsat pomocí desetinných čísel (např. zlomky, které mají ve jmenovateli čísla 3, 6, 7, 9, atd., tedy ve jmenovateli čísla, která nelze rozšířit na 10, 100, atd., na mocninu deseti. Nezaměňujeme desetinné číslo a desetinný rozvoj čísla.

Takto jsme vyvodili desetiny. Dále můžeme vyvodit setiny. Na prvním stupni ZŠ se většinou pracuje s desetinnými čísly řádu desetin a setin, avšak nic nebrání tomu, aby se používaly i tisíce (často se takto vyjadřují výsledky v různých sportech, např. plavání, lyžování, aj.)

Použijeme čtverečkový papír 10 krát 10 čtverečků.



Čtverec je rozdělen na 100 stejných čtverečků, jeden čtvereček je jedna setina celého čtverce. Zapišeme zlomkem $\frac{1}{100}$, desetinným číslem 0,01.

Postupně vybarvujeme a zapisujeme, např.

$$\text{Dvě setiny} \quad \frac{2}{100} \quad 0,02 \quad \text{nula celá, dvě setiny}$$

Dvacet setin	$\frac{20}{100}$	0,20	nula celá dvacet setin
Čtyřicet pět setin	$\frac{45}{100}$	0,45	nula celá čtyřicet pět setin
Sto setin	$\frac{100}{100}$	1,00	jedna celá nula setin
Sto osm setin	$\frac{108}{100}$	1,08	jedna celá osm setin
Sto osmdesát setin	$\frac{180}{100}$	1,80	jedna celá osmdesát setin atd.

Pro poslední dva případy a čísla větší než 1 použijeme další čtverce.

2. Čtení a zápis desetinných čísel

Učíme se desetinná čísla správně číst a zapisovat. Často se používá vyjádření „žádná celá ...“. Vhodnější je však „nula celá ...“, protože nula je číslo, „žádná“ číslo není. Při čtení čísel není správné (alespoň ve škole) číst např. číslo 8,05 osm celých nula pět, ale osm celých pět setin, nebo 0,003 nula celá nula nula tři ale nula celá tři tisícin.

K podpoření zápisu čísel a chápání jednotlivých řádů využíváme řádové tabulky, kde vyznačíme řád jednotek, desetinnou čárku, a k vyznačení dalších řádů využijeme barev, např. jednotky žlutě, desítky červeně, desetiny růžově, stovky modře, setiny světle modře, atd. (nejlépe, když si děti vybarví tabulku samy).

T	S	D	J,	d	s	t

Tabulka se používá buď k zápisu diktovaných čísel, nebo ke čtení čísel v tabulce zapsaných.

K upevnění jednotlivých řádů čísel můžeme využít další aktivitu, kdy zapisujeme k číslům jednotlivé řady, např.

Číslo	4,7	má	4	jednotky	7	desetin
	0,47	má	4	_____	7	_____
	4,07	má	4	_____	7	_____
	40,7	má	4	_____	7	_____

atd.

Zapisujeme desetinná čísla, ke kterým mají děti blízký vztah, např. výška dětí v metrech, sportovní výkony, ceny zboží, jednotky měř, kurzovní lístky k převodu měn apod.

Pokud dětem vyhovuje číselná osa, znázorňujeme obrazy desetinných čísel na číselné ose.

3. Porovnávání desetinných čísel

Motivace – uveďte příklady, ve kterých požíváte porovnávání desetinných čísel (např. ceny stejného zboží v různých obchodech).

K porovnávání desetinných čísel využíváme aktivit z běžného života. Pro žáky je zpravidla jednoduché porovnat čísla, pokud mají porovnávaná čísla stejný počet cifer i stejný počet řádů.

Desetinná čísla můžeme porovnávat také pomocí číselné osy. Ze dvou čísel znázorněných na číselné ose je větší to, jehož obraz je více vpravo.

Uvedeme případy, kdy bychom mohli očekávat problémy:

$8,7 < 8,65$ protože číslo 8,65 má více číslic (nesprávný transfer z čísel přirozených)

$9,78 > 12,3$ převažuje 9 před 1, bez ohledu na řády.

4. Zaokrouhlování desetinných čísel

Zaokrouhlování desetinných čísel se řídí stejnými pravidly, jako zaokrouhlování přirozených čísel, až na zápis nul v některých případech.

Zaokrouhlování na desetiny: rozhodující je počet setin daného čísla. Pokud je počet setin 0, 1, 2, 3 nebo 4, počet desetín ponecháme (zaokrouhlování dolů), např.

$5,32 \doteq 5,3$ (nulu na místo setin nepíšeme)

$12,44 \doteq 12,4$

$7,03 \doteq 7,0$ (nula je počet desetín, na které zaokrouhluje, musí být zapsána)

Pokud je počet setin 5, 6, 7, 8 nebo 9, počet desetín zvětšíme o jednu (zaokrouhlování nahoru), např.

$6,15 \doteq 6,2$

$8,89 \doteq 8,9$

$15,96 \doteq 16,0$ (nula vznikla jako výsledek zaokrouhlování na desetiny, musí být zapsána)

Zaokrouhlování na jednotky: rozhodující je počet desetín daného čísla. Postup je stejný jako v předchozím případě.

$53,19 \doteq 53$

$27,72 \doteq 28$

$49,66 \doteq 50$

Příkladem zaokrouhlování může být např. zaokrouhlování cen při nakupování rohlíků. Cena rohlíku je 1,90, ale protože nemáme haléře, musíme zaplatit 2 Kč. Sledujme ostatní případy (když nekupujeme nic jiného).

Počet rohlíků	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cena skutečná (Kč)	1,90	3,80	5,70	7,60	9,50	11,40	13,30	15,20	17,10	19,00
Zaplatíme (Kč)	2	4	6	8	10	11	13	15	17	19

Další aktivity - např. sledování zaokrouhlování platby na účtenkách při nákupu potravin.

5. Sčítání a odčítání desetinných čísel

a) Pamětné sčítání

Desetinná čísla sčítáme podobně jako čísla přirozená. Je třeba respektovat řády, zejména při sčítání a přechodem přes základ deset a při sčítání čísel různých řádů.

$$0,2 + 0,6 = 0,8$$

$$0,2 + 0,06 = 0,26 \quad (\text{můžeme doplnit nulu, aby obě čísla měla stejný počet desetinných míst. } 0,20 + 0,06)$$

$$0,7 + 0,5 = 1,2 \quad (\text{pozor na chybu } 0,12)$$

$$0,75 + 0,5 = 1,25$$

b) Písemné sčítání

Desetinná čísla sčítáme analogicky jako čísla přirozená, jen je třeba dodržet zásady:

- Desetinné čárky všech sčítanců musí být pod sebou
- Odpovídající si řády musí být pod sebou.

Proto je vhodné využívat čtverečkových papírů s modulem 0,5 nebo 0,8 (zejména pro děti s SPU).

c) Pamětné odčítání

Pamětné odčítání bez přechodu přes základ deset je snadné, v případě, že desetinná čísla nemají stejný počet řádů, je vhodné doplnit je tak, aby stejný počet řádů měla:

$$0,8 - 0,3 = 0,5$$

$$0,69 - 0,5 \quad \text{můžeme doplnit } 0,69 - 0,50 = 0,19$$

$$0,09 - 0,03 = 0,06$$

Pamětné odčítání s přechodem přes základ deset může být někdy obtížnější, protože některé děti mají tendenci odčítat od většího čísla menší, i když je v menšiteli.

$$0,31 - 0,17 = 0,14 \quad (\text{chybný výsledek } 0,26, \text{ kdy odčítají } 3 - 1, 7 - 1)$$

V případě, že pamětné odčítání dělá dětem problémy, využijeme odčítání písemného).

d) Písemné odčítání

U písemného odčítání desetinných čísel postupujeme analogicky jako při odčítání čísel přirozených, avšak respektujeme správný zápis menšence i menšitele pod sebou – desetinná čárka i čísla zapsaná v jednotlivých řádech. V případě potřeby můžeme doplňovat do chybějících řádů nulu.

6. Násobení desetinného čísla číslem přirozeným

Řešíme jednodušší úlohy, postupujeme analogicky jako u čísel přirozených, avšak nesmíme zapomenout na desetinnou čárku.

Zpaměti:

$$5 \cdot 0,3 = 0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,3 = 1,5$$

$$3 \cdot 0,04 = 0,04 + 0,04 + 0,04 = 0,12$$

$$5 \cdot 0,3 = 0,15$$

$$3 \cdot 0,04 = 0,12$$

Písemně:	$0,7$	$32,45$
	$\cdot 9$	$\cdot 6$
	$\hline 6,3$	$\hline 194,70$

Čísla násobíme stejně, jako bychom násobili čísla přirozená, když přijdeme k desetinné čárce, napíšeme ji do součinu.

7. Násobení a dělení desetinných čísel čísly 10, 100

Násobení a dělení desetinných čísel deseti a stem je po formální stránce jednoduché, posouváme desetinnou čárku. Toto učivo je však potřeba pochopit i po stránce obsahové, protože má velký význam při převádění jednotek měr a měla by se vytvořit představa, že posunutím desetinné čárky se číslo zvětšuje nebo zmenšuje.

Často se stává, že děti „poučku“ umí odříkat, ale vůbec nepochopí, co se s číslem děje.

Jeden z možných postupů je, že formulujeme úlohy z běžného života, např.

Jedna tyčinka stojí 8,60 Kč. Kolik Kč zaplatíme za 10 stejných tyčinek?

Počítáme pomocí sčítání: $8,60 + 8,60 + \dots + 8,60 = 86,00$

Celkem desetkrát

Tedy: $8,60 \cdot 10 = 86,00$ - co se stalo s desetinnou čárkou – posunula se o jedno místo doprava.

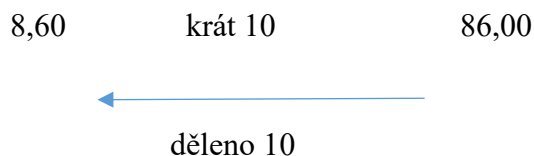
Dělení je možné ilustrovat s využitím vztahu násobení a dělení:

$$8,60 \cdot 10 = 86,00$$

$$86,00 : 10 = 8,60$$

Při dělení desetinného čísla deseti posuneme desetinnou čárku o jedno místo doleva.

1 tyčinka → 10 tyčinek



Podobně vyvodíme násobení a dělení stem. Např. máme krabice s tyčinkami, v každé krabici je deset tyčinek. Koupíme 10 krabic. Kolik za tyčinky zaplatíme?

$$8,60 \cdot 10 = 86,00 \quad 86,00 \cdot 10 = 860,0$$

Tedy: $8,60 \cdot 100 = 860,0$ - desetinnou čárku posuneme o dvě místa doprava



8. Vztah desetinných čísel a zlomků

V běžném životě je někdy srozumitelnější vyjadřovat se pomocí zlomků, jindy pomocí desetinných čísel. Např. vyjádření: „přijdu za čtvrt hodiny“ je asi srozumitelnější, než vyjádření „přijdu za 0,25 hodiny“. Nebo vyjádření „běžec uběhl dráhu za 11,1 sekundy“ je srozumitelnější, než vyjádření „běžec uběhl dráhu za 111 desetin sekundy“.

Proto je užitečné, kdy se seznámíme s tím, jaký je vztah mezi zlomkem a desetinným číslem v běžně používaných situacích.

Zápis pomocí zlomku	Zápis desetinným číslem
---------------------	-------------------------

$$\frac{1}{2}$$

0,5

$$\frac{1}{4}$$

0,25

$$\frac{3}{4}$$

0,75

$$\frac{1}{10}$$

0,1

$$\frac{5}{100}$$

0,05

$$\frac{3}{2}$$

1,5

Je vhodné využívat předmětů denní spotřeby, např. nápojů v různých obalech a sledovat jejich objem zapsaný zlomkem nebo desetinným číslem. Znalost těchto vztahů se dětem vyplácí v budoucnosti, až budou pracovat s procenty.

K procvičení:

Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M. (2014): Desetinná čísla. Pracovní sešit pro 5. ročník. Praha, Alter.

Historická poznámka

K vyjadřování přesných kvantitativních vztahů dnes využíváme, mimo jiné, desetinných čísel. Hospodárná symbolika, umožněná desetinnou čárkou (někde tečkou) činí z desetinných čísel účinný a pohodlný nástroj.

Předchůdce desetinných čísel tvořily zlomky o jmenovateli 60, které se vyvinuly v Babylónii. Měly za úkol vyjádřit určité míry a hmotnosti. Pozůstatky této soustavy užíváme dodnes při měření času a velikosti úhlů. Vliv na volbu čísla 60 mělo zřejmě to, že číslo 60 má hodně dělitelů (12).

Ve středověku se mísí při počítání soustava šedesátková se soustavou desítkovou. Tvořily se astronomické a logaritmické tabulky (rozvoj astronomie, mořeplavectví aj.). Desetinná čísla byla nejprve zapisována jako čísla celá, např. $\sin 1^\circ = 10470$. Francouzský matematik Francois Viète v 16. století prokázal vhodnost a užitečnost desetinných zlomků před šedesátinými a zavedl oddělování míst za „naší desetinnou čárkou“ tím, že je dával tisknout menšími typy. Také využíval svislé čáry, kterou odděloval celky od desetinných míst.

Rozhodující význam desetinných zlomků pro praktickou potřebu vyložil holandský inženýr Simon Stevin, který v roce 1585 uveřejnil spis pod názvem Desítková soustava. Poukázal na to, že lze všechny výpočty v denním životě lehce provést desetinnými čísly bez použití zlomků. Doporučil vládám, aby zavedly desetinný systém v penězích, mírách a váhách, dokonce doporučoval desetinné dělení pro měření velikostí úhlů.

Zápis čísel doporučoval $0,375 \quad 3 \ 1 \ 7 \ 2 \ 5 \ 3$ čísla, která určovala pořadí desetinných míst dával do kroužku.

Vědomé oddělování desetinných míst od celků provedl pražský matematiky švýcarského původu Joost Burgi.

Johannes Kepler odděloval celky od desetinných míst oblou závorekou.

Desetinná čísla začala být používána širšími vrstvami teprve tehdy, až byl splněn Stevinův požadavek zavedení desetinného dělení v peněžnictví a v měření.

U nás byl zaveden desetinný systém v roce 1871. Např. Ve Velké Británii v nedávné době. Desetinnou tečku zavedl Christoph Clavius Schussel.