

DIDAKTIKA MATEMATIKY

IMAp07 P 9

Růžena Blažková
PdF MU Brno

Motivační úlohy

1. Dvě vejce se uvaří na měkko za 5 minut. Za kolik minut se uvaří na měkko 8 vajec?
2. Tři ručníky uschnou na sluníčku za půl hodiny. Za kolik hodin uschne 12 na sluníčku ručníků?
3. Tři kočky chytí za 3 minuty 3 myši. Za kolik minut chytí 10 koček 10 myší (100 koček 100 myší)?
4. Dva lidé spotřebují bochník chleba za 6 dnů. Za kolik dnů spotřebují stejný bochník tři lidé ?

RVP ZV

- **Závislosti, vztahy, práce s daty**
- *Očekávané výstupy*
- 1. období:
 - orientace v čase, jednoduché převody jednotek času
 - popis jednoduchých závislostí z praktického života
 - doplňování tabulek, schémat, posloupností čísel
- 2. období:
 - vyhledávání, sbírání a třídění dat
 - čtení a sestavování jednoduchých tabulek a diagramů.
-

RVP ZV

- ***Učivo:***
- Závislosti a jejich vlastnosti
- Diagramy, grafy, tabulky, jízdní řády.
- **Očekávané výstupy:**
- žák popisuje jednoduché závislosti z praktického života

doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel

Závislosti, vztahy

Motivace:

1. Kde se setkáváme se závislostmi? Např.
 - závislost úspěchu ve škole na kvalitě přípravy
 - růst rostlin v závislosti na množství vody při zalévání
 - výše mzdy může záviset na pracovním výkonu
 - cena nákupu zboží závisí na jeho množství
 - změna výšky a hmotnosti člověka může záviset na jeho věku
 - změna délky dne v závislosti na ročním období

Závislosti kolem nás

- poplatky za telefonní hovory u různých operátorů
- závislost ujeté dráhy na době jízdy při stálé rychlosti
- závislost doby jízdy na rychlosti při projetí určité dráhy
- výhodnost nákupů v akcích, výhodnost množstevních slev
- **Některé závislosti je možné popsat matematicky, některé ne.**

Závislosti

Při provádění operací s čísly sledujeme, jak se mění výsledek operace v závislosti na změnách čísel vstupujících, např.

$$3 + 5 = 8$$

$$7 - 3 = 4$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$4 + 6 = 10$$

$$8 - 4 = 4$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$5 + 7 = 12$$

$$9 - 5 = 4$$

$$4 \cdot 5 = 20$$

$$6 + 8 = 14$$

$$10 - 6 = 4$$

$$5 \cdot 6 = 30$$

Závislosti

- Sledujeme, zda mezi změnami veličin existuje určitý vztah, který je možno matematicky popsat a pokud existuje, snažíme se jej odhalit.
- Údaje ze sledovaných závislostí zapisujeme do tabulek nebo je znázorňujeme pomocí grafů. Porovnáváme, jakou informaci můžeme vyčíst z tabulky, jakou z grafu.
- Sledujeme definiční obory závislostí, uvědomujeme si, že na 1. stupni ZŠ je zpravidla definičním oborem i oborem hodnot množina všech přirozených čísel.

Přímá úměrnost

Propedeutika přímé úměrnosti vychází z výuky násobení, kdy údaje zapsané v tabulce usnadní sledování funkčních vztahů.

Př. Jedna tyčinka stojí 6 Kč. Zapište do tabulky kolik zaplatíme za 2, 3, 4, ... tyčinek.

Počet tyčinek (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kč (y)	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60

Co sledujeme

- V tabulce pozorujeme:
- **Kolikrát se zvětší číslo v prvním řádku, tolikrát se zvětší číslo ve druhém řádku.**
- Číslo ve druhém řádku získáme tak, že číslo v prvním řádku násobíme stále stejným číslem.

Přímá úměrnost

- Funkce o rovnici $y = k \cdot x$ se nazývá funkce přímé úměrnosti. Jejím grafem je přímka procházející počátkem (v případě, že definičním oborem funkce je množina všech reálných čísel). Funkce $y = k \cdot x$ je pro $k > 0$ rostoucí,
pro $k < 0$ klesající
pro $k = 0$ konstantní.

Přímá úměrnost

- x se nazývá nezávisle proměnná
- y se nazývá závisle proměnná
- k je konstanta přímé úměrnosti
- na konstantně k závisí směr přímky v souřadné soustavě
- Funkci přímá úměrnost můžeme vyjádřit rovnicí, tabulkou nebo grafem

Definiční obor

- V konkrétních případech může být grafem funkce polopřímka, úsečka nebo množina izolovaných bodů, které leží v přímce. Tak by tomu bylo v našem případě, protože můžeme koupit jen celé tyčinky - nelze koupit jen část tyčinky.

Souřadná soustava

- Dvě k sobě kolmé přímky
- Osy x, y
- Průsečík – počátek souřadné soustavy
- Souřadnice bodu v souřadné soustavě
- Uspořádaná dvojice $[x, y]$
- Grafy funkcí

Nepřímá úměrnost

- V běžném životě se děti setkávají s nepřímou úměrností např. při dělení bonbónů. Jestliže je v sáčku např. 24 bonbónů, tak dvě děti dostanou při spravedlivém dělení každý 12 bonbónů, ale 6 dětí dostane při spravedlivém dělení každý jen 4 bonbóny.
- Kolikrát je více dětí, tolikrát méně bonbónů dostanou.

Nepřímá úměrnost

- Jestliže chceme překonat určitou vzdálenost např. 60 km, tak při chůzi pěšky půjdeme asi 15 hodin (půjdeme-li průměrnou rychlostí 4 km za 1 hodinu), při jízdě na kole urazíme tuto vzdálenost např. 4 hodiny (při průměrné rychlosti 15 km za 1 hodinu) a při jízdě automobilem ujedeme tuto vzdálenost za 1 hodinu (nebo i méně).
- Kolikrát se zvětší rychlost, tolikrát se zmenší čas.

Nepřímá úměrnost

Příklad. Obsah obdélníku je 36 cm^2 . Sledujte, jak se mění jeho šířka v závislosti na změně jeho délky (pracujeme pouze s přirozenými čísly).

Délka (cm)	1	2	3	4	6	9	12	18	36
Šířka (cm)	36	18	12	9	6	4	3	2	1

Nepřímá úměrnost

- Co pozorujeme:
 1. Kolikrát se zvětší číslo v prvním řádku, tolikrát se zmenší číslo ve druhém řádku.
 2. Číslo ve druhém řádku získáme tak, že stále stejné číslo dělíme číslem v prvním řádku.
 3. Součin čísel v prvním a druhém řádku je stále stejné číslo.

Nepřímá úměrnost

- **Nepřímá úměrnost je funkce o rovnici $y = \frac{k}{x} \quad x \neq 0$**
- **Grafem nepřímé úměrnosti je rovnoosá hyperbola.**

Rovnost, rovnice

- Rovnost $a = b$
- Binární relace
- Reflexivní, symetrická, tranzitivní (relace ekvivalence)
- Rovnice
- Výroková forma, hledáme obor pravdivosti
- Zápis rovnosti dvou výrazů, z nichž alespoň jeden obsahuje neznámou

Rovnice

- $5 + ? = 12$
- $5 + \square = 12$
- $5 + x = 12$
- Výuka – názor
- Experiment
- Využití vlastností operací
- Nikoliv ekvivalentní úpravy

Nerovnost, nerovnice

- Nerovnost $a < b$
- Relace uspořádání
- Antisymetrická, transitivní
- Další vlastnosti – reflexivní, antireflexivní,
- Souvislá
- Ostrá, neostrá nerovnost $<$, \leq

Nerovnice

- Výroková forma, hledáme obor pravdivosti
- Zápis nerovnosti dvou výrazů, z nichž alespoň jeden obsahuje neznámou
- $\square > 5$ $\square < 10$
- Experiment – najdi alespoň tři řešení dané nerovnice

Nerovnice

- Najděte čísla, pro která platí:
- $8 > \square > 5$
- U nerovností nelze používat zápisy:
- $3 > 2 < 1$ (je porušena tranzitivita nerovnosti)