

IMAp07 DIDAKTIKA MATEMATIKY

P 1 - TEXT K PŘEDNÁŠCE

Růžena Blažková

1. Co rozumíme pod pojem „didaktika matematiky“

Nelze použít výstižnějšího vyjádření, než to, které uvedl J.A.Komenský ve své Didaktice (Didaktika analytická (7)): „Didaktika jest umění jak dobře učiti. Učiti značí působiti, aby tomu, kdo něco zná, se naučil také někdo jiný a znal to“. Vymezení pojmu „didaktika matematiky“ se objevuje v různých publikacích většinou se snahou vyjádřit její postavení mezi vědními obory, kterými jsou matematika, pedagogika a obecná didaktika. Např. Slovník školské matematiky (14) pod heslem „didaktika matematiky“ uvádí: „didaktika matematiky – mezní vědní disciplína mezi matematikou a pedagogikou, která se zabývá různými otázkami školské matematiky na všech typech škol, tj. jejím obsahem i metodami jak vyučovat a jak se učit matematice“.

Didaktika matematiky je vědecká disciplína, která řeší speciální otázky výuky matematiky na jednotlivých stupních a typech škol. Vymezuje cíle a obsah učiva matematiky, doporučuje vhodné metody a postupy vyučování, organizační formy vyučování, respektuje psychologické zákonitosti učení a zajišťuje technologii vyučování.

Úvahu o vztahu matematiky a didaktiky uvádí M. Hejný v publikaci Teória vyučovania matematiky:

„Termín – vyučovanie matematiky – sa skladá z dvoch slov. Prve vyjadruje obsah toho, čo sa učí, druhé činnosť, ktorú učiteľ vykonáva. Matematika, rovnako jako vyučovanie, má svoju štruktúru, logiku, spôsob myslenia. Medzi oboma oblasťami je značný rozdiel. Matematika pracuje s idealizovanými objektmi, axiomaticky presne, s úplnou argumenáciou. Vyučovanie sa týka ľudí a každá snaha o axiomatizáciu štruktúry metodiky matematiky vedie nevyhnutne k znásilneniu skutočnosti. V metodike matematiky, jako konečne v každej „reálnej“ vedeckej disciplíne, existujú javy, objekty, situácie, príklady, ktoré sú typické, kryštalické, ale existujú aj také, ktoré sú hmlisté, hraničné, nejasné. Nie je to nedostatkom našich vedomostí, ale podstatou vecí.“

Řešení hlavního problému:

„učit se sám něčemu“

„učit někoho“

„naučit někoho něčemu“

je jedním ze základních pilířů didaktiky oborové.

2. Specifika didaktiky matematiky

Didaktika matematiky a matematika jako vyučovací předmět mají svá výrazná specifika, která je poněkud odlišují od ostatních oborových didaktik a vyučovacích předmětů.

Jde zejména tato specifika:

1. Vysoká abstraktnost matematiky. Matematické pojmy vznikly na základě abstrakcí z reálných situací (nikdo nikdy nemůže vidět přímku, rovinu či číslo, ale jejich představy v mozku téměř u každého existují). Pojmy se nejprve budují na základě intuice a teprve mnohem později je možné budovat systém vycházející z deduktivních přístupů.
2. Matematika je předmět, ve kterém je znalost a pochopení prvků vyšší úrovně podmíněna pochopením a znalostí prvků nižší úrovně.
3. V některých případech je problematická motivace matematického učiva, neboť buď je obtížné nalézt reálný model v praxi (např. pro násobení dvou záporných čísel), nebo je praktické využití hodně vzdálené (např. úpravy lomených algebraických výrazů). Na prvním stupni ZŠ je ve většině případů motivace z reálného života možná.
4. Výuku matematiky nelze opírat jen o formulování vztahů, pouček a vzorců, které si mají studenti a žáci zapamatovat.
5. Přístupy typu: „já jim to řeknu“ (rozuměj – učitel žákům) nebo „já jim to ukážu“ nepřinášejí potřebný výukový efekt. Poznatky jsou nepřenosné. K matematickým poznatkům by se žák měl dobrat vlastní konkrétní i myšlenkovou činností.

Didaktika matematiky nemůže naučit studenty všemu, co by bylo třeba k tomu, aby uměli učit a naučit matematice. To nemůže být ani jejím cílem, a to nejen vzhledem k rozsahu matematiky na školách všech typů. Ale může je naučit cennější hodnoty, kterými jsou metody práce a schopnost nazírání, aby se učitelé snažili vést své žáky po cestě poznání. Může jim doporučit některé postupy, které se v praxi osvědčily, ale měla by jim ponechat dostatek prostoru pro jejich vlastní tvořivou práci. V didaktice matematiky je třeba vyvarovat se dvou extrémů: přístupů, které vycházejí jen z matematiky, předkládají krásu její logické výstavby a jejích výsledků, avšak předpokládají žáka, který se matematiku učit chce a má zájem řešit problémy a přemýšlet, a nebo přístupů, které vycházejí z podrobných návodů, silně prakticistických, ovlivněných třeba jen jedinou zkušeností bez opory o zákonitost vytváření matematických pojmů v hlavičkách dětí a někdy i s chybami .

3. Vztah matematiky a didaktiky matematiky

Co by měla Didaktika matematiky zvládnout:

Nelze dávat přednost jednomu z dále uvedených požadavků, ale je třeba realizovat „a zároveň“, vše dále uvedené:

a) Didaktika matematiky zaměřená na obsah učiva

Matematika jako vědní disciplína obsahuje obrovské množství poznatků a jen malá část tvoří obsah učiva matematiky jako vyučovacího předmětu na základních školách. Avšak vědecké matematické poznatky nemohou být ve většině případů zprostředkovávány ve své abstraktní a teoretické podobě ani v axiomatickém systému, jak jsou v matematice budovány. Pro výuku matematiky je nezbytné provést tzv. didaktickou transformaci teoretického matematického základu do učiva matematiky tak, aby učivo bylo přiměřené žákům příslušného věku a bylo podáno jazykem jim srozumitelným a s využitím matematického aparátu, který mají žáci právě k dispozici a zároveň aby nebylo v rozporu s matematickou správností. To, co se žák naučí na nižším stupni, by se měl naučit tak, aby se v budoucnu nemusel jistě poznatky učit jinak (tzv. „přeučovat“). Např. vysvětlení skutečnosti, že „nelze dělit nulou“ je možné zdůvodnit určitým způsobem ve 2. -3. ročníku základní školy, jiným

způsobem v 7. ročníku ZŠ, dalším na gymnáziu a ještě jiným na škole vysoké s využitím pojmu limita, ve všech případech však matematicky správně.

Studenti, budoucí učitelé matematiky, by měli mít jasno v matematických pojmech a vztazích, měli by si ujasnit, co o pojmech vědí sami z odborné přípravy, co z toho je v učivu matematiky příslušného stupně školy a jakým způsobem jsou pojmy a vztahy mezi nimi zavedeny.

Lze si klást otázku, do jaké míry jsou studenti schopni sami provádět didaktickou transformaci matematického učiva a do jaké míry vidí ve své odborné přípravě matematickou podstatu svého budoucího učitelského působení. Vzhledem k tomu, že studenti, kteří mají hlubší zájem o matematiku, studují také na mnoha jiných vysokých školách nejen přírodovědného a technického zaměření, je třeba všechny studenty, kteří mají zájem být učiteli matematiky, na toto poslání připravovat. Pokud někteří pociťují propast mezi odbornou přípravou a přípravou didaktickou, je třeba jim ukázat, že všechno to, co se učí v teoretických předmětech se v určité podobě uplatní v učivu matematiky na školách. Jako příklad lze uvést např. číselnou osu, znázorňování obrazů čísel na číselné ose a využití číselné osy k porovnávání přirozených čísel. Pokud naučíme děti na prvním stupni porovnávat přirozená čísla pomocí vzdálenosti od počátku číselné osy (od nuly), budou mít problémy s porovnáváním čísel záporných.

b) Didaktika matematiky zaměřená na poznávací procesy žáka

Hlavním kritériem pro úspěšnou práci učitele matematiky je jeho vztah k dětem. Student, který má zájem pracovat s dětmi na základní škole, zejména na jejím druhém stupni, je velmi cennou devizou. Pokud se chce skutečně stát učitelem, zpravidla vyvine hodně úsilí, aby se jím stal.

Pro úspěšnou výuku matematiky je nezbytné sledovat, jak vnímá žák to, co je mu předkládáno, jak se umí vyrovnat s abstraktními matematickými pojmy, jaké postupy jsou pro žáky optimální, zda žák vidí v poznávacím procesu to, co jeho učitel. Každé dítě je výrazná individualita, má svůj vlastní matematický model, který je třeba odhalit a rozvíjet. Přitom je nutné respektovat skutečnost, že vytváření matematických poznatků je nepřenosné (přenosné jsou pouze informace). Při konkrétní práci s dětmi si vnímavý učitel všimá myšlenkových pochodů žáka a vhodně je využívá, eventuálně citlivě usměřňuje. Výzkum zaměřený na poznávací procesy žáka obohatí učitele matematiky i učitele didaktiky matematiky o někdy neočekávané výsledky, které pak napomohou volbě strategie vyučovacího procesu. Názory některých učitelů či rodičů „přece když žák spočítá 200 příkladů na dělení přirozených čísel, tak se to musí naučit“ svědčí o malé snaze o pochopení individuality žáka a jeho vlastních komunikačních cest pro pochopení určitého tématu matematiky. Mnoho cenných zkušeností může získat student – budoucí učitel matematiky, při práci s dětmi se specifickými vzdělávacími potřebami – ať již se žáky talentovanými pro matematiku nebo se žáky s problémy v matematice. Také zvládnutí problematiky komunikace se žáky v matematice vyžaduje mnoho znalostí a hlavně mnoho přemýšlení.

c) Didaktika matematiky zaměřená na metody práce

Učitel matematiky ve své práci využívá jednak metod práce v matematice (analýza, syntéza, indukce, dedukce, zobecňování, abstrakce apod.), a samozřejmě výukových metod práce, včetně všech dostupných prostředků moderních informačních a sdělovacích technologií

Mezi učiteli z praxe i studenty stále ještě převládá názor, že transmisivní přístup k vyučování matematice, kdy učitel předvede potřebné postupy a žáci je reprodukují, je

časově neoptimálnější a nejspolehlivější. Snaha přesvědčit je o možnostech jiných přístupů se setkává s nedůvěrou. Avšak až sami na sobě poznají postupy některých jiných přístupů, např. konstruktivistických, uznají jejich přednosti. Opět existuje propast mezi teoretickým zvládnutím výukových metod a jejich uplatňováním ve vyučovacím procesu. Navíc, když studenti sami na žádném typu školy jiné přístupy, než transmisivní, sami nezažili, nemůžeme se divit, že je opět kopírují.

d) Sledování změn – buď změn v obsahu předmětu matematika nebo kurikulárních změn

V průběhu posledních 50 – 60 let nastalo mnoho změn v oblasti školního vzdělávání. Připomeňme jen např. změny v obsahu matematiky z poválečných let, kdy byla zavedena jedenáctiletá střední škola a obsah matematiky doznal změn, následně zavedení devítileté školní docházky a SVVŠ, změny v souvislosti se zaváděním množinově logického pojetí výuky matematiky, změny po roce 1990, v současnosti příprava na výuku podle Školních vzdělávacích programů a mnoho dalších. Současná situace s výukou online v souvislosti s problémy s koronavirem zcela změnila možnosti vzdělávání žáků. To vyžaduje mnoho úsilí učitelů matematiky, neustálé sebevzdělávání a schopnost změny realizovat.

4. Didaktické principy

a) Principy plynoucí z výchovně vzdělávacích cílů a rozvoje kompetencí žáků:

Princip vědeckosti

Princip cílevědomosti

Princip výchovnosti vyučování

Princip spojení školy se životem

Princip spojení teorie s praxí

b) Principy týkající se obsahu výuky matematiky

Princip přiměřenosti

Princip soustavnosti

Princip postupnosti

Princip názornosti

c) Principy, které prostřednictvím učiva ovlivňují proces učení a vyučování matematice

Princip uvědomělosti

Princip aktivity

Princip trvalosti

Princip individuálního přístupu k žákům

Princip zpětné vazby

5. Výukové metody

Klasické

- Metody slovní (vyprávění, vysvětlování, přednáška, rozhovor, práce s textem).
- Metody názorně demonstrační (pozorování, předvádění, práce s obrazem, instruktáž).

- Metody dovednostně praktické (napodobování, manipulativní činnosti, experiment, laborování, vytváření dovedností).

Aktivizující

- Metody diskusní
- Metody heuristické
- Metody problémové
- Metody situační
- Metody inscenační
- Didaktické hry

Komplexní

- Frontální výuka
- Skupinová výuka, kooperativní, partnerská
- Individuální a individualizovaná výuka
- Samostatná práce
- Projektová výuka
- Výuka podporovaná počítačem
- E-learning
- Výuka dramatem
- Otevřené učení

Interaktivní

- Nabídnout žákům zábavnější a méně stereotypní formu výuky a tím zvýšit jejich motivaci k učení
- Zapojit do procesu samotné žáky, aby nebyli jen pasivními posluchači, ale aby si vytvářeli matematické poznatky vlastní činností
- Tvůrčí atmosféra
- Prostor pro vlastní názory a myšlenky
- Zapojení všech žáků
- Volba přitažlivých témat
- Úkoly jasně, stručně, konkrétně formulované
- Pocit zodpovědnosti při plnění úkolů
- Pozitivní zpětná vazba

Výuka online

- Promyšlená příprava
- Komunikace se žáky
- Promyšlené zadávání dalších úkolů
- Respektování psychologické hygieny
- Spolupráce s ostatními pedagogy

Přístupy:

Transmisivní

Konstruktivistický

Modely výuky

- Model pedeutologický – učitel je rozhodující činitel, který organizuje a zajišťuje všechny výukové aktivity

$$U \rightarrow \check{Z}$$

- Model pedocentrický – středem edukačního dění je žák, učitel je jen poradce

$$\check{Z} \rightarrow U$$

- Model interaktivní (komunikativní) – staví do popředí vzájemnou spolupráci učitele a žáka

$$U \leftrightarrow \check{Z}$$

6. Kurikulární dokumenty

Rámcový vzdělávací program

Školní vzdělávací program

Tématické rozvržení učiva

Příprava na vyučovací hodinu

Literatura

1. BROCKMAYEROVÁ-FENCLOVÁ, J., ČAPEK, V., KOTÁSEK, J.: *Oborové didaktiky jako samostatné vědecké disciplíny*. In: *Pedagogika* roč. XLX, 2000, s. 23 – 37.
2. HEJNÝ, M. a kol. *Teória vyučovania matematiky*. Bratislava: SPN, 1990.
3. HEJNÝ, M., KUŘINA, F.: *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál 2001.
4. HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. (editoři): *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky, 1. a 2. díl*. Praha: PdF UK, 2004.
5. KOMENSKÝ, J. A.: *Didaktika analytická*. Praha 1947.
6. KVĚTOŇ, P.: *Kapitoly z didaktiky matematiky*. Ostrava, PdF, 1982.
7. MAŇÁK, J., ŠVEC, V.: *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003.
8. NOVÁK, B.: *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky*. Olomouc, PdF UP
9. Kolektiv: *Slovník školské matematiky*. Praha: SPN, 1981.
10. Rámcový vzdělávací program. www.vuppraha.cz