

MA0002 — 6. domácí úkol

Cvičení 6.1 Najděte prvočíselný rozklad čísla:

- | | |
|-----------|------------|
| (a) 210 | (e) 3 575 |
| (b) 143 | (f) 3 705 |
| (c) 247 | (g) 3 925 |
| (d) 1 001 | (h) 10 127 |

Cvičení 6.2 Najděte největší společný dělitel a nejmenší společný násobek čísel:

- | | |
|---------------|------------------|
| (a) 240 a 264 | (c) 391 a 10 127 |
| (b) 51 a 81 | (d) 437 a 247 |

Cvičení 6.3 Určete součet všech kladných dělitelů čísla s výjimkou čísla samotného:

- | | |
|--------|--------|
| (a) 10 | (e) 18 |
| (b) 14 | (f) 21 |
| (c) 15 | (g) 6 |
| (d) 24 | |

Cvičení 6.4 Určete rozklad čísla na prvočinitele a počet všech jeho kladných dělitelů:

- | | |
|-----------|------------|
| (a) 236 | (e) 10 125 |
| (b) 3 159 | (f) 5! |
| (c) 1 296 | (g) 10! |
| (d) 5 400 | (h) 12! |

Cvičení 6.5 Najděte alespoň pět přirozených čísel, která mají lichý počet dělitelů.

Cvičení 6.6 Najděte alespoň pět přirozených čísel, která mají sudý počet dělitelů.

Cvičení 6.7 Pro každá dvě přirozená čísla platí, že součin největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku je roven součinu těchto dvou čísel.

(a) Vysvětlete vlastními slovy, že uvedené tvrzení platí.

(b) Ukažte na konkrétním příkladě, že předchozí tvrzení nelze obecně rozšířit na trojici čísel.

Cvičení 6.8 (*) Najděte všechna přirozená čísla x, y , pro která platí:

$$nsn(x; y) = NSD(x, y) + 5$$

[Návod: Uvědomte si, jaký vztah platí mezi nejmenším společným násobkem a největším společným dělitelem. Jak je to s dělitelností 5 v tomto případě?]

Cvičení 6.9 Dokažte, že pro každá dvě přirozená čísla a, b platí:

(a) $NSD(a; b) = 1 \Rightarrow NSD(ab; a^2 + b^2) = 1$

(b) $NSD(a; b) = 1 \Rightarrow NSD(a + b; a^2 + b^2) \leq 2$

[Dosadte za a, b nějaký prvočíselný rozklad. Odtud odvodte obecné řešení.]

Cvičení 6.10 (*) Dokažte, že jestliže zvolíme libovolných 7 různých prvočísel, bude součin jejich kladných rozdílů dělitelný číslem 163 840.

[Rozložte 163 840 na prvočinitele a využijte toho, že 2 je jediné sudé prvočíslo, a také zápisu (prvo)čísel podle zbytku, který dávají po dělení 5.]