MA0002 — 10. domácí úkol

Cvičení 10.1 *Eukleidovým algoritmem najděte největšího společného dělitele pro alespoň šest dvojic polynomů stupně 4 až 6.*

Konkrétní polynomy si zvolte sami. Postupujte jako v předchozím domácím úkolu.

Cvičení 10.2 *Dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí následující tvrzení (matematickou indukcí nebo jinak):*

(a) $2|(n^2+n)$

(b) $3|(n^3+2n)$

(c) $5|(2^{4n+3}-3)$

(d) $6|(10^n-4)$

(e)* $133|(11^{n+2}+12^{n+1})$

(f)* $17|(5^{n+3}+11^{3n+1})$

(g)* $11|(6^{2n}+3^{3n+2}+3^n)$

Cvičení 10.3 *Dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí následující tvrzení (matematickou indukcí):*

(a) $1+3\cdots+(2n-1)=n^2$

(b) $1^2+2^2+3^2\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(c) $1^3+2^3+3^3\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

(d) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}\cdots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$

(e) $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}$

(f) $1\cdot 2+2\cdot 3\cdots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{2}$