

MA0002 Diskrétní matematika — písemka R

Každý příklad je hodnocen nejvýše tolika body, kolik je uvedeno v závorce.

Pro připuštění k ústní zkoušce je třeba získat nejméně 12 bodů.

Své myšlenkové postupy přiměřeně komentujte pomocí slov (českého, slovenského nebo jiného) přirozeného jazyka.

1. [2 b.]

(a) Kolika způsoby lze přeskládat písmena slova PRADĚD?

(b) V kolika případech z úlohy (a) nestojí dvě "D" vedle sebe?

2. [2 b.] Dokažte, že výraz

$$n^3 + 6n^2 + 11n + 6$$

je dělitelný 3 pro všechna $n \in \mathbb{N}$.

3. [2 b.] Určete a zdůvodněte, pro která $n \in \mathbb{N}$ je výraz $4n^2$ dělitelný 12.

4. [3 b.] Vypočtěte:

$$S = 12 + 6 + 3 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{3}{2^{n-1}} + \frac{3}{2^n}$$

5. [2 b.] Vyřešte v oboru \mathbb{N} rovnici:

$$2 \frac{(x-3)!}{(x-5)!} - \frac{(x-2)!}{(x-4)!} = 28$$

6. [2 b.] Najděte celčíselné kořeny polynomu

$$x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 18x - 9$$

7. [3 b.] Ve skupině dětí je 6 dívek a 7 chlapců. Kolika způsoby z nich lze vybrat čtveřici tak, aby v ní byli

(a) pouze dívky nebo pouze chlapci?

(b) alespoň jeden chlapec a alespoň jedna dívka?

8. [3 b.] Najděte největšího společného dělitele

(a) dvou čísel: 209 a 665;

(b) dvou polynomů: $x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 12x - 8$ a $x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 28x - 48$

9. [2 b.] Vymyslete slovní úlohu, aby výsledek byl

$$\binom{13}{4} - \binom{6}{4}.$$