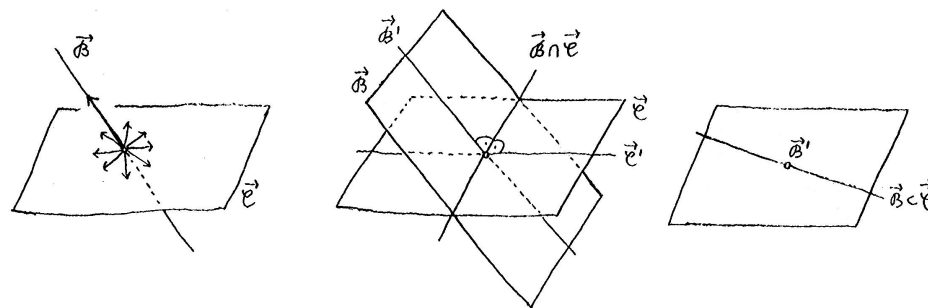


ODCHYLKY

- obecná definice
- geom. charakterizace
- poznámky a souvislosti s kolmostí

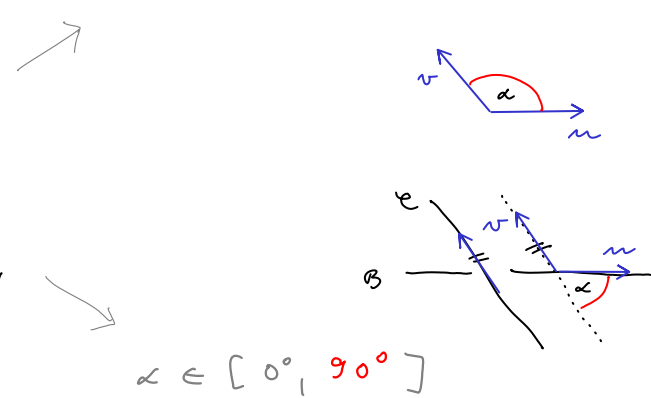


ODCHYLKY

$$\alpha \in [0^\circ, 180^\circ]$$

- Rozumíme \angle vektorů ... $\cos \alpha = \frac{u \cdot v}{\|u\| \cdot \|v\|}$

~~~~~  $\angle$  přímek ...  $\cos \alpha = \frac{|u \cdot v|}{\|u\| \cdot \|v\|}$



## Obecně

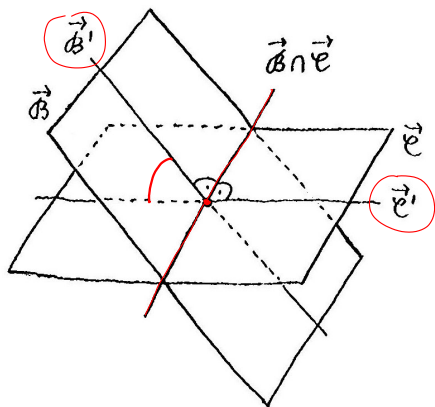
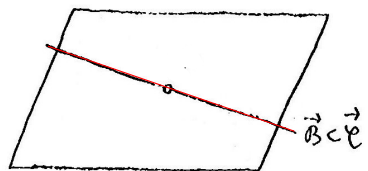
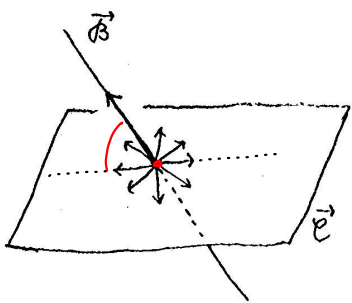
- $\angle(B, E) = \angle(\vec{B}, \vec{E})$ ,
- $\angle(\vec{B}, \vec{E})$  ... musíme rozlišovat:

-  $\vec{B} \cap \vec{E} = \{0\}$  ...  $\angle(\vec{B}, \vec{E}) = \min \{ \angle(u, v), \text{ kde } u \in \vec{B} \text{ a } v \in \vec{E} \}$

-  $\vec{B} \cap \vec{E} \neq \{0\}$   $\rightarrow$   $\vec{B} \cap \vec{E} = \max$  ...  $\angle(\vec{B}, \vec{E}) = 0$

$\rightarrow$   $\vec{B} \cap \vec{E} \neq \max$  ...  $\angle(\vec{B}, \vec{E}) = \angle(\vec{B}', \vec{E}')$ ,

kde  $\vec{B}' \subset \vec{B}$  a  $\vec{B}' \perp (\vec{B} \cap \vec{E})$   
 a  $\vec{E}' \subset \vec{E}$  a  $\vec{E}' \perp (\vec{B} \cap \vec{E})$



$\uparrow$   
 vsledkem  $\vec{B}' \cap \vec{E}' = \{0\}$

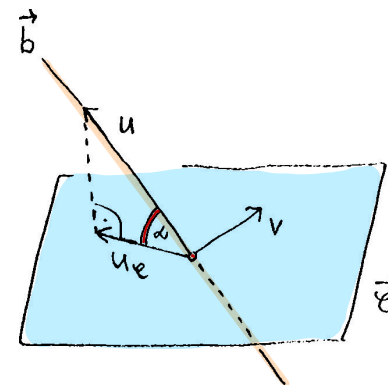
# PRVNÍ CHARAKTERIZACE

- $b$  = přímka,  $e$  = ob. netriv. podpr:

$$\angle(b, e) = \angle(u, u_e),$$

kde  $u \in \vec{b}$  lib.

a  $u_e$  = kolmý průmět  $u$  do  $e$ .



- Důkaz:

Pro lib.  $v \in \vec{e}$  ukážeme, že  $\beta = \angle(u, v) \geq \angle(u, u_e) = \alpha$ ,

tj.  $\cos \beta \leq \cos \alpha$ :

$$\cos \beta = \frac{u \cdot v}{\|u\| \cdot \|v\|} = \frac{u_e \cdot v}{\|u\| \cdot \|v\|} \stackrel{\text{Cauchy-Schwarz!}}{\leq} \frac{\|u_e\| \cdot \|v\|}{\|u\| \cdot \|v\|} = \frac{\|u_e\|}{\|u\|} = \cos \alpha.$$

$$u - u_e \perp e$$

$$\text{tj. } (u - u_e) \cdot v = 0$$

# OBECNÁ CHARAKTERIZACE

- $\mathcal{B}, \mathcal{C} \dots$  ob. netrivi. podpr.,  $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{C}} = \{0\}$
- ozn.  $\angle(\mathcal{B}, \mathcal{C}) = \angle(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha$  pro  $u \in \vec{\mathcal{B}}$  a  $v \in \vec{\mathcal{C}}$

$$\rightsquigarrow \alpha = \angle(u, u_{\mathcal{C}}) = \angle(v_{\mathcal{B}}, v),$$

kde  $u_{\mathcal{C}}$  = kolmý průmět  $u$  do  $\mathcal{C}$

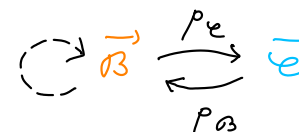
a  $v_{\mathcal{B}}$  = kolmý průmět  $v$  do  $\mathcal{B}$

$$\rightsquigarrow u_{\mathcal{C}} = \text{násobek } v \text{ a } v_{\mathcal{B}} = \text{násobek } u$$

$$\rightsquigarrow u_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \text{kolmý průmět } u_{\mathcal{C}} \text{ do } \mathcal{B}$$

$$= \text{násobek } u$$

= CHAR. VEKTOR složeného zobr.

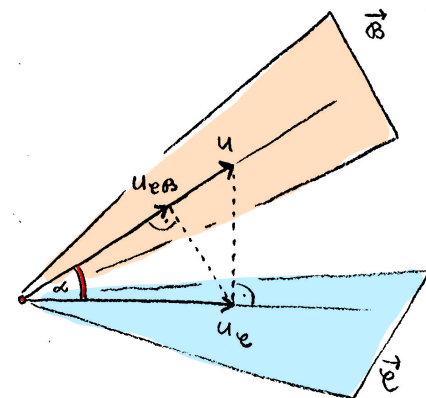


$$\cdot \text{Přitom } \cos \alpha = \frac{\|u_{\mathcal{C}}\|}{\|u\|} = \frac{\|u_{\mathcal{C}\mathcal{B}}\|}{\|u_{\mathcal{C}}\|}, \quad u_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \lambda u \rightsquigarrow \boxed{\lambda = \cos^2 \alpha}.$$

$$\angle(\mathcal{B}, \mathcal{C}) = \angle(u, u_{\mathcal{C}}) = \dots,$$

kde  $u$  = char. vektor odp. největšímu char. číslu transf.  $P_{\mathcal{B}} \circ P_{\mathcal{C}}$

$$\text{a } u_{\mathcal{C}} = P_{\mathcal{C}}(u), \dots$$



# ZKRATKY A POZNÁMKY

• obecně platí  $\angle(\vec{B}, \vec{e}) = \angle(\vec{B}^\perp, \vec{e}^\perp) = 90^\circ - \angle(\vec{B}, \vec{e}^\perp) \dots$

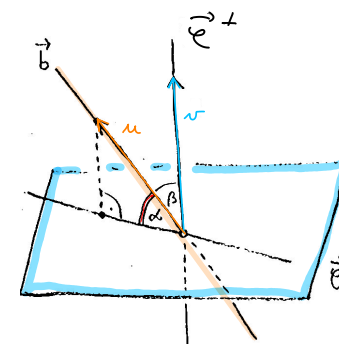
• což se hodí zejména v NADROVIN ...

• Např.  $b$  = přímka,  $e$  = nadrovina

$$\rightsquigarrow \alpha = \angle(b, e) = 90^\circ - \angle(u, v),$$

kde  $u \in \vec{b}$ ,  $v \in \vec{e}^\perp$  lib.

$$\rightsquigarrow \sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha) = \frac{|u \cdot v|}{\|u\| \cdot \|v\|}$$



•  $B, e$  totálně kolmé, tj.  $\vec{B}^\perp = \vec{e}$   $\implies \angle(B, e) = 90^\circ$ .  $\leftarrow$  triv.

•  $B, e$  "kolmé", tj.  $\vec{B}^\perp \subseteq \vec{e}$  či  $\vec{B}^\perp \supseteq \vec{e} \implies \angle(B, e) = 90^\circ$ .  $\leftarrow$  obecně

Důvod:

Levá strana závisí  
na okolním prostoru  $E$ ,  
pravá strana nikoli!

~~$\leftarrow$~~   
platí, pokud  
 $\vec{B} \cap \vec{e} = \{0\}$ !

