

VYUŽÍVÁNÍ POMŮCEK VE VÝUCE MATEMATIKY NA 2. STUPNI ZŠ

Irena Budínová

POMŮCKY V MATEMATICE

- ⊙ Pomůcky lze do hodin matematiky zařazovat za účelem:
 - Zavedení nového pojmu;
 - Vyvození pravidla;
 - Vyvození algoritmu výpočtu;
 - Procvičení učiva;
 - Fixace učiva.
- ⊙ Při práci s pomůckami můžeme:
 - Pracovat s celou třídou;
 - Vytvořit skupiny, ve kterých žáci pracují;
 - Vytvořit dvojice, ve kterých žáci s pomůckou pracují.

POMŮCKY V MATEMATICE

- ◉ Pomůcky žákům pomáhají vytvořit si představu o matematických pojmech, upevnit si aktuální i dříve probírané učivo (lze zařazovat dříve používané pomůcky).
- ◉ Některé pomůcky vyžadují interakci mezi žáky a jejich komunikaci, což pozitivně ovlivňuje sociální vztahy ve třídě.
- ◉ Práce s pomůckou vytváří správné návyky - pomůcky je po práci vždy potřeba uklidit a chovat se k nim šetrně.

PROČ POUŽÍVAT POMŮCKY V MATEMATICE?

- ◉ Čeští žáci dobře zvládají úlohy typu „pokyn k výpočtu“ (např. sečti čísla ...), ale dlouhodobě selhávají v aplikačních úlohách.
- ◉ Jednou z příčin je chybějící představa matematických pojmů.
- ◉ Představy je možné budovat využíváním pomůcek.

PROČ POUŽÍVAT POMŮCKY V MATEMATICE?

- Úloha z testu Pisa 2012
- Úspěšnost: 22 %
- Nejvíce žáků odpovídalo B

Jean Baptiste, fotograf zvířat, se vydal na roční expedici, během které pořídil mnoho fotografií tučňáků a jejich mláďat.

Zajímal se zejména o růst populace v různých koloniích tučňáků.

Otázka 3.1 TUČŇÁCI

Jeden pár tučňáků snese obvykle dvě vejce ročně. Většinou přežije pouze mládě, které se vylíhne z většího z obou vajec.

U tučňáků skalních váží první vejce přibližně 78 g a druhé přibližně 110 g.

Přibližně o kolik procent je druhé vejce těžší než první vejce?

- A 29 %
- B 32 %
- C 41 %
- D 71 %



MATEMATICKÉ POMŮCKY

- ◉ Montessori pomůcky, např.:

[Matematika | Montessori pomůcky \(material-montessori.cz\)](#)

- ◉ Pomůcky pro H-mat:

[ESHOP.DIDACTIVE.CZ](#)

- ◉ Další matematické pomůcky, např.:

[Matematika - pomůcky \(insgraf.cz\)](#)

UKÁZKA VYUŽITÍ POMŮCEK

- Jak lze pomůcky ve výuce matematiky používat, ukážeme na příkladě racionálních čísel.
- Postupně budujeme představu racionálního čísla v reprezentaci zlomku, desetinného čísla a procenta.

ZLOMKY

ZLOMKY

- ⊙ Problematický je zápis zlomku.
- ⊙ Ve výrazu $\frac{1}{3}$ je pro žáky dominantní číslo 3.
- ⊙ Přenáší poznatky z aritmetiky přirozených čísel na zlomky (např. $2 < 3$, proto $\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$, nebo $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$).
- ⊙ Důležitá je představa zlomku, kterou lze vytvořit s využitím pomůcek.

ZLOMKOVÁ VĚŽ



ROZŠIŘOVÁNÍ ZLOMKŮ

- K věži $\frac{1}{2}$ hledáme věže stejné výšky.



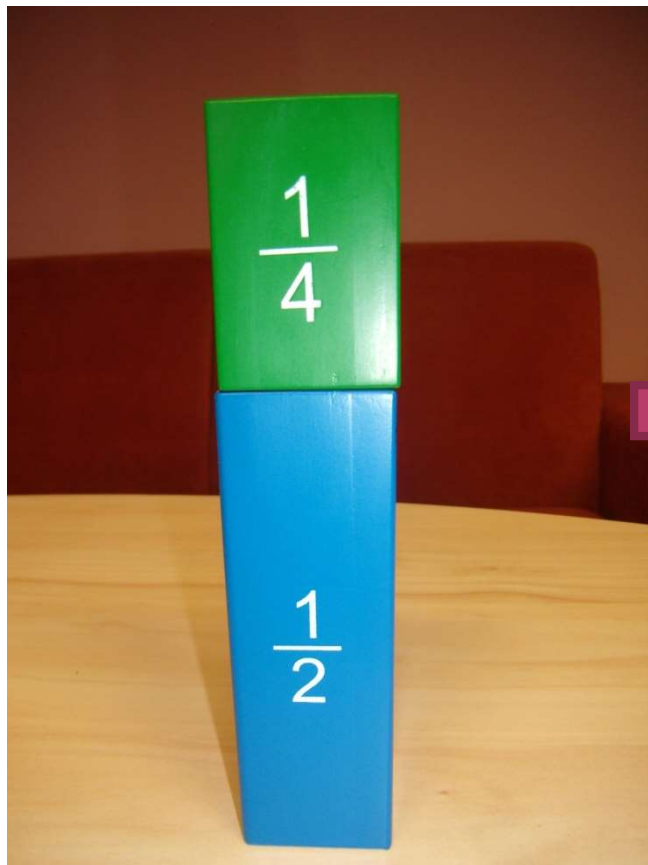
KRÁCENÍ ZLOMKŮ

- K věži $\frac{4}{12}$ hledáme stejně vysoké věže



SČÍTÁNÍ ZLOMKŮ

⊙ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$



ŘEŠTE S POMOCÍ ČTVEREČKOVANÉHO PAPIÍRU

$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} =$

$\frac{1}{4} + \frac{2}{6} =$

$\frac{1}{3} - \frac{1}{6} =$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} =$

$\frac{4}{6} - \frac{1}{3} =$

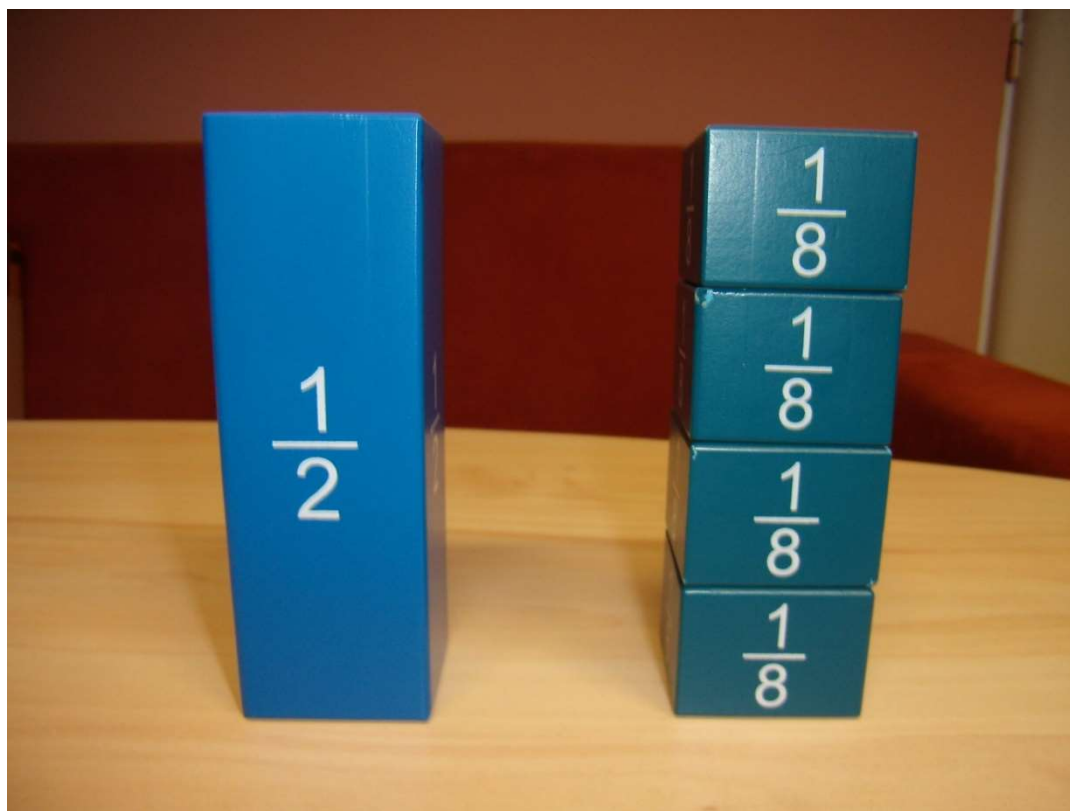


NÁSOBENÍ ZLOMKU PŘIROZENÝM ČÍSLEM

- Násobení zlomku přirozeným číslem vnímáme jako opakované sčítání
- $3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

DĚLENÍ ZLOMKU PŘIROZENÝM ČÍSLEM

- ◉ $\frac{1}{2} : 4$... zlomek $\frac{1}{2}$ vyměníme za $\frac{4}{8}$ a nyní můžeme jednoduše dělit.



DĚLTE ZLOMKY S POMOCÍ ČTVEREČKOVANÉHO PAPIÍRU

⊙ $\frac{1}{2} : 3 =$

⊙ $\frac{1}{3} : 2 =$

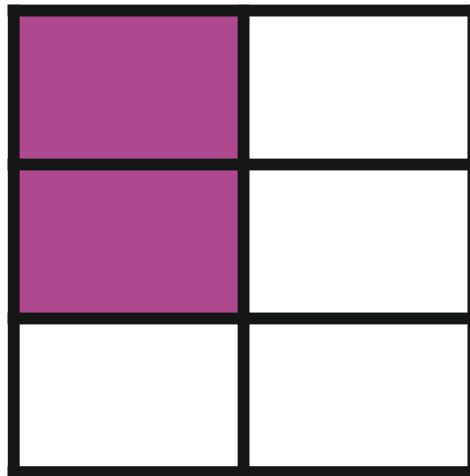
⊙ $\frac{5}{6} : 2 =$

⊙ $\frac{2}{3} : 4 =$



NÁSOBENÍ ZLOMKU ZLOMKEM

- Násobení zlomku zlomkem je možné vyvodit na základě geometrické představy a obsahu obdélníku. Např. příklad $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ znázorníme pomocí jednotkového čtverce následovně:



NÁSOBENÍ ZLOMKU ZLOMKEM

○ Pomocí čtverečkovaného papíru vypočtěte:

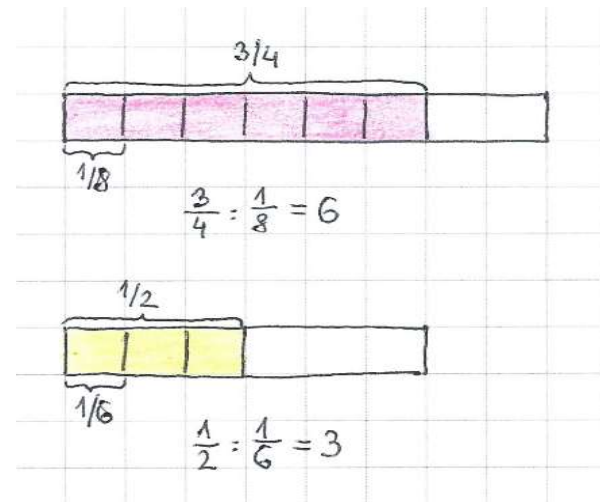
○ $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} =$

○ $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} =$

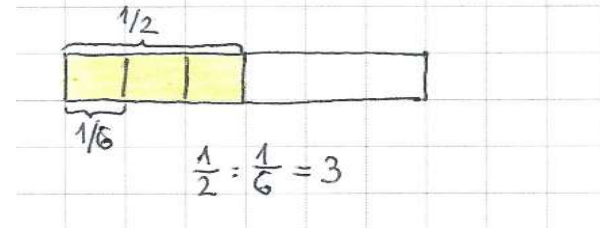
DĚLENÍ ZLOMKU ZLOMKEM

- Také dělení zlomku zlomkem lze znázornit na čtverečkovaném papíře:

- Tři čtvrtiny dělíme osminou



- Polovinu dělíme šestinou



- Tentokrát je představa pro děti již náročnější, proto nelze doporučit pro všechny děti.

DĚLENÍ ZLOMKU ZLOMKEM

○ Vypočtete s pomocí čtverečkovaného papíru:

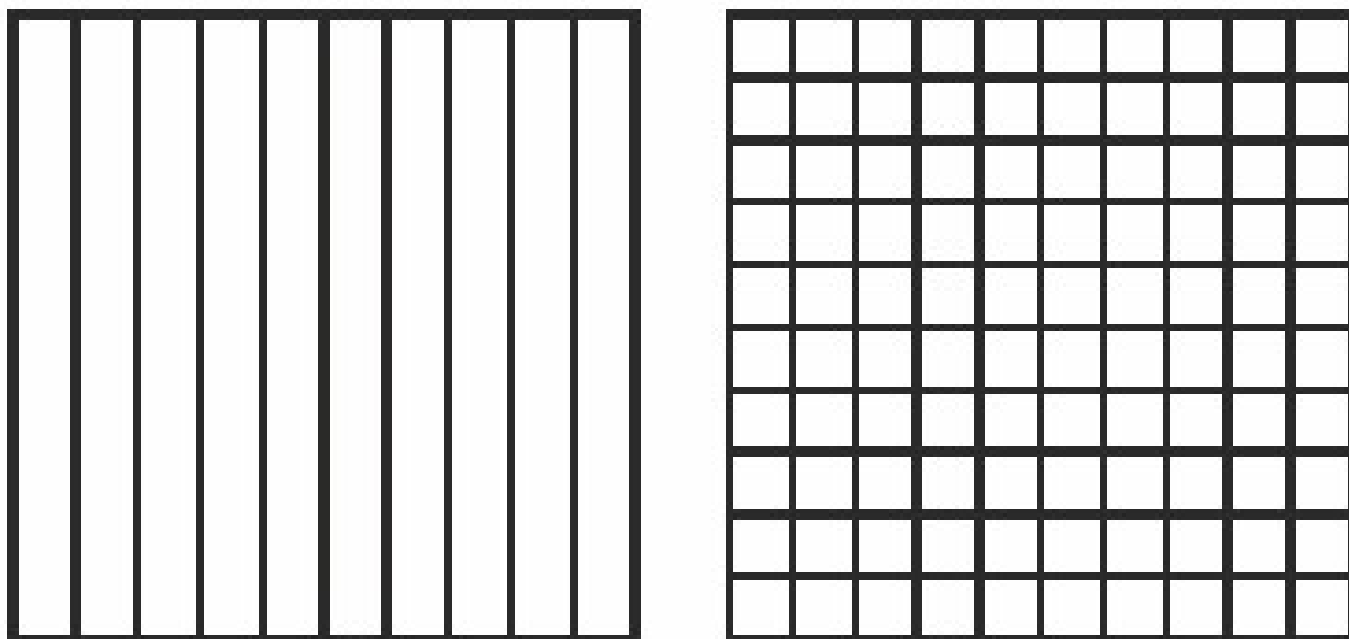
○ $\frac{4}{6} : \frac{1}{3} =$

○ $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} =$

DESETINNÁ ČÍSLA

DESETINNÁ ČÍSLA

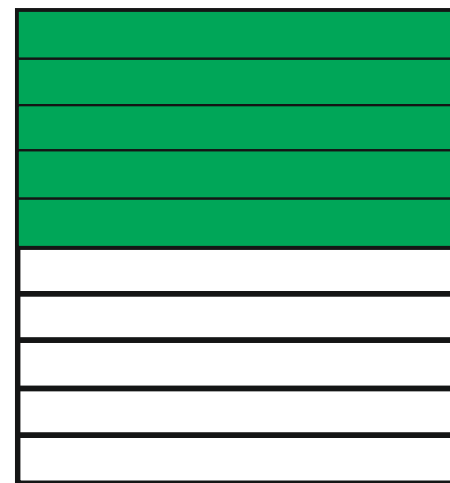
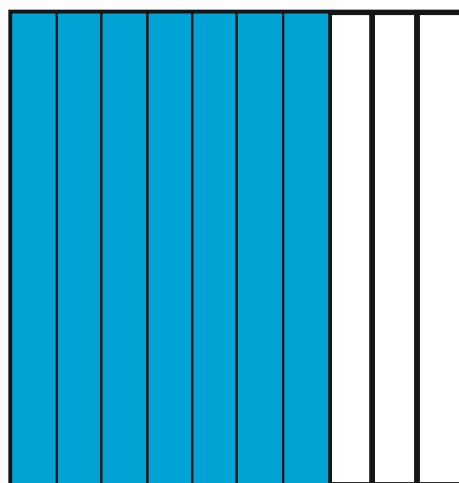
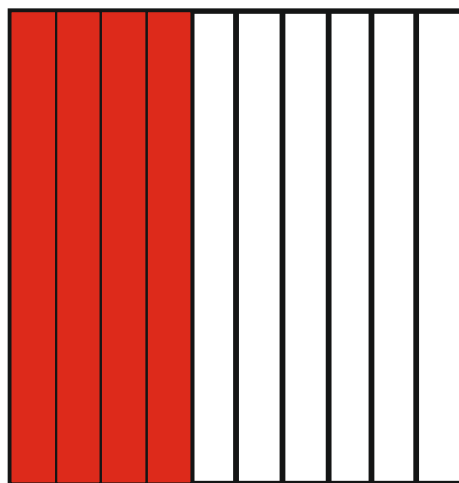
- Od desetinných zlomků přecházíme k desetinným číslům



$$\frac{10}{10} = \frac{100}{100} = 1$$

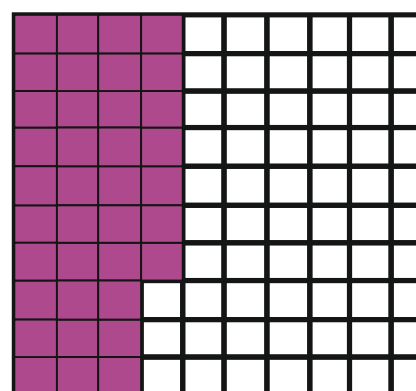
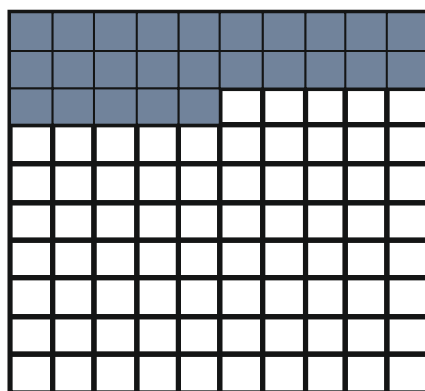
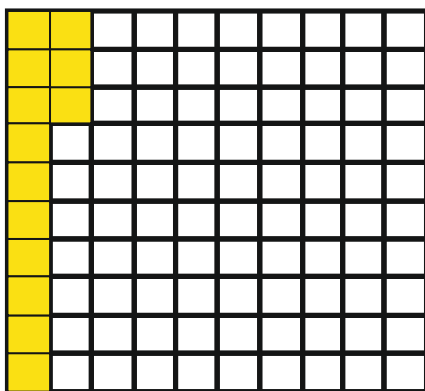
DESETINNÁ ČÍSLA

- Pomocí čtverečkovaného papíru lze znázornit desetiny, sčítání desetin



DESETINNÁ ČÍSLA

- Lze znázornit setiny, sčítání setin



TABULKA NA DESETINNÁ ČÍSLA

10,000,000	1,000,000	100,000	10,000	1,000	100	10	1	0.1	0.01	0.001	0.0001	0.00001	0.000001
							1	1	1				

The table above represents the visual information in the image. The columns are labeled with powers of ten from 10^7 to 10^{-7} . The chart shows the number 1.11 represented by blocks: one green block in the '1' column, one blue block in the '0.1' column, and one red block in the '0.01' column. There are also some additional blocks in the '1' and '0.01' columns, possibly representing a different number or a correction.



DESETINNÁ ČÍSLA

- ◉ Pomocí tabulky na desetinná čísla si žáci mohou osvojit správný zápis desetinných čísel a základní operace s nimi.
- ◉ Lze tím předcházet četným chybám vyskytujícím se zejména u dyskalkuliků, dyslektiků a dysgrafiků, ale i u ostatních dětí.
- ◉ Žáci se učí správně sčítat a odčítat, nejprve bez přechodu přes základ a později s přechodem.

DESETINÁ ČÍSLA

- Mnoho dětí má při práci s desetinnými čísly problémy typu:
 - nepochopení zápisu a čtení desetinného čísla v desítkové soustavě,
 - nerespektování řádů v rámci desetinného čísla,
 - neschopnost provádět operace s desetinnými čísly,
 - neschopnost využívat desetinná čísla v aplikačních a problémových úlohách, aj.

DESETINNÁ ČÍSLA

Příklad	Typ chyby	chyba
$1,2+2,5$		
$1,02+2,3$	Nerespektování zápisu čísla v desítkové soustavě	3,5
$5,8+6,7$	Nepochopení sčítání s přechodem přes základ 10	11,15
$7,5-2,3$		
$2,1-1,3$	Žák vždy odečítá menší číslo od většího	1,2
$5,8-2,02$	Nerespektování zápisu čísla v desítkové soustavě, nepochopení odčítání s přechodem	3,6

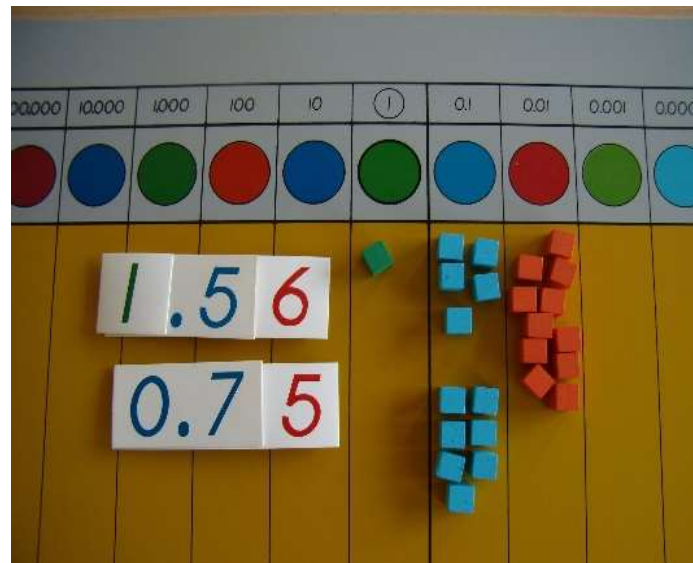
SČÍTÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

- ◉ Poskládáme příklad z desetinných zlomků a karet



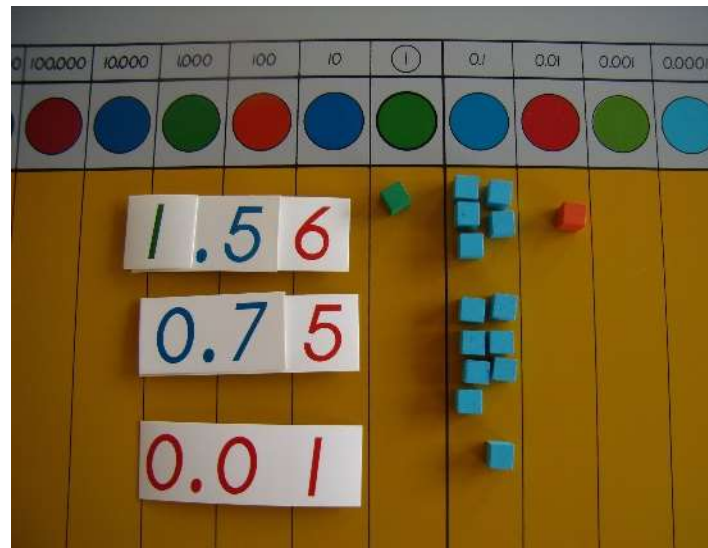
SČÍTÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

- Sečteme setiny (nejnižší řád): $5+6=11$



SČÍTÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

- 10 setin vyměníme za 1 desetinu, sepíšeme částečný výsledek



SČÍTÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

- Pokračujeme s desetinami



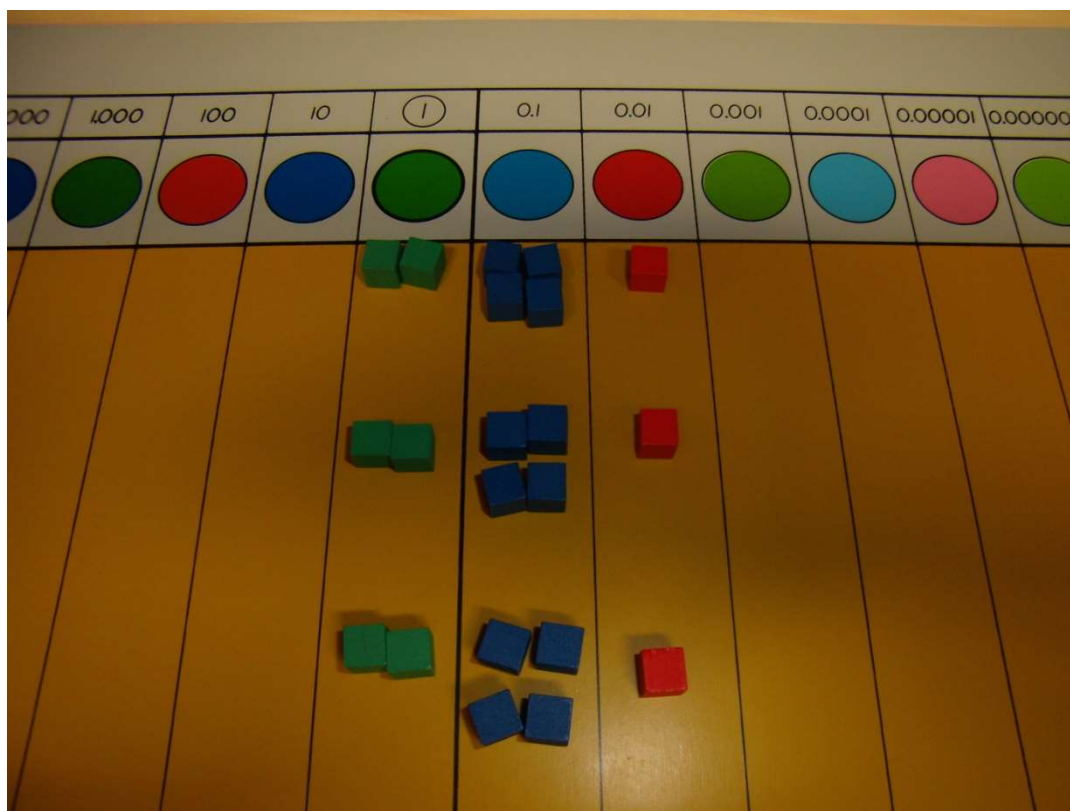
SČÍTÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

- ◉ Nakonec sečteme jednotky

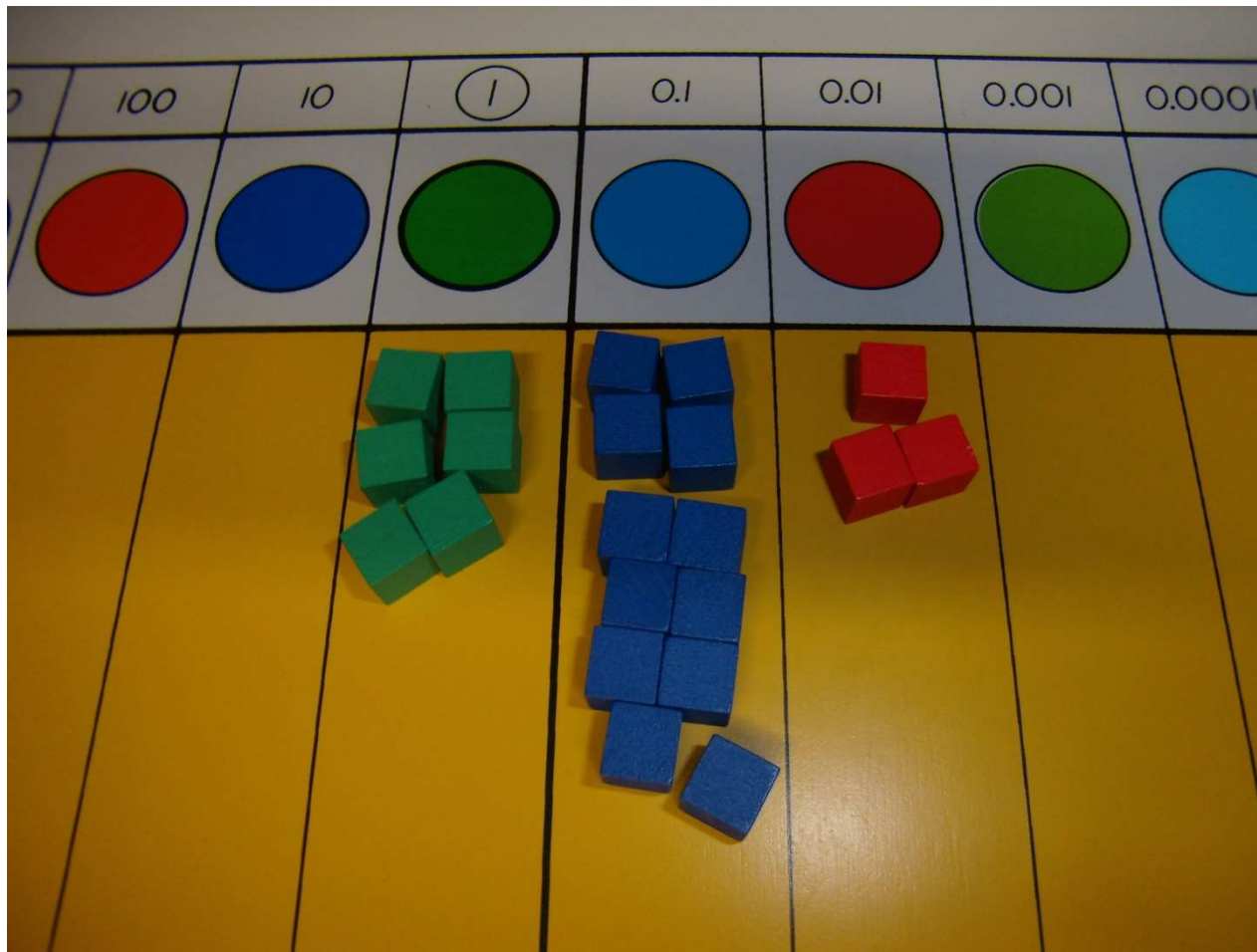


NÁSOBENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA PŘIROZENÝM ČÍSLEM

- Násobení desetinného čísla přirozeným číslem vnímáme jako opakované sčítání.



NÁSOBENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA PŘIROZENÝM ČÍSLEM



NÁSOBENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA PŘIROZENÝM ČÍSLEM

⊙ $3 \cdot 2,41 = 7,23$



VYPOČTĚTE SE ZNÁZORNĚNÍM TABULKY NA DESETINNÁ ČÍSLA

- $0,232 + 5,186$
- $8,999 + 1,001$
- $7,05 - 3,2$

- **Vypočtete pomocí známkové hry**
- $2,3 + 1,8$
- $5,2 - 4,3$

NÁSOBENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA DESETINNÝM ČÍSLEM

- ◉ $0,23 \cdot 1,3$
- ◉ Odhadneme výsledek
- ◉ Počítáme pomocí schématu:

	0,	2	3
1,			
3			

NÁSOBENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA DESETINNÝM ČÍSLEM

- $2,51 \cdot 3,04$
- Odhadneme výsledek
- Počítáme pomocí schématu:

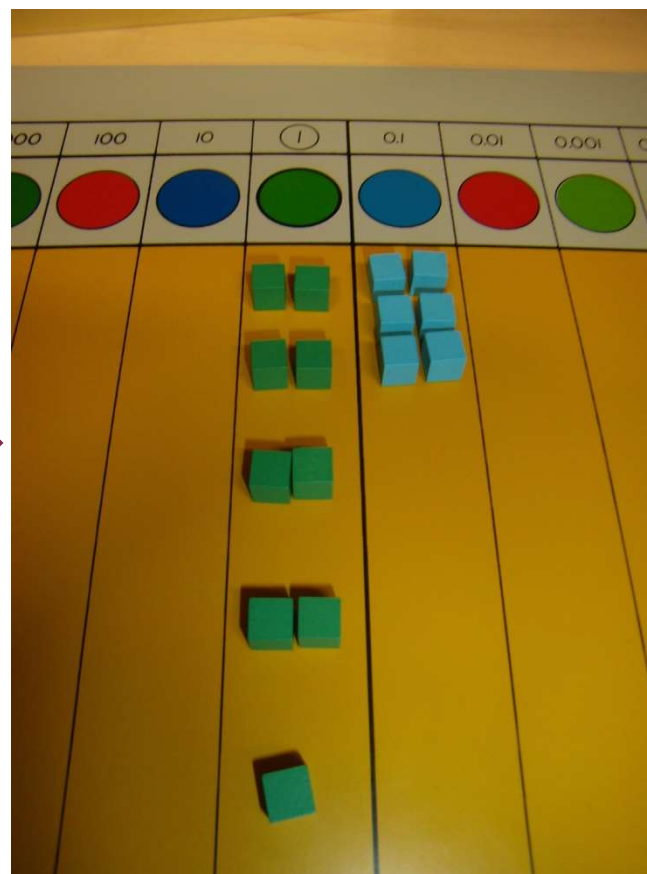
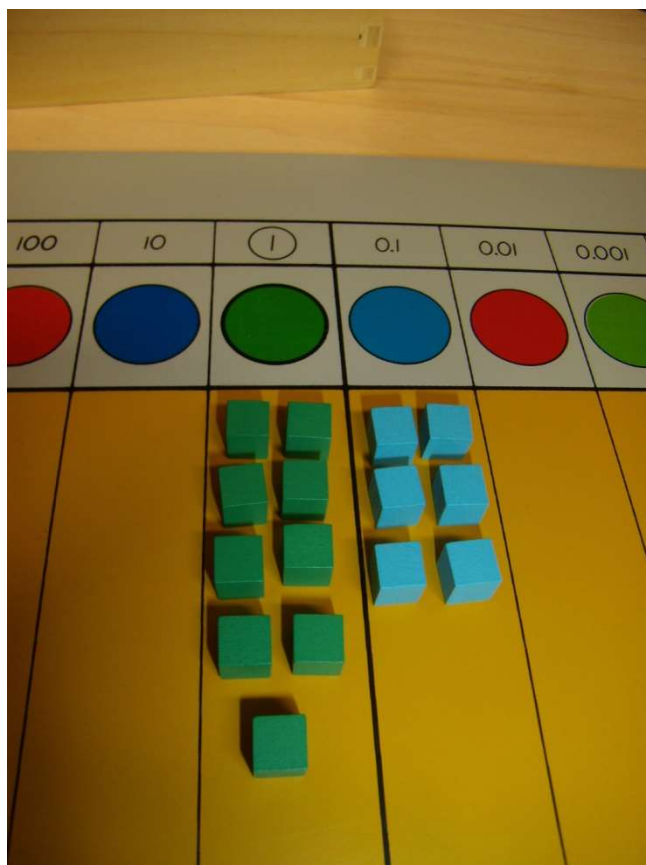
	2,	5	1
3,			
0			
4			

NÁSOBENÍ POMOCÍ ZNÁMKOVÉ HRY

- ⦿ $1,2 \cdot 2,5$
- ⦿ $13,3 \cdot 0,21$
- ⦿ $5,7 \cdot 3,2$

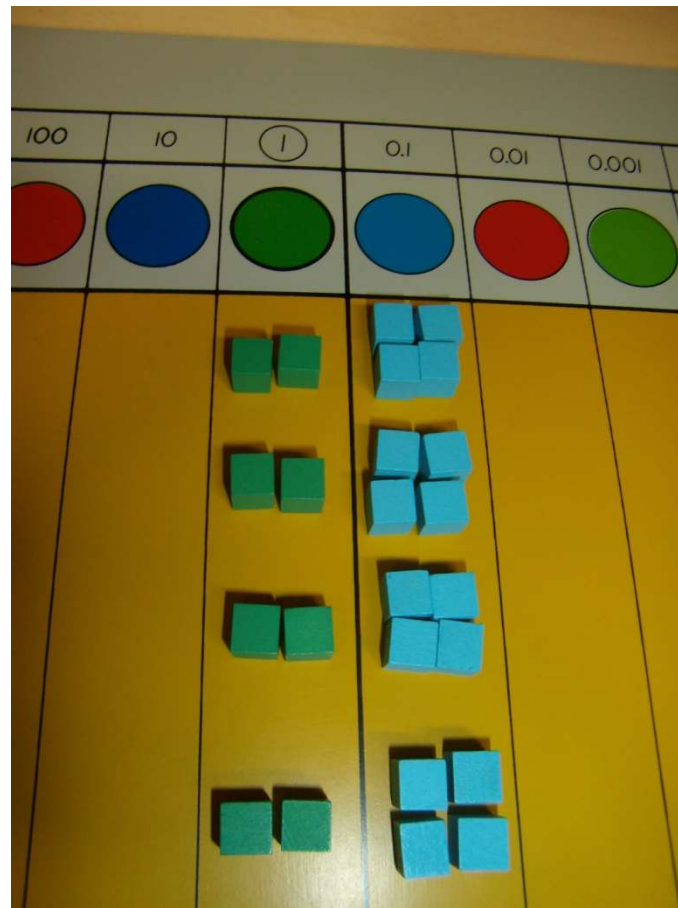
DĚLENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA PŘIROZENÝM ČÍSLEM

- 9,6 : 4 (začínám dělit od nejvyššího řádu)



DĚLENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA PŘIROZENÝM ČÍSLEM

⊙ $9,6 : 4 = 2,4$



VYDĚLTE S POMOCÍ ZNÁMKOVÉ HRY

⦿ $8,16 : 4$

⦿ $39,42 : 3$

UKÁZKY ŘEŠENÍ ÚLOH S POMŮCKAMI

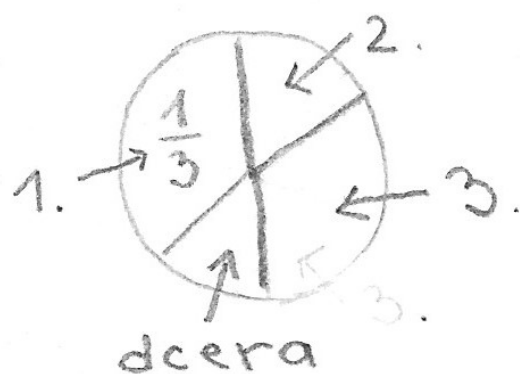
- ◉ Ve třídě je 24 žáků. Dvě třetiny z toho jsou dívky. Kolik je ve třídě chlapců?
- ◉ Ve třídě jsou dvě třetiny dívek a jedna třetina chlapců. Tři čtvrtiny chlapců dělají nějaký sport. Dva chlapci nedělají žádný sport. Kolik je ve třídě žáků?
- ◉ Z dědictví dostal první syn třetinu, druhý syn třetinu zbytku, třetí syn dvě třetiny zbytku po druhém a dcera to, co zbylo. Zapište zlomkem, jakou část dědictví každý z nich dostal.

UKÁZKA ŽÁKOVSKÝCH ŘEŠENÍ

- ◉ *Z dědictví dostal první syn třetinu, druhý syn třetinu zbytku, třetí syn dvě třetiny zbytku po druhém a dcera to, co zbylo. Zapište zlomkem, jakou část dědictví každý z nich dostal.*
- ◉ Řešili žáci 8. a 9. ročníku.
- ◉ Úspěšnost úlohy nízká (kolem 20 %).
- ◉ Mnozí žáci vůbec nezačali úlohu řešit.
- ◉ Problémy: chybějící představa zlomku jako části celku, neznalost operace pro „zlomek z čísla“, neschopnost provést výpočet (i když věděli jak), numerické chyby.

UKÁZKA ŽÁKOVSKÝCH ŘEŠENÍ

- Využitelnost kruhového modelu (žákyně 8. ročníku)

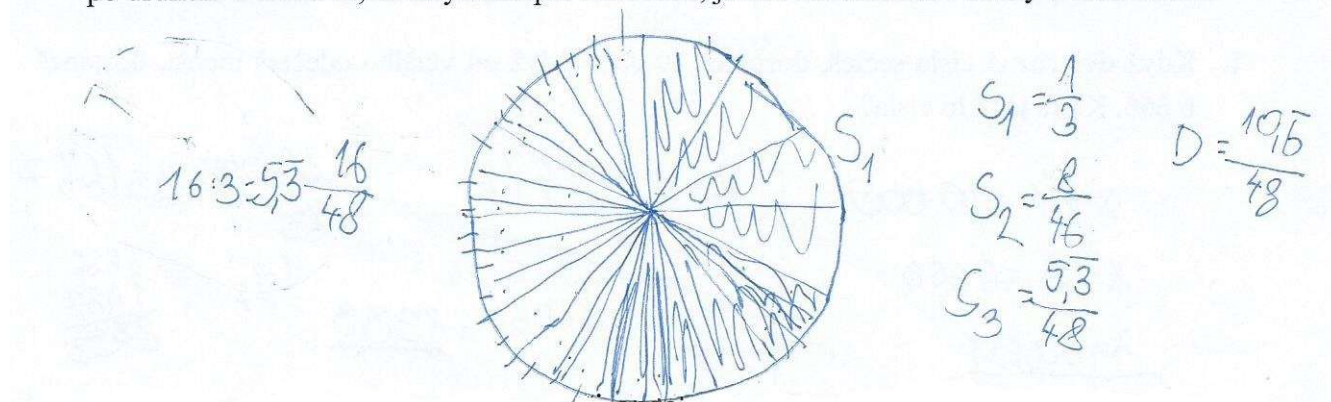


1. syn dostal $\frac{1}{3}$
2. syn dostal $\frac{1}{5}$
3. syn dostal $\frac{1}{8}$
4. syn dostal $\frac{1}{11}$

UKÁZKA ŽÁKOVSKÝCH ŘEŠENÍ

○ Využitelnost kruhového modelu (žák 9. ročníku)

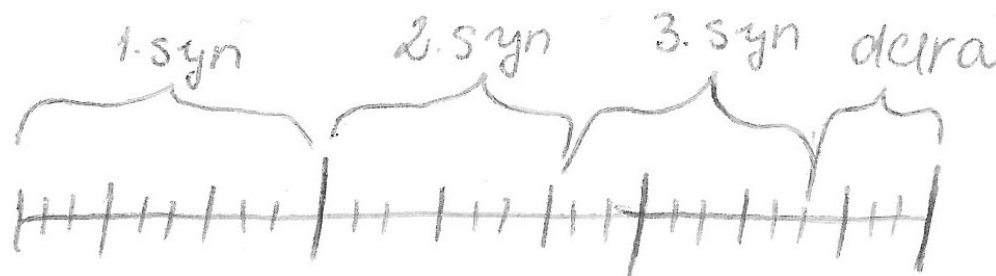
5. Z dědictví dostal první syn třetinu, druhý syn třetinu zbytku, třetí syn dvě třetiny zbytku po druhém a dcera to, co zbylo. Zapiš zlomkem, jakou část dědictví každý z nich dostal.



UKÁZKA ŽÁKOVSKÝCH ŘEŠENÍ

- Využitelnost lineárního (případně úsečkového, obdélníkového) modelu (žákyně 8. ročníku)

$$\begin{aligned} 1. \text{ syn} &= \frac{9}{27} \\ 2. \text{ syn} &= \frac{6}{27} \\ 3. \text{ syn} &= \frac{8}{27} \\ \text{dcera} &= \frac{4}{27} \end{aligned}$$



UKÁZKA ŽÁKOVSKÝCH ŘEŠENÍ

◉ Částečně pamětní řešení (žák. 9. ročníku)

5. Z dědictví dostal první syn třetinu, druhý syn třetinu zbytku, třetí syn dvě třetiny zbytku po druhém a dcera to, co zbylo. Zapiš zlomkem, jakou část dědictví každý z nich dostal.

první syn ... $\left(\frac{1}{3}\right)$
druhý syn $\frac{1}{3} = \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{9}\right)$
třetí syn $\frac{2}{3} = \frac{4}{9} = \left(\frac{8}{27}\right)$
dcera $\left(\frac{4}{27}\right)$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{8}{27} = \frac{9}{27} + \frac{4}{27} + \frac{8}{27} = \frac{21}{27}$$

PROCENTA

PROCENTA

- ◉ V počátku výuky procent je pro žáka důležité, aby pochopil základ (celek) a měl představu, jaké části odpovídají některá procenta
- ◉ Procenta \times zlomek: procento vždy vystupuje v roli operátoru

PROCENTA - ÚVOD UČIVA

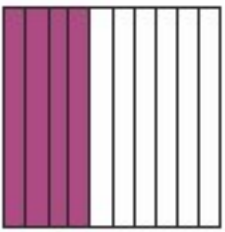

- ◉ Počítejte s využitím čtverečkovaného papíru:
- ◉ Určete 20 % z 50.
- ◉ 20 % z nějakého čísla je 10. Jaké je to číslo?
- ◉ 120 % nějakého čísla je o 20 větší než 80 % tohoto čísla. O jaké číslo se jedná?

PROCENTA

- ◉ Úlohy z přijímacích zkoušek pro 7. ročník:
- ◉ Všichni tři členové družstva se bez prodlev vystřídali při plnění soutěžního úkolu. První člen vyčerpал 30 % celkového soutěžního času, druhý potřeboval ještě o 10 minut více než první a na třetího zbylo už jen 10 minut. Kolik procent celkového času potřeboval druhý člen?

ZLOMKY, DESETINNÁ ČÍSLA, PROCENTA

- K fixaci znalostí a propojení různých reprezentací racionálního čísla může docházet pomocí různých her, např. třídění karet

	40 % z 1	50 % z 0,8	$\frac{2}{5}$
$\frac{1}{4}$	0,25		$\frac{25}{100}$