Repetitorium SŠ matematiky

Plán cvičení:

1. úprava výrazů (algebraických)
2. úvod k rovnicím, funkcím, lineární rovnice a funkce
3. lineární rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou, součinový tvar
4. kvadratické rovnice a funkce
5. rovnice a funkce s odmocninou, inverzní funkce
6. lineární a kvadratické rovnice s parametrem
7. goniometrické rovnice a funkce
8. goniometrické rovnice a funkce
9. logaritmické rovnice a funkce
10. exponenciální rovnice a funkce
11. komplexní čísla

Podmínky pro úspěšné absolvování:

- zápočtová písemná práce na konci semestru – alespoň 60 %
- odevzdávání vypočítaných příkladů za každé cvičení do příslušných odevzdáváren

Repetitorium SŠ matematiky – 1. cvičení

Konzultace k tomuto cvičení poběží v MS Teams 14. 10.

Do 16. 10. je třeba odevzdat do odevzdávárny následující:

- z **každého** příkladu (1 – 4) vypočítejte a odevzdejte **alespoň 2 varianty** (a) – e))

Násobení mnohočlenů – násobení stylem „každý s každým"

$$(4b^2+2a^2-4ab)\cdot(3ab+2a^2-3b^3) = \dots = 4a^2-2a^3b-4a^2b^2-6a^2b^3+$$
$$+12ab^3+12ab^4-12b^5$$

Dělení mnohočlenů

- oba mnohočleny seřadíme sestupně podle mocniny neznámé (v případě většího množství neznámých si jednu vybereme)
- dělíme první člen prvního mnohočlenu prvním členem druhého mnohočlenu → výsledkem dělení vynásobíme druhý mnohočlen a odečteme od prvního mnohočlenu → opakujeme postup

$$(2x^3-x^2-16x+15):(2x-5) = x^2+2x-3$$
$$\begin{array}{l}
-(2x^3-5x^2) \\
\hline
\quad 4x^2-16x+15 \\
\quad -(4x^2-10x) \\
\hline
\qquad -6x+15 \\
\qquad -(-6x+15) \\
\hline
\qquad\quad 0
\end{array}$$

- s dělením pokračujeme dokud nevyjde zbytek 0 nebo mnohočlen s menší ~~stupněm~~ mocninou neznámé než u dělitele

Př. 1: Dělte mnohočleny

a) $(4c^2d - 12c^4d^3) : (-4c^2d)$

b) $(x^2 + 8x + 15) : (x + 3)$

c) $(m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3) : (m^2 + n^2)$

d) $(3v^3 - 17v^2 + 21v - 43) : (v^2 - 8v + 15)$

Vzorce, Pascalův trojúhelník

Zopakujte si základní vzorečky pro rozklad mnohočlenů, pokud si je nepamatujete, lze využít Pascalův trojúhelník

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Pro rychlé roznásobení ~~mnohočlenů~~ výrazu ve tvaru $(a \pm b)^n$ využijte příslušný řádek koeficientů v Pascalově trojúhelníku, postupně se snižují mocniny u „a" a zvyšují u „b", pro $(a-b)^n$ se budou střídat znaménka, začíná vždy +.

Například $(a-b)^5 = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$

Při rozkladu mnohočlenu na součin se díváme na:

1) možnost vytknutí nějakého výrazu
2) možnost aplikování některého vzorce
3) další možnosti, např. rozklad kvadratického trojčlenu

Př. 2: Rozložte na součin (nejvíce, jak lze)

a) $(4x-1)(x+2)-(12x^2-3x)+(7+x)(4x-1)$

b) $(2x+3)^2-(x-1)^2$

c) $100x^3-0{,}2x^2y+0{,}0001xy^2$

d) $81x^4-16y^4$

Př. 3: Rozložte na součin a následně zjednodušte, uveďte podmínky

a) $\dfrac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by}$

b) $\dfrac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}$

c) $\dfrac{7}{2x-4}-\dfrac{3}{x+2}-\dfrac{12}{x^2-4}$

d) $\dfrac{am^2-an^2}{m^2+2mn+n^2}:\dfrac{am^2-2amn+an^2}{3m+3n}$

e) $\dfrac{\dfrac{x-y}{x+y}+\dfrac{x+y}{x-y}}{\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}}$

Vzorečky ze strany 2 se užívají i pro zbavování se výrazu s odmocninou ve jmenovateli zlomku. Zlomky tzv. [redacted] usměrňujeme

např. $$\frac{1}{1-\sqrt{5}} \cdot \underbrace{\frac{1+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}}_{=1} = \frac{1+\sqrt{5}}{1-5} = \frac{1+\sqrt{5}}{-4}$$

$=1$, násobením neměníme hodnotu původního zlomku

(použit vzorec $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$, podobně se užívá vzorec $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$)

Př. 4: Usměrněte zlomky

a) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$

b) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

c) $\frac{19\sqrt{6}}{5\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$

d) $\frac{4}{\sqrt[3]{5}-1}$