

Čtyřúhelníky

Irena Budínová

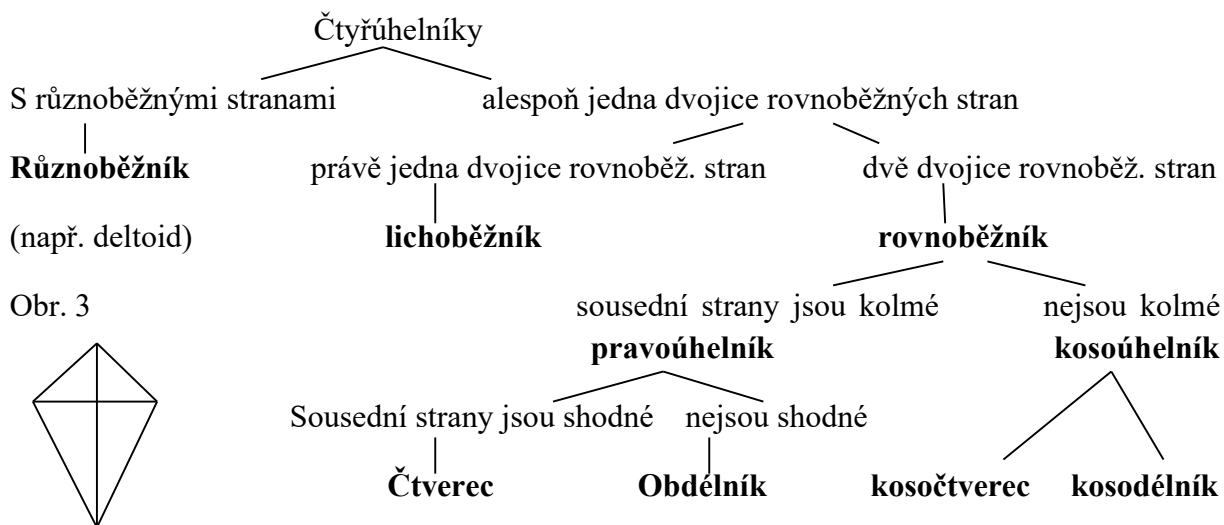
Jsou dány v rovině čtyři různé body A, B, C, D, z nichž žádné tři neleží v jedné přímce. Čtyřúhelník ABCD je sjednocení trojúhelníků ABD a BDC, právě když jejich průnikem je úsečka BD.

Obr. 1

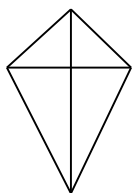
Klasifikace čtyřúhelníků: Konvexní, nekonvexní

Obr. 2

Klasifikace čtyřúhelníků:



Obr. 3



Rovnoběžníky

Rovnoběžník je čtyřúhelník, který má dvě dvojice protějších stran rovnoběžných.

$$AB \parallel CD \quad BC \parallel AD.$$

Věta 1. Protější strany rovnoběžníku jsou shodné.

$$AB \parallel CD \wedge BC \parallel AD \Rightarrow AB \cong CD \wedge BC \cong AD$$

Důkaz: Obr. 4

Sestrojíme úsečku BD a dokážeme shodnost trojúhelníků ABD a CDB (usu).

Věta 2. Protější úhly rovnoběžníku jsou shodné.

Důkaz: Viz V1.

Věta 3. Úhlopříčky rovnoběžníku se půlí.

Důkaz. Obr. 5

Dokážeme shodnost trojúhelníků ABS a CDS (usu).

Věta 4. Součet vnitřních úhlů čtyřúhelníku je úhel plný (součet velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníku je 360°).

Důkaz: Součty vnitřních úhlů trojúhelníků ABD a CDB – každého z nich je 180° .

Všechny rovnoběžníky jsou středově souměrné.

Obdélník

Obdélník je rovnoběžník, jehož sousední strany jsou na sebe kolmé a nejsou shodné.

Platí V 1 – V4 a navíc:

Věta 5. Úhlopříčky obdélníku jsou shodné.

Důkaz: Obr. 6

shodnost trojúhelníků ABD a ABC (sus)

Obdélníku lze opsat kružnici. Obdélník má dvě osy souměrnosti.

Čtverec

Čtverec je rovnoběžník, jehož sousední strany jsou shodné a na sebe kolmé.

Platí V 1 – V 5 a navíc

Věta 6. Úhlopříčky čtverce jsou na sebe kolmé.

Důkaz: Obr. 7

shodnost trojúhelníků ABS a BCS (sss), vedlejší úhly shodné, tedy pravé.

Čtverci lze opsat i vepsat kružnici. Čtverec má 4 osy souměrnosti.

Lichoběžník

Lichoběžník je čtyřúhelník, který má jednu dvojici protějších stran rovnoběžné a jednu dvojici protějších stran různoběžné.

Obr. 8

Základní pojmy: $AB \parallel CD$ - základny (a, c) , BC, AD – ramena (b, d)

Vnitřní úhly – grafický součet vnitřních úhlů na témž rameni lichoběžníku je úhel přímý.

Výška – vzdálenost přímek, na kterých leží základy (kolmice k základnám)

Střední příčka – úsečka, jejímiž krajními body jsou středy ramen $s = \frac{a + c}{2}$

Druhy lichoběžníků: pravoúhlý, rovnoramenný

Čtyřúhelník tečnový - čtyřúhelník, kterému lze vepsat kružnici, strany jsou tečnami.

Čtyřúhelník je tečnový právě tehdy, jestliže součty délek jeho protilehlých stran sobě rovnají,

$$a + c = b + d.$$

obr. 9

Čtyřúhelník tětívový – čtyřúhelník, jemuž lze opsat kružnici, strany jsou tětívami.

Čtyřúhelník je tětívový právě tehdy, jestliže součet velikostí dvou protějšších úhlů je 180° .

Obr. 10

Čtyřúhelník dvojtředový – čtyřúhelník, kterému lze kružnici opsat i vepsat.

Obvody a obsahy

Obvod čtyřúhelníku

Obvod obdélníku

Obvod čtverce

Obsah obdélníku

Obsah čtverce

Obsah rovnoběžníku

Obsah lichoběžníku