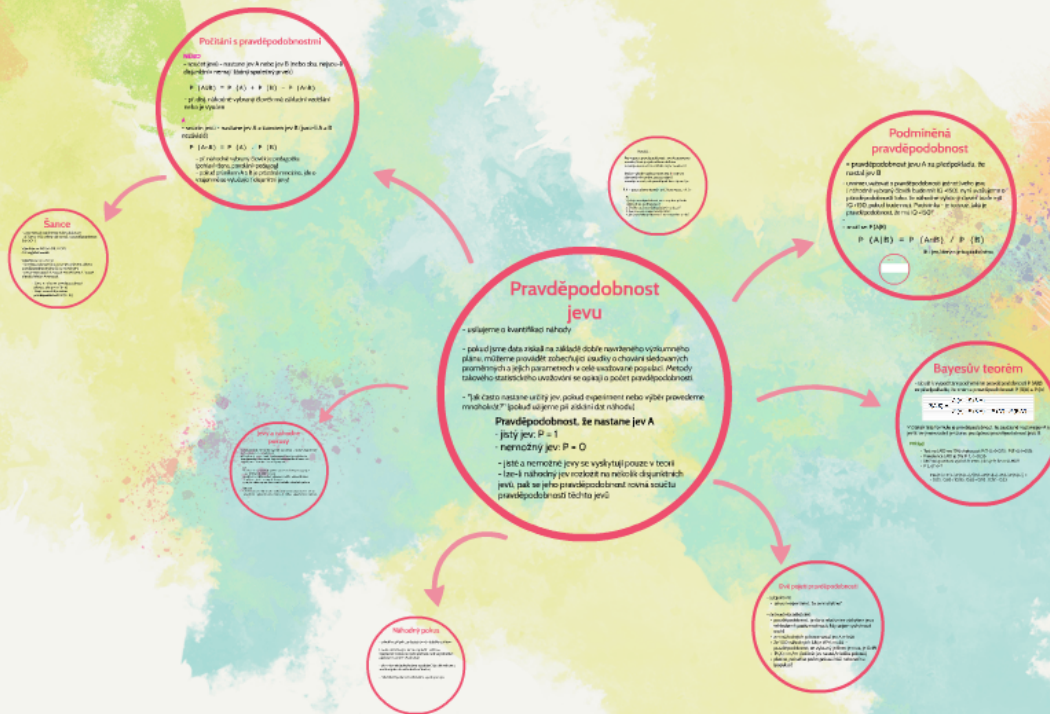


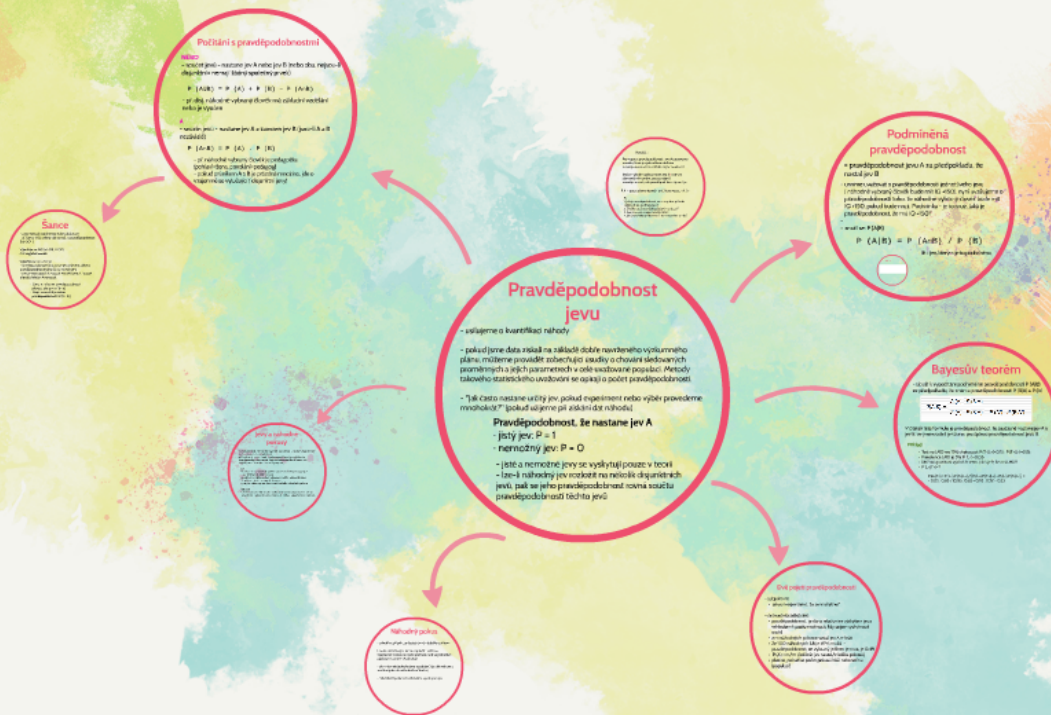
PRAVDĚPODOBNOST

Mgr. Zuzana Szabó Lenhartová



PRAVDĚPODOBNOST

Mgr. Zuzana Szabó Lenhartová



Pravděpodobnost jevu

- usilujeme o kvantifikaci náhody
- pokud jsme data získali na základě dobře navrženého výzkumného plánu, můžeme provádět zobecňující úsudky o chování sledovaných proměnných a jejich parametrech v celé uvažované populaci. Metody takového statistického uvažování se opírají o počet pravděpodobnosti.
- "Jak často nastane určitý jev, pokud experiment nebo výběr provedeme mnohokrát?" (pokud uijeme při získání dat náhodu)

Pravděpodobnost, že nastane jev A

- jistý jev: $P = 1$
- nemožný jev: $P = 0$
- jisté a nemožné jevy se vyskytují pouze v teorii
- lze-li náhodný jev rozložit na několik disjunktních jevů, pak se jeho pravděpodobnost rovná součtu pravděpodobností těchto jevů

Dvě pojetí pravděpodobnosti

- subjektivní:
 - jakou má jev šanci, že se vyskytne?
- četnostní (statistické):
 - pravděpodobnost je dána relativním výskytem jevu vzhledem k počtu možností, kdy se jev vyskytnout mohl
 - z m náhodných pokusů nastal jev A n -krát
 - Ze 100 náhodných lidí je 49% mužů - pravděpodobnost, že vybraný jedinec je muž, je 0,49
 - $P(A) = n / m$ (kolikrát jev nastal/z kolika pokusů)
 - platí to, pokud se počet pokusů blíží nekonečnu (populaci)

Jevy a náhodné pokusy

- náhodnost vede k tomu, že jevy, které nás zajímají, se za daných podmínek mohou nebo nemusí vyskytnout
- př. hod mincí - panna/ orel - můžeme predikovat jen vyjádřením pravděpodobnosti možností, které mohou nastat (to, že padne orel, vyjadřujeme číslem, které má určitý význam)

Jev

- hodnota proměnných (například mužské či ženské pohlaví je jev)
- vzorek IQ patnácti lidí = 15 jevů
- jev, který se skládá pouze z jednoho výsledku = elementární jev
- kombinace jevů se nazývá složený jev
- jistý jev = obsahuje všechny možné výsledky náhodného pokusu

Pole jevů

- všechny možnosti (množina hodnot), kterých může proměnná nabývat
- př. pohlaví - pole je množina možností - tedy 2 (zapomeňme na gender)

Hendl, J. :

Pro výpočet pravděpodobnosti jevu A používáme pravidlo, které je východiskem definice pravděpodobnosti na základě stejné možnosti:

Jestliže náhodný pokus může vést k r různým elementárním jevům, jež jsou stejně pravděpodobné, pak pravděpodobnost jevu A je:

$P(A) = \text{počet elementárních jevů, které vedou k A} / r$

Př.

1. Jaká je pravděpodobnost, že vám padne při hodů běžnou hrací kostkou šestka?
2. Z kolika bodů se skládá pole jevů v otázce 1?
3. Jsou tyto jevy vzájemně disjunktní?
4. Jaká je pravděpodobnost, že nám nepadne šestka?

Náhodný pokus

- pokud lze při pokusu dostat různé výsledky a přitom:

1. nelze určit, který z těchto výsledků získáme
2. pokus lze libovolně často opakovat, aniž se jednotlivá opakování vzájemně ovlivňují

- akt vytáhnutí jednoho jevu z pole jevů (př. akt vybrání a změření jednoho náhodného člověka)

- náhodným pokusem získáváme z pole jevů jev

Počítání s pravděpodobnostmi

NEBO

- součet jevů - nastane jev A nebo jev B (nebo oba, nejsou-li disjunktní= nemají žádný společný prvek)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- př. disj. náhodně vybraný člověk má základní vzdělání nebo je vyučen

A

- součin jevů - nastane jev A a zároveň jev B (jsou-li A a B nezávislé)

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- př. náhodně vybraný člověk je pedagožka (pohlaví=žena, povolání=pedagog)

- pokud průnikem A a B je prázdná množina, jde o vzájemně se vylučující (disjunktní jevy)

Šance

- častý způsob vyjádření pravděpodobnosti
- př. šance 1:1 že stihnu vlak označuje pravděpodobnost 0,5 (50%)

Vyjadřuje se: $O(A) = P(A) / P(A')$
O z anglického odds

Vypočítá se: $p = x / (x + y)$

- pravděpodobnost toho, že se jev vyskytne, dělená pravděpodobností toho, že se nevyskytne
- šance ve prospěch A = počet výskytů jevu A / počet případů, kdy jev A nenastal

- Šanci $x : y$ lze na pravděpodobnost převést jako $p = x / (x + y)$
- Např. šance 2:3 je rovna pravděpodobnosti $2 / (2 + 3)$.

Podmíněná pravděpodobnost

= pravděpodobnost jevu A za předpokladu, že nastal jev B

- umíme uvažovat o pravděpodobnosti jednotlivého jevu (náhodně vybraný člověk bude mít IQ +150), nyní uvažujeme o pravděpodobnosti toho, že náhodně vybraný člověk bude mít IQ +150, pokud bude muž. Podmínka - je to muž. Jaká je pravděpodobnost, že má IQ +150?
-
- značí se: $P(A|B)$

$$P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$$

B = jev, kterým je to podmíněno

Příklad:

Alta je opar 30% mě 40% 03
Konec je 20% mě 10% 03
Jev - 10% mě 10% mě 10% 03
Většinou je 10% mě 10% 03
10% mě 10% 03



Příklad:

Kuřáků je v populaci 30%, tedy $P(\text{Kou}^+) = 0,3$.

12% lidí má jak rakovinu, tak návyk na kouření: $P(\text{Rak}^+ \cap \text{Kou}^+) = 0,12$

Jsem-li kuřák, jaká je pro mě pravděpodobnost onemocnění rakovinou?

Kouří-li člověk (nastalý jev B), je riziko onemocnění rakovinou (P jevu A)

$$P(\text{Rak}^+ | \text{Kou}^+) = P(\text{Rak}^+ \cap \text{Kou}^+) / P(\text{Kou}^+) = 0,12/0,3 = 0,4$$

Bayesův teorém

- slouží k vypočítání podmíněné pravděpodobnosti $P(A|B)$ za předpokladu, že známe pravděpodobnosti $P(B|A)$ a $P(A)$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(A') \cdot P(B|A')}$$

V čitateli této formule je pravděpodobnost, že současně nastane jev A a jev B, ve jmenovateli je vzorec pro úplnou pravděpodobnost jevu B.

Příklad:

- Test na LMD má 15% chybovost: $P(T-|L+)=0,15$; $P(T+|L-)=0,15$.
- Prevalence LMD je 5%: $P(L+)=0,05$
- Dítě má pozitivní výsledek testu. Jaká je P, že má LMD?
- $P(L+|T+)=?$

$$\begin{aligned} P(L+|T+) &= P(L+) \cdot P(T+|L+) / [P(L+) \cdot P(T+|L+) + P(L-) \cdot P(T+|L-)] = \\ &= 0,05 \cdot 0,85 / (0,05 \cdot 0,85 + 0,95 \cdot 0,15) = 0,23 \end{aligned}$$

PRAVDĚPODOBNOST

Mgr. Zuzana Szabó Lenhartová

