

Skládání pohybů

Motorová loďka plující po řece urazila vzdálenost 150 m při plavbě po proudu za 15 s, při plavbě proti proudu za dobu 25 s. Určete rychlost loďky vzhledem k vodě a rychlost proudu v řece. Předpokládejte, že rychlosti jsou konstantní.

$$v = s/t$$

loďka pluje po proudu

$$t = 15 \text{ s}, v = \text{rychlost loďky} + \text{rychlost proudu}$$

loďka pluje proti proudu

$$t = 25 \text{ s}, v = \text{rychlost loďky} - \text{rychlost proudu}$$

z toho dvě rovnice o dvou neznámých.

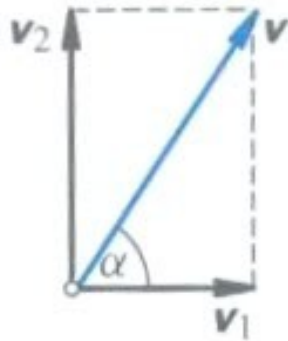
Lodka pluje po hladině řeky od jednoho břehu k druhému, přičemž její příď směřuje kolmo k proudu. Voda v řece teče rychlostí o velikosti $2,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, rychlost lodky vzhledem k vodě má velikost $4,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vypočtěte velikost rychlosti lodky vzhledem k břehům řeky a určete úhel, který tyto rychlosti svírá se směrem proudu.

$$v_1 = 2,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = 4,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v = ?$$

$$\alpha = ?$$



$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$v = \sqrt{2,2^2 + 4,6^2}$$

$$v = 5,1 \text{ m/s}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{4,6}{2,2}$$

$$\alpha = 64^\circ 26'$$

Motorový člun plující po řece urazil vzdálenost 120 m při plavbě po proudu za 14 s, při plavbě proti proudu za 24 s. Určete rychlost člunu vzhledem k vodě a rychlost proudu v řece (předpokládejte, že rychlosti jsou konstantní).

$$s = 120 \text{ m}$$

$$t_1 = 14 \text{ s}$$

$$t_2 = 24 \text{ s}$$

$$v_{cl} = ?$$

$$v_r = ?$$

$$v_{cl} + v_r = s/t_1 = 120/14 = 8,57 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_{cl} - v_r = s/t_2 = 120/24 = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_r = 8,6 - v_{cl}$$

$$v_{cl} = 5 + v_r = 5 + 8,57 - v_{cl}$$

$$v_{cl} = (5 + 8,6)/2 = \underline{6,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

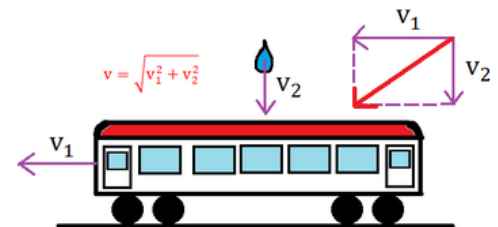
$$v_r = 8,6 - v_{cl} = 8,6 - 6,8 = \underline{1,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

Rychlost zvuku v klidném vzduchu má velikost $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vítr vane rychlostí o velikosti $72 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$. Vypočítejte, za jakou dobu dorazí zvuk do vzdálenosti 400 m proti větru a po větru. **[1,25 s, 1,1 s]**

Voda v řece proudí rychlostí o velikosti $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Rychlost plavce vzhledem ke klidné vodě má velikost $0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Plavec plave ke druhému břehu tak, že jeho rychlost je kolmá ke směru proudu. Řeka je široká 40 m . Vypočítejte velikost a směr rychlosti plavce vzhledem ke břehu, dobu za kterou plavec přeplave řeku a vzdálenost o kterou proud řeky plavce snese. **[0,58 m.s⁻¹, 59°, 80 s, 14 m]**

Lodka, jejíž rychlost vzhledem k vodě je $6,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, pluje v řece tekoucí rychlostí $2,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Pod jakým úhlem vzhledem k proudu musí lodka plout, aby se pohybovala kolmo k břehům řeky? Jakou rychlostí se přibližuje ke břehu? **[67°, 6 m.s⁻¹]**

Vlak jede rychlostí $12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ po vodorovné trati. Kapky deště padají svisle rychlostí $9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jak velká je rychlost kapek vzhledem k oknům vlaku? Jaký úhel svírají stopy dešťových kapek na okně vlaku se svislým směrem? **[15 m.s⁻¹, 53°8']**



Ze stanice vyjedou současně dva vlaky na přímých tratích, svírajících úhel $156^{\circ}30'$. Rychlost prvního vlaku je $13 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, rychlost druhého vlaku je $14,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jak jsou vlaky od sebe vzdálené v čase 5,5 min.? [8883 m, 1292 m]

Na parník plující rychlostí $14 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ naráží proud rychlostí $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pod úhlem 60° na osu lodi. Jaká je výsledná rychlost parníku (v $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) a jak se odchyluje od kursu? [2,99 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, $2^{\circ}32'$]

Plavec plave rychlostí $0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ napříč řekou. Proud řeky má rychlost $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. O jaký úhel se plavec odchýlí od původního směru? [$75^{\circ}58'$]

Volně padající kámen má v jednom bodě své dráhy okamžitou rychlost $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a v jiném, níže položeném bodě, má rychlost $8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Za jaký čas doletí kámen z prvního bodu do druhého a jak daleko jsou oba dva body od sebe vzdálené?

$$v_1 = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$t = ?$$

$$s = ?$$

$$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2$$

$$s_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2$$

$$s = s_2 - s_1 = g \cdot (t_2^2 - t_1^2) / 2$$

$$s = g \cdot ((v_2/g)^2 - ((v_1/g)^2)) / 2 = (v_2^2 - v_1^2) / 2 \cdot g$$

$$s = (8^2 - 5^2) / 2 \cdot 9,81 = \underline{2 \text{ m}}$$

$$v_1 = g \cdot t_1$$

$$v_2 = g \cdot t_2$$

$$t = t_2 - t_1 = (v_2 - v_1) / g = (8 - 5) / 9,81 = \underline{0,3 \text{ s}}$$

Kámen je vržen svisle dolů do propasti o hloubce 90 m počáteční rychlostí $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Za jakou dobu a jakou rychlostí dopadne? ($g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)

$$v_0 = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$h = 90 \text{ m}$$

$$g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$h = h_0 - v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 90 - 15t - 5t^2$$

$$t^2 + 3t - 18 = 0$$

$$(t + 6)(t - 3) = 0$$

$$t = \underline{3 \text{ s}}$$

kořen $t = -6$ nemá smysl

$$v = v_0 + gt$$

$$v = 15 + 3 \cdot 10 = \underline{45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

Jak vysoko musíme zvednout kladivo parního bucharu, aby při volném pádu získalo rychlost $5,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$? Kolik úderů vykoná buchar za 1 minutu, jestliže zvedání kladiva trvá třikrát déle než jeho pád?

[1,54 m, 26 min^{-1}]



Jak dlouho padá kámen volným pádem do propasti o hloubce 80 m? Jak velkou rychlostí dopadne na dno propasti? [4 s, $40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$]

Kulička byla vržena svisle vzhůru počáteční rychlostí $30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ve kterém čase byla ve výšce 40 m?

[2 s a 4 s]

Míč padá volným pádem z výšky 20 metrů. Jak velkou rychlostí dopadne na zem? ($g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)

[$20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$]

Kulička kutálející se po desce stolu vysokého 100 cm rychlostí $100 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ přejde přes hranu stolu. V jaké vzdálenosti od okraje stolu dopadne kulička na zem? Jaká bude její celková dopadová rychlost?

$$h = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$v_x = 100 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1} = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$x = ?$$

$$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$t = \sqrt{2\cdot h/g} = \sqrt{2\cdot 1/9,81} = 0,452 \text{ s}$$

$$x = v_x \cdot t = 1 \cdot 0,452 = \underline{0,452 \text{ m}}$$

$$v_y = g \cdot t = 9,81 \cdot 0,452 = 4,46 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1^2 + 4,46^2} = \underline{4,57 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

Dopravníkový pás na uhlí se pohybuje ve vodorovném směru rychlostí $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jak daleko padá uhlí od konce pásu, který je ve výšce 180 cm nad zemí?

$$v_0 = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$h = 180 \text{ cm} = 1,8 \text{ m}$$

$$s = ?$$

$$s = v_0 \cdot t$$

$$y = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0$$

$$t = \sqrt{2\cdot h/g}$$

$$s = v_0 \cdot \sqrt{2\cdot h/g} = 2 \cdot \sqrt{2\cdot 1,8/9,81} = \underline{1,2 \text{ m}}$$

Z vrcholu rozhledny o výšce 30 m je vržen oštěp vodorovným směrem rychlostí $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jak daleko od paty rozhledny na vodorovnou rovinu oštěp dopadne?

[49,5 m]

Z vrcholu věže vysoké 80 m byla vodorovným směrem vystřelena ze samopalů střela, která dopadla na zem (na horizontální rovinu) ve vzdálenosti 2 820 m od paty věže. Odpor vzduchu zanedbejte, $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Jak velkou rychlostí byla střela vystřelena? [705 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]

Ve svislé stěně 120 cm nad vodorovnou rovinou je trubice, z níž vytéká vodorovným směrem pramínek vody a dopadá na vodorovnou podlahu ve vzdálenosti 50 cm od stěny. Jakou rychlostí vytéká voda z trubice? Odpor prostředí zanedbejte.

[1 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]

Jak vysoko a jak daleko by doletěla střela odpálená rychlostí 500 m.s^{-1} pod elevačním úhlem 50° ? Odpor vzduchu zanedbejte.

$$x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$$

$$y = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$t = x / (v_0 \cdot \cos(\alpha))$$

$$y = x \cdot \tan(\alpha) - g / (2 \cdot v_0^2 \cdot \cos(\alpha)^2) \cdot x^2$$

$$(x - v_0^2 \cdot \sin(2\alpha) / 2 \cdot g)^2 = 2 \cdot v_0^2 / g \cdot \cos(\alpha)^2 \cdot (y - v_0^2 \cdot \sin(\alpha)^2 / 2 \cdot g)^2$$

Vrchol paraboly je $[v_0^2 / 2 \cdot g \cdot \sin(2\alpha), -v_0^2 / 2 \cdot g \cdot \cos(2\alpha)]$

$$h = v_0^2 \cdot \sin(\alpha)^2 / 2 \cdot g = \underline{7\,477 \text{ m}}$$

$$d = \sin(\alpha) / \cos(\alpha) \cdot 2 \cdot v_0^2 \cdot \cos(\alpha)^2 / g = v_0^2 \cdot \sin(2\alpha) / g = \underline{25\,100 \text{ m}}$$

Granát zasáhl cíl vzdálený 250 m, ležící ve stejné horizontální rovině jako granátomet. Elevační úhel hlavně granátometu je 45° . Odpor vzduchu zanedbejte. Hodnota $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. Určete počáteční rychlost granátu a nejvyšší polohu granátu nad zemí. **[50 m.s⁻¹, 62,5 m]**

Stříkačka, která vytlačí vodu svisle vzhůru do výše 15 m, stojí ve vzdálenosti 11 m před domem 8 m vysokým. V jakém úhlu je nutné stříkat, má-li vodní proud dosáhnout vrcholu domu? **[49°07' nebo 76°54']**

Střela vržená počáteční rychlostí $500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pod elevačním úhlem o velikosti 30° zasáhla cíl, který byl o 300 m výše než palebné postavení. Určete vzdálenost cíle od palebného postavení. **[533,3 m nebo 21 117,3 m]**

Jak vysoko a jak daleko doletí střela odpálená rychlostí $375 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pod elevačním úhlem 50° ? Odpor vzduchu zanedbejte. **[4 206m, 14 117 m]**

Pod jakým elevačním úhlem a jakou rychlostí bylo vrženo těleso, které dosáhlo výšky 25,4 m a dálky 987,2 m? **[5°53', 218 m.s⁻¹]**