MA0002 — 6. domácí úkol

Cvičení 6.1 *Najděte prvočíselný rozklad čísla:*

(a) 210
(b) 143
(c) 247
(d) 1 001
(e) 3 575
(f) 3 705
(g) 3 925
(h) 10 127

Cvičení 6.2 *Najděte největší společný dělitel a nejmenší společný násobek čísel:*

(a) 240 a 264
(b) 51 a 81
(c) 391 a 10 127
(d) 437 a 247

Cvičení 6.3 *Určete součet všech kladných dělitelů čísla s výjimkou čísla samotného:*

(a) 10
(b) 14
(c) 15
(d) 24
(e) 18
(f) 21
(g) 6

Cvičení 6.4 *Určete rozklad čísla na prvočinitele a počet všech jeho kladných dělitelů:*

(a) 236
(b) 3 159
(c) 1 296
(d) 5 400
(e) 10 125
(f) 5!
(g) 10!
(h) 12!

Cvičení 6.5 *Najděte alespoň pět přirozených čísel, která mají lichý počet přirozených dělitelů.*

Cvičení 6.6 *Najděte alespoň pět přirozených čísel, která mají sudý počet přirozených dělitelů.*

Cvičení 6.7 *Pro každá dvě přirozená čísla platí, že součin největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku je roven součinu těchto dvou čísel.*

(a) Vysvětlete vlastními slovy, že uvedené tvrzení platí.

(b) Ukažte na konkrétním příkladě, že předchozí tvrzení nelze obecně rozšířit na trojici čísel.

Cvičení 6.8 *(*) Najděte všechna přirozená čísla x, y, pro která platí:*

$$nsn(x;y) = NSD(x,y) + 5$$

[Návod: Uvědomte si, jaký vztah platí mezi nejmenším společným násobkem a největším společným dělitelem. Jak je to s dělitelností 5 v tomto případě?]

Cvičení 6.9 *Dokažte, že pro každá dvě přirozená čísla a, b platí:*

(a) $NSD(a;b) = 1 \Rightarrow NSD(ab; a^2 + b^2) = 1$

(b) $NSD(a;b) = 1 \Rightarrow NSD(a + b; a^2 + b^2) \leq 2$

[Dosaďte za a, b nějaký prvočíselný rozklad. Odtud odvoďte obecné řešení.]

Cvičení 6.10 *(*) Dokažte, že jestliže zvolíme libovolných 7 různých prvočísel, bude součin jejich kladných rozdílů dělitelný číslem 163 840.*

[Rozložte 163 840 na prvočinitele a využijte toho, že 2 je jediné sudé prvočíslo, a také zápisu (prvo)čísel podle zbytku, který dávají po dělení 5.]

Cvičení 6.11 *Dokažte, že není-li číslo dělitelné třemi, jeho druhá mocnina dávaá podělení třemi zbytek 1.*

Cvičení 6.12 *Dokažte, že čje-li číslo dělitelné 121, pak je dělitelné 11.*

Cvičení 6.13 *Dokažte, že číslo je dělitelné 105 právě tehdy, když je dělitelné 3, 5 i 7*

Cvičení 6.14 *Dokažte, že mocnina sudého čísla je vždy dělitelná čtyřmi.*

Cvičení 6.15 *Uveďte příklad čísla, které není dělitelné 7, avšak jeho druhá mocnina ano.*

Cvičení 6.16 *Uveďte příklad čísla, které je dělitelné 13, avšak jeho druhá mocnina ne.*