

## MA0002 Diskrétní matematika — písemka W

Každý příklad je hodnocen nejvýše tolika body, kolik je uvedeno v závorce.

Pro přípuštění k ústní zkoušce je třeba získat nejméně 12 bodů.

**Své myšlenkové postupy přiměřeně komentujte pomocí slov přirozeného jazyka**  
(českého či slovenského; po dohodě třeba i jiného).

1. [2 b.] (a) Kolika způsoby lze přeskládat písmena slova KOLIBA?

(b) V kolika z nich nestojí žádné dvě samohlásky vedle sebe?

2. [2 b.] Pomocí Vietových vztahů vyřešte kvadratické rovnice:

(a)  $x^2 - 7x + 12 = 0$

(b)  $2x^2 - 10x + 12 = 0$

3. [2 b.] Pro jaká  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 9$  je výraz  $\binom{n}{2}$  dělitelný devíti?

4. [3 b.] Vypočtěte součet  $S$  pro  $n \in \mathbb{N}$ :

$$S = -8 + 4 - 2 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \dots + (-1)^{2n-1} \frac{1}{2^{2n-1}} + (-1)^{2n} \frac{1}{2^{2n}}$$

5. [2 b.] Kolik různých přirozených dělitelů má číslo, které ve svém prvočíselném rozkladu obsahuje dvě prvočísla, z toho jedno ve třetí mocnině a jedno ve druhé mocnině?

Kolik z nich je netriviálních (nesamozřejmých)?

Napište alespoň dvě taková čísla:

6. [2 b.] Zdůvodněte, proč pro každé  $n \in \mathbb{N}$  platí:

$$\binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \binom{n+2}{2} = \binom{n+3}{2}$$

7. [2 b.] Nalezněte celčíselné kořeny polynomu  $x^4 + 2x^3 - 33x^2 + 22x + 56$

8. [3 b.] Najděte největšího společného dělitele

(a) čísel 2021 a 1927;

(b) polynomů  $(x^5 - 2x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 9x + 18)$  a  $(x^3 + 2x^2 + x + 2)$

(9. [3 b.] Máme 6 čistých hracích kostek, které chceme nabarvit (každou kostku jednou barvou, puntíky bílé). K dispozici máme růžovou, fialovou a modrou barvu.

(a) Kolika způsoby můžeme kostky obarvit?

(b) Kolika způsoby je můžeme obarvit tak, abychom použili nejvýše dvě barvy?

(c) Kolika způsoby je můžeme obarvit tak, abychom použili všechny tři barvy?