Pracovní list 1

Jsou dány matice A, B, C:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Pro každou dvojici výše uvedených matic proveďte součin v obou směrech. Diskutujte situace, kdy to nelze. $B \cdot A$ $\quad A \cdot C$

2. Za jakých podmínek je možné součin dvou matic provést? Kdy to lze provést oběma směry?

3. Je-li možné provést součin matic $C = X \cdot Y$, stanovte výraz, kterému se obecně rovná prvek c_{ij} výsledné matice C. Jaký je typ výsledné matice C?

4. Je násobení matic asociativní? Je komutativní? Zdůvodněte svou odpověď vlastními slovy či protipříkladem.

$X.Y$ lze provést, je-li počet sloupců X stejný jako počet řádků Y

Oběma směry to lze, pokud X je řádku $k \times l$ a Y je řádu $l \times k$.

3. $X_{k,l} \quad Y_{l,m}$

$$c_{ij} = x_{i1} \cdot y_{1j} + x_{i2} \cdot y_{2j} + \dots + x_{il} \cdot y_{lj}$$

Příklad na nalezení inverzní matice

K následujícím maticím nalezněte inverzní matice.

1 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 13 & 10 & 8 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{array}{r} \\ -13r_1 \\ -6r_1 \end{array}\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 13 & 10 & 8 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -5 & -13 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -6 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \begin{array}{r} \\ \\ -3r_2 \end{array}\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -6 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -5 & -13 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{array}{r} -r_3 \\ +2r_3 \\ \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -6 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & -3 \end{array}\right) \sim \begin{array}{r} +r_2 \\ \\ \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & -4 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 4 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & -3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \cdot(-1) \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 4 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & -3 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & -3 \end{array}\right) \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -4 & -2 & 5 \\ 5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Pracovní list 2

$$U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -13 & 1 & 0 \\ -6 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad U_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r} \\ -13r_1 \\ -6r_1 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 13 & 10 & 8 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -5 & -13 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -6 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \begin{array}{r} \\ \\ -3r_2 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -6 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -5 & -13 & 1 & 0 \end{array}\right) \sim$$

$$U_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad U_5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad U_6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{array}{r} -r_3 \\ +2r_3 \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -6 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & -3 \end{array}\right) \sim \begin{array}{r} +r_2 \\ \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & -4 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 4 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & -3 \end{array}\right) \sim \begin{array}{r} \\ \cdot(-1) \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 4 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & -3 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & -3 \end{array}\right) \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -4 & -2 & 5 \\ 5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Levá strana matice

$$U_6 \cdot U_5 \cdot U_4 \cdot U_3 \cdot U_2 \cdot U_1 \cdot A = E$$

$$A^{-1}$$

Pravá strana matice $U_6 \cdot U_5 \cdot U_4 \cdot U_3 \cdot U_2 \cdot U_1 \cdot E = A^{-1}$