Pracovní list (Gauss-Jordanova metoda)

20 minut práci v týmech, 10 minut zhodnocení a diskuze

Gauss-Jordanovou metodou jste našli matici A^{-1} k matici A:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 13 & 10 & 8 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \cdots \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & -3 \end{array}\right)$$

1. Najděte matice U_i, kterými reprezentujete každou Vámi provedenou úpravu $u_1, \ldots, u_n$ ($n \in \mathbb{N}$).

Například úprava u_1: $r_2 := r_2 - 13 \cdot r_1$:

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 13 & 10 & 8 \\ 6 & 5 & 4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -5 \\ 6 & 5 & 4 \end{array}\right) \quad \rightarrow \quad \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ -13 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \cdot \left(\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 13 & 10 & 8 \\ 6 & 5 & 4 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -5 \\ 6 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

2. Nechť symbol U_i odpovídá Vámi nalezené matici k úpravě u_i. Pak $U_n \cdot \ldots \cdot U_1 \cdot A = E$. Proč funguje Gauss-Jordanova metoda?