GEOMETRICKÁ ZOBRAZENÍ SHODNÁ

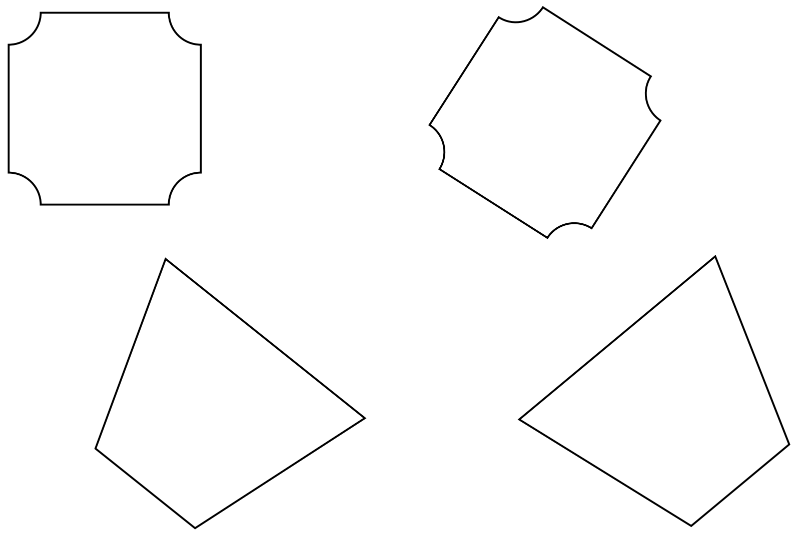
Irena Budínová

Geometrická zobrazení roviny na sebe:

- **shodná:** přímo shodná (translace, rotace), nepřímo shodná (osová souměrnost)
- **neshodná:** podobná (stejnolehlá – homotetie, nestejnolehlá), nepodobná (např. kruhová inverze)

Shodnost geometrických útvarů

Shodnými útvary nazýváme takové útvary, které se při přemístění kryjí.



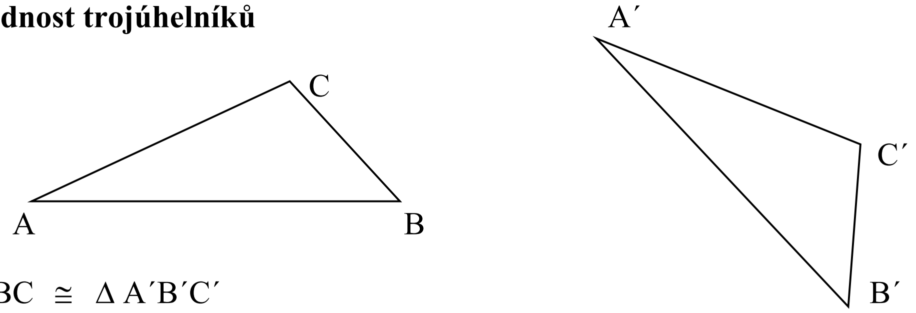
Shodnost je binární relace, která je reflexivní, symetrická a tranzitivní, je to relace ekvivalence.

Shodnost úseček (podrobně viz seminář)

Shodné úsečky mají sobě rovné délky: $AB \cong CD \Rightarrow |AB| = |CD|$

(Jedině u úseček platí i věta obrácená, u žádných dalších geometrických útvarů věta obrácená neplatí- mohou mít stejnou velikost, ale nemusí být shodné.)

Shodnost trojúhelníků



$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

Shodné trojúhelníky mají shodné všechny tři odpovídající si strany a shodné všechny tři odpovídající si vnitřní úhly.

Odpovídající si strany mají stejnou délku a odpovídající si vnitřní úhly mají stejnou velikost.

K posouzení, zda dva trojúhelníky jsou shodné, stačí tři prvky.

Věty o shodnosti trojúhelníků:

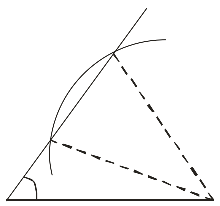
sss: Shodují-li se trojúhelníky ve všech třech odpovídajících si stranách, jsou shodné

sus: Shodují-li se trojúhelníky ve dvou stranách a úhlu těmito stranami sevřeném, jsou shodné.

usu: Shodují-li se trojúhelníky v jedné straně a dvou úhlech k ní přilehlých, jsou shodné. (Nelze narýsovat pomocí základní konstrukce, pokud úhly nejsou ke straně přilehlé – narýsuji stranu AB, úhel α, úhel γ a tuto přímku posunu do bodu B – trojúhelník je sice jednoznačně zadán, ale musím využít posunutí).

Ssu: Shodují-li se trojúhelníky ve dvou stranách a úhlu proti větší z nich, jsou shodné.

(Ukázat protipříklady – uuu, uss)



Shodné zobrazení

Shodné zobrazení neboli shodnost je zobrazení, které každým dvěma různým bodům X, Y přiřazuje body X´, Y´ tak, že úsečky XY a X´Ý´ jsou shodné.

$XY \cong X'Y'$ $(|XY| = |X'Y'|)$.

Útvary, které si v zobrazení odpovídají, se nazývají **vzor a obraz**. Bod, který v zobrazení splývá se svým obrazem, se nazývá **samodružný bod**.

OSOVÁ SOUMĚRNOST

Nechť je dána přímka *o* v rovině ρ. Osovou souměrností s osou *o* nazýváme takové zobrazení v rovině, které každému bodu X roviny ρ přiřazuje bod X´ roviny tak, že platí:

1. Jestliže bod X leží na přímce o, pak X=X´.
2. Jestliže bod X neleží na přímce o, pak přímka XX´ je kolmá k přímce o. Označíme-li P průsečík přímek XX´ a o, pak platí: XP ≅ X´P.

Náměty k činnostem:

1. Dokreslování obrázků ve čtvercové síti tak, aby byly osově souměrné.
2. Vystřihování osově souměrných útvarů
   a) geometrických útvarů
   b) různých zajímavých předmětů – např. přáníček (podle ročního období), sněhových vloček, aj.
3. Překládání papíru – určování os souměrnosti geometrických útvarů
4. Konstrukce obrazu geometrického útvaru v osové souměrnosti (např. úsečka, trojúhelník, ...)
5. Rýsování osově souměrných útvarů.

Užití v konstrukčních úlohách:

- konstrukce osy úsečky, osy úhlu
- konstrukce trojúhelníků, např.:

Úloha: Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno a+b, úhly α, β.

Úloha: Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno a+b+c, úhly α, β.

Užití v praxi:

- kreslení střihů v krejčovství
- technické výkresy (kreslí se jen jedna část osově souměrných součástek, třeba matičky)
- symetrie či asymetrie v přírodě (květiny, listy, aj.)

Př.: Je dán konvexní úhel AVB a kružnice, která s ním nemá společný bod. Sestrojte všechny kosočtverce VXYZ, které mají vrcholy XY na ramenech úhlu a vrchol Z na kružnici k. Stanovte podmínky řešitelnosti.

STŘEDOVÁ SOUMĚRNOST

Je dán bod S v rovině ρ. Zobrazení, které bodu S přiřadí tentýž bod S a každému bodu $X \in \rho$, $X \neq S$ přiřadí bod X´ tak, že S je střed úsečky XX´, se nazývá **středová souměrnost**.

Náměty k činnostem:

1. Určení obrazu ve středové souměrnosti se středem S
2. Určení obrazů geometrických útvarů v souměrnosti se středem S (úsečka, přímka, polopřímka – vznikne nesouhlasně orientovaná polopřímka), trojúhelník, čtyřúhelníky, kružnice, kruh
3. Útvary středově souměrné
    - o geometrické útvary (rovnoběžníky, kružnice, pravidelné mnohoúhelníky se sudým počtem stran
    - o písmena abecedy (možnost k diskuzi – např. O – podle toho, jak se napíše), ornamenty souměrné podle středu

Užití středové souměrnosti v konstrukčních úlohách:

Úloha: Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: strany b, c a těžnice ke straně a.

Úloha: Je dán čtverec ABCD, přímka p a bod S. Sestrojte úsečku XY tak, aby bod S byl jejím středem, bod X ležel na přímce P a bod Y byl bodem hranice čtverce ABCD.

Středová souměrnost je zvláštním případem **otočení** neboli **rotace**.

Potřebujeme pojmy:

- orientovaný úhel
- shodnost orientovaných úhlů
- základní velikost orientovaného úhlu

ROTACE

Nechť je dán bod S v rovině ρ a orientovaný úhel α, jehož základní velikost je nenulová. Zobrazení, které bodu S přiřadí bod S a každému bodu X roviny ρ přiřadí bod $X' \in \rho$ tak, že $SX \cong SX'$ a orientovaný úhel $XSX' \cong \alpha$, se nazývá otočení neboli rotace.

Otáčení ve směru hodinových ručiček – záporný směr

proti směru hodinových ručiček – kladný směr

Ve středové souměrnosti $\alpha=180°$.

TRANSLACE (POSUNUTÍ)

Posunutí je shodné zobrazení v rovině, které je určeno směrem a velikostí a v němž jsou všechny přímky, které spojují libovolný bod $X \in \rho$ a jeho obraz X', navzájem rovnoběžné.

Toto zobrazení nemá žádný samodružný bod.