

Didaktika matematiky DM 3 - příklady stereometrie

Růžena Blažková

Kvádr, krychle

1. Vypočítejte objem krychle, jejíž povrch je 96 cm^2 .
2. Vypočítejte povrch krychle, jejíž objem je 512 cm^3 .
3. Jedna stěna krychle má obsah 144 cm^2 . Vypočítejte objem krychle.
4. Vypočítejte objem dané krychle, jestliže víte, že objem krychle s hranou poloviční délky má objem 512 m^3 .
5. Je dána krychle o délce hrany 5 cm a kvádr o rozměrech 4 cm , 5 cm a 6 cm . Nejprve odhadněte a potom vypočítejte, které z těles má větší objem. Dále porovnejte povrchy obou těles.
6. Z pěti shodných krychlí sestavujeme různá tělesa. Objemy všech těles se sobě rovnají. Vypočítejte povrchy sestavených těles.
7. Dřevěnou krychli o délce hrany 3 cm obarvíme tak, že tři stěny budou modré, tři stěny budou červené a žádné dvě protilehlé stěny nebudou mít stejnou barvu. Krychli rozřežeme na krychličky 1 cm^3 . Kolik krychliček bude mít alespoň jednu stěnu červenou a zároveň alespoň jednu stěnu modrou?
8. Rozměry kvádrů jsou v poměru $1 : 2 : 3$. Jeho povrch má velikost 198 cm^2 . Určete rozměry kvádrů a vypočítejte jeho objem.
9. Objem kvádrů je 300 cm^3 , obsah dolní podstavy je 50 cm^2 , hrana AB má délku 5 cm . Vypočítejte rozměry kvádrů a jeho povrch.
10. Pro rozměry plaveckého bazénu platí: $d : š : h = 10 : 4 : 1$. Do bazénu se vejde 625 m^3 vody. Vypočítejte, kolik m^2 obkladů je třeba zakoupit na obložení stěn bazénu, přidáme-li 5% na odpad.
11. Dřevěný kvádr o rozměrech $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 2 \text{ cm}$ obarvíme a potom rozřežeme na krychličky 1 cm^3 . Kolik krychliček bude mít
 - a) právě jednu stěnu obarvenou
 - b) právě dvě stěny obarvené
 - c) právě tři stěny obarvené
 - d) žádnou stěnu obarvenou?
12. Výroky se prodávají v kartonových krabicích – např. krabice na mikrovlnnou troubu má rozměry 52 cm , 32 cm a 40 cm a na záhyby se přidává $0,4 \text{ m}^2$ kartonu. Kolik m^2 kartonu je třeba na 1 000 krabic?
13. Vnější rozměry chladničky jsou např. výška 85 cm , šířka 55 cm , hloubka 61 cm , objem chladničky 138 l , objem mraz. prostoru 14 l . Kombinovaná chladnička má např. výšku 180

cm, šířku 54 cm, hloubku 58 cm a uvádí se objem chladničky 176 l a objem mrazničky 69 l. Jiný typ kombinované chladničky má rozměry: výška 160 cm, šířka 55 cm a hloubka 60 cm a objem chladničky 216 l a objem mrazničky 61 l. Porovnejte objemy vnější a vnitřní části chladniček (mrazniček).

14. Jaký prostor v koupelně zabírá automatická pračka s výškou 85 cm, šířkou 60 cm a hloubkou 60 cm?

15. Skříňky kuchyňské linky se prodávají v šířkách 80 cm, 60 cm a 40 cm. Jakou sestavu můžeme zvolit, máme-li stěnu 3,5 m dlouhou a chceme ji zcela zaplnit sestavou, ve které je také myčka, jejíž šířka je 60 cm a sporák široký 55 cm.

16. Benzínová nádrž je tvaru kvádrů a má rozměry 70 cm, 30 cm a 25 cm. Kolik litrů benzínu obsahuje, jestliže benzín sahá 5 cm pod horní okraj nádrže? Na kolik procent je nádrž naplněna? (Uvažujte různé polohy nádrže.)

17. Pavel má akvárium tvaru kvádrů o objemu 240 litrů. Tomáš má akvárium, jehož všechny rozměry jsou polovina rozměrů Pavlova akvária. Jaký objem má Tomášovo akvárium?

Hranoly

18. Vypočítejte objem pravidelného trojbokého hranolu, jehož výška je rovna délce podstavné hrany. Objem vypočítejte pro délku hrany $a = 6$ cm.

19. Vypočítejte, kolik hl vody se vejde do padesátimetrového zkoseného bazénu, jestliže nejmenší hloubka je 1,2 m a největší hloubka je 3 m, šířka bazénu je 20 m. Dle vypočítejte, kolik kachlíčků tvaru čtverce o délce strany 15 cm je třeba k vykachlíčkování stěn bazénu.

20. Skleník má tvar hranolu položeného na boční stěně. Podstavu tvoří lichoběžník a trojúhelník. Dolní základna lichoběžníku má délku 3 m, horní základna (a strana trojúhelníku) má délku 2 m, výška lichoběžníku je 1,8 m a výška trojúhelníku je 0,6 m. Výška hranolu je 5 m. Vypočítejte

- kolik m^2 skla je třeba na jeho výrobu, jestliže 10 % povrchu tvoří kovová konstrukce.
- Jaký je objem skleníku.

Válce

21. Vypočítejte objem hrnečku, jehož průměr je 7,5 cm a výška 6,5 cm.

22. Malý Jirka chtěl vědět, kolik zubní pasty je v tubě a tak ji postupně všechnu vytlačil a v pokoji byl válec pasty. Dokážete odhadnout, jakou mohl mít délku? Počítejte pro hodnoty: vnitřní průměr hrdla pasty je 6 mm a objem pasty je 75 ml.

23. Kruhový bazén má průměr 4,58 m a výšku 0,91 m. Kolik hl vody se do něj musí načerpat, je-li naplněn do výšky 10 cm pod horní okraj? Kolik hl vody se vejde do menšího bazénu, který má průměr 3,6 m, a výšku 0,9 m?

24. Tyčinka čokolády má tvar válce a hmotnost 2 g. Byla vyrobena reklamní tyčinka tak, že se dvacetkrát zvětšil poloměr válce a dvacetkrát se zvětšila výška válce. Kolik kilogramů čokolády bylo potřeba k jejímu vyrobění?

25. Silo tvaru válce má vnější obvod 31 m, tloušťku zdi 45 cm a vnitřní skladovací výšku 8 m, Kolik m^3 prostoru je v něm k uskladnění?

26. Foliovník na zahradě má tvar poloviny válce, přední a zadní stěnu tvoří půlkruhy, jejich poloměr je 2,5 m a délka foliovníku (výška válce) je 5 m. Kolik m^3 vzduchu je ve foliovníku? Kolik m^2 fólie je třeba ke zhotovení foliovníku, přidá-li se na spoje o 20% fólie více, než je povrch foliovníku?

27. Studna má tvar válce průměru 1,2 m. Od povrchu k hladině vody je 4 m, hloubka vody ve studni je 3,5 m. Vypočítejte:

- a) Kolik m^3 zeminy bylo vykopáno?
- b) Kolik hl vody je ve studni?

28. Jak vysoký je válec, jehož plášť má obsah rovný obsahu podstavy? Jaká je objem tohoto válce?

Jehlan

29. Zásobník na vápno má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu postaveného na hlavní vrchol a je do poloviny své výšky zaplněn vápnem. Jako část objemu jehlanu vápno zaujímá?

30. Vypočítejte objem prostoru pod střechou tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu, jestliže délka podstavné hrany je 4,5 m a výška je 3,5 m.

31. Vypočítejte objem pravidelného osmistěnu.

Kužel

32. Písek je nasypán na hromadě, která má tvar kužele (přibližně). Obvod hromady na zemi je 12,7 m, strana kužele má délku 2,2 m.

- a) Odhadněte, kolik m^3 písku je na hromadě?
- b) Vypočítejte, kolik m^3 písku je na hromadě.

33. Pravoúhlý trojúhelník se stranami 3 cm, 4 cm, 5 cm se otáčel nejprve kolem kratší odvěsny a potom kolem delší odvěsny. Vypočítejte objemy obou takto vzniklých kuželů.

34. Střecha tvaru kužele má průměr 5 m a výšku 7 m. Kolik procent plechu připadlo na záhyby, jestliže se na pokrytí střechy spotřebovalo $62 m^2$ plechu?

35. V jakém poměru jsou podstava kužele a jeho plášť a povrch, je-li strana kužele rovna průměru podstavy?

36. Z kuželovité nálevky s průměrem 36 cm a výškou 48 cm přelijeme vodu do válcové nádoby o průměru 24 cm. Do jaké výšky bude sahat voda ve válci?
37. Vypočítejte povrch a objem komolého kužele, jehož podstavy jsou kruh opsaný a kruh vepsaný čtverci o straně délky a a výšce kužele a .
38. Vypočítejte objem kužele, jehož plášť je čtvrtkruh s poloměrem 20 cm.
39. Vypočítejte objem skleničky, která má tvar komolého kužele. Horní podstava má průměr 60 mm, dolní podstava má průměr 50 mm, výška skleničky je 10 cm.

Koule

40. Vypočítejte poloměr koule, jejíž objem je 1 litr.
41. Ověřte, zda platí: Povrch koule o poloměru r je roven obsahu pláště rotačního válce, jehož poloměr podstavy je r a výška je $2r$.
42. Ověřte, zda platí: Objem polokoule o poloměru r je roven rozdílu objemů dvou těles: válce opsaného polokouli a kužele o poloměru r a výšce r .
43. Vypočítejte objem kulové úseče o poloměru ρ a výšce v , jestliže víte, že objem úseče je roven součtu objemů dvou těles: válce o poloměru ρ a výšce $\frac{v}{2}$ a koule o poloměru v .
44. Je dána koule o poloměru r . Kouli je opsána a vepsána krychle. Vypočítejte objemy a povrchy obou krychlí.
45. Je dána krychle o hraně délky a . Krychli je opsána a vepsána koule. Vypočítejte objemy a povrchy obou koulí.
46. Vypočítejte poměr objemů těles: Kužele o poloměru podstavy r a výšce $2r$, koule o poloměru r a válce o poloměru podstavy r a výšce $2r$.

Literatura

- KRUPKA, P.: *Sbírka úloh z matematiky pro 2. stupeň základních škol a nižší ročníky víceletých gymnázií, 2. díl*. Praha: Prometheus 1995.
- MALÁČ, J.: *Sbírka náročnějších úloh z matematiky pro 6. – 9. ročník ZDŠ*. Praha: SPN 1967
- RÉNYI, A.: *Dialogy o matematice*. Praha: Mladá fronta 1980.