

POMĚR, ÚMĚRA, PŘÍMÁ A NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

Jana Veseláková

Poměr

- Poměr reálných čísel a, b ($a > 0, b > 0$) je podíl $a : b$.
- Číslo a nazýváme první člen poměru, číslo b druhý člen poměru.

Poměr

- poměr můžeme krátit a rozšiřovat (oba členy poměru dělit nebo násobit nenulovým číslem)
- poměr je v základním tvaru, jsou-li a , b přirozená nesoudělná čísla
- převrácený poměr k poměru $a : b$ je poměr $b : a$ (poměry jsou navzájem převrácené)

Užití poměru - podrobněji samostudium materiály dr. Pavlíčkové - Interaktivní osnova

- a) Zvětšení nebo zmenšení čísel v daném poměru
- b) Dělení čísla v daném poměru
- c) Poměr „zlatého řezu“
- d) Měřítko plánů, výkresů a map

Postupný poměr

- Postupný poměr kladných čísel a , b , c zapisujeme ve tvaru $a : b : c$ (je vlastně zkráceným zápisem tří poměrů mezi třemi hodnotami).

ÚMĚRA

- úměra je zápis dvou sobě rovných poměrů $a : b = c : d$
- členy a, d se nazývají vnější členy úměry, členy b, c se nazývají vnitřní členy úměry

ÚMĚRA

- Platí: součin vnějších členů úměry je roven součinu vnitřních členů úměry:
 $a \cdot d = b \cdot c$.

PŘÍMÁ ÚMĚRNOST

- **Přímou úměrností nazýváme závislost jedné veličiny na druhé, pro kterou platí:**

Kolikrát se zvětší hodnota jedné veličiny, tolikrát se zvětší hodnota druhé veličiny.

Kolikrát se zmenší hodnota jedné veličiny, tolikrát se zmenší hodnota druhé veličiny.

Každé dvě takové veličiny se nazývají **přímo úměrné**.

PŘÍMÁ ÚMĚRNOST

Jestliže jsou dvě veličiny x a y přímo úměrné, pak podíl x a y odpovídajících si číselných hodnot těchto veličin je stále stejný.

Dostáváme: $\frac{y}{x} = k$ a z toho $y = k \cdot x$, což je **obecný tvar rovnice přímé úměrnosti**.
Číslo k se nazývá koeficient přímé úměrnosti.

PŘÍMÁ ÚMĚRNOST - 1. stupeň ZŠ

- Přímou úměrnost začínají žáci vnímat v souvislosti s výukou násobení,
- např. Jeden jogurt stojí 8 Kč, kolik Kč zaplatíme za 2, 3, 4, 5, 6 jogurtů?

- tabulka

PŘÍMÁ ÚMĚRNOST - 1. stupeň ZŠ

Sledují, jak se mění čísla ve druhém řádku tabulky:

a) kolikrát se zvětší číslo v prvním řádku, tolikrát se zvětší číslo ve druhém řádku tabulky (příprava na pochopení přímé úměrnosti)

b) číslo ve druhém řádku dostaneme tak, že číslo v prvním řádku násobíme stále stejným číslem (příprava na pochopení vztahu $y = k \cdot x$).

PŘÍMÁ ÚMĚRNOST - 2. stupeň ZŠ

7. ročník

- přímá úměrnost se zavádí jako závislost mezi hodnotami proměnných x a y (kolikrát se zvětší (zmenší) hodnota x , tolikrát se zvětší (zmenší) hodnota y)
- uvede se rovnice přímé úměrnosti $y = k \cdot x$ pro $x > 0$, $k > 0$, význam konstanty přímé úměrnosti a znázornění přímé úměrnosti graficky v soustavě souřadnic

PŘÍMÁ ÚMĚRNOST - 2. stupeň ZŠ

- Grafem přímé úměrnosti je obecně **přímka** procházející počátkem soustavy souřadnic (pokud je definičním oborem množina reálných čísel)
- nebo polopřímka, úsečka, případně množina izolovaných bodů.

PŘÍMÁ ÚMĚRNOST - 2. stupeň ZŠ

9. ročník

- přímá úměrnost se zavádí jako zvláštní případ lineární funkce

NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

- **Nepřímou úměrností nazýváme závislost jedné veličiny na druhé, pro kterou platí:**

Kolikrát se zvětší hodnota jedné veličiny, tolikrát se zmenší hodnota druhé veličiny.

Kolikrát se zmenší hodnota jedné veličiny, tolikrát se zvětší hodnota druhé veličiny.

Každé dvě takové veličiny se nazývají **nepřímo úměrné**.

NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

Součin odpovídajících si hodnot nepřímo úměrných veličin x a y je stále stejný:

$x \cdot y = k$ a odtud dostáváme $y = \frac{k}{x}$, což je **obecný tvar rovnice nepřímé úměrnosti**.

Číslo k je koeficient nepřímé úměrnosti.

NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

Motivační příklad: Obsah obdélníku je 24 cm^2 . Sledujte, jak se mění jeho šířka v závislosti na změně jeho délky.

- tabulka

NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

Sledují:

- a) Kolikrát se zvětší (zmenší) hodnota proměnné x , tolikrát se zmenší (zvětší) hodnota proměnné y .

- b) Součin čísel v prvním a ve druhém řádku je stále stejný.

- c) Hodnoty x a y se mění v převrácených poměrech.

NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

Tato závislost mezi hodnotami proměnných x a y se nazývá nepřímá úměrnost a lze ji zapsat rovnicí $y = \frac{k}{x}$, kde $x > 0$, $k > 0$.

Grafem nepřímé úměrnosti je rovnoosá hyperbola.

NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

Vzhledem k definičnímu oboru se v 7. ročníku rýsuje pouze v 1. kvadrantu souřadné soustavy.

Podobně jako u přímé úměrnosti, pokud je definičním oborem množina přirozených čísel, je grafem množina izolovaných bodů, které leží na hyperbole.

Nepřímá úměrnost jako funkce se probírá v 9. ročníku.

Úloha: Rozhodněte, jsou-li proměnné ve vztahu přímé, nebo nepřímé úměrnosti:

1. proměnná	2. proměnná	nemění se
a) doba letu	rychlost	vzdálenost
b) délka obdélníku	šířka obdélníku	obsah obdélníku
c) počet kusů	utržená částka	cena za jeden kus
d) výměra pole	množství sklizeného obilí	výnos z hektaru
e) počet výherců	výherní částka	souhr všech výher
f) počet strojů	počet vyrobených kusů celkem	počet vyrobených kusů jedním strojem

TROJČLENKA

- Trojčlenkou nazýváme úlohu, která obsahuje dvojice na sobě závislých veličin (přímo nebo nepřímo), z nichž tři údaje jsou známé a čtvrtý je třeba vypočítat.

TROJČLENKA

- Veličiny se zapíší do určitého schématu, šipkami se vyjádří příslušné závislosti (souhlasně orientovanými šipkami přímá úměrnost, nesouhlasně orientovanými šipkami nepřímá úměrnost).

TROJČLENKA

- Trojčlenku můžeme řešit různými způsoby, nejčastější je pomocí úměry nebo “přes jednotku”.

TROJČLENKA

- Historická poznámka k trojčlence - viz. Materiál Interaktivní osnova k předmětu Didaktika matematiky 1 – dr. Pavlíčková
- Úlohy na řešení pomocí trojčlenky: Blažková, R. (2014). Poměr, úměra, přímá a nepřímá úměrnost, trojčlenka. Dostupné z <https://educoland.muni.cz/matematika/novinky-z-oboru/pomer-umera-prima-a-neprima-umernost-trojclenka/>
- Květoň, P. (2006). Cvičení z didaktiky matematiky. Ostrava: Ostravská univerzita. (Poměr, úměra, měřítko, trojčlenka; str. 343-356, studijní materiály). - viz. Interaktivní osnova od dr. Pavlíčkové

PROCENTA

- slovo procento vzniklo z latinského *per centum*, což znamená dělení stem
- značka procenta vznikla patrně z nedbalého zápisu zkratky *cto* italského *cento*, které znamená sto

Procenta

Procento je způsob, jak vyjádřit část z celku.

Základní poznatek, který si musí uvědomit všichni žáci:

1 % celku je $\frac{1}{100}$ celku.

Procenta

- **V úlohách s procenty užíváme tyto názvy:**

základ (z), celek, číslo, ze kterého počítáme část, číslo udávající 100 %;

počet procent (p), číslo udávající počet setin základu;

procentová část (č), číslo udávající vypočtenou část základu.

Procenta

Úlohy s procenty dělíme na tyto základní typy:

- a) Výpočet procentové části \check{c} z daného základu z a počtu procent p .
- b) Výpočet základu z ze známé části \check{c} a počtu procent p .
- c) Výpočet počtu procent p , známe-li základ z a procentovou část \check{c} .

Procenta - způsoby řešení

- a) přechodem přes 1 %,
- b) pomocí zlomku,
- c) pomocí desetinného čísla,
- d) pomocí trojčlenky (přímá úměra),
- e) pomocí vzorečku,
- f) s použitím kalkulátoru.

Procenta

- příklady viz. Interaktivní osnova k předmětu Didaktika matematiky 1 – dr. Pavlíčková - samostudium

PROMILE

Základní poznatek:

1‰ celku je $\frac{1}{1000}$ celku.

PROMILE

- při vyjadřování zvláště malých dílů celku (např. klesání, stoupání železničních tratí, množství látek léku, množství alkoholu v krvi apod.)
- slovo promile je latinského původu a znamená dělení tisícem
- s promile se počítá podobně jako s procenty (tentokrát však základ odpovídá tisíci dílkům)

Literatura

Blažková, R. (2006). Didaktika matematiky I. Přednášky.

Pavličková, L. (2020). Interaktivní osnova k předmětu Didaktika matematiky 1. Brno.