

Didaktika matematiky 1, seminář podzim 2021

Jana Veseláková
jana.veselakova@mail.muni.cz

BUDOVÁNÍ ZÁKLADNÍCH MATEMATICKÝCH POJMŮ

Důkazy vět:

Dokažte následující tvrzení: Součet dvou lichých po sobě jdoucích čísel je vždy dělitelný čtyřmi. (Postupujte induktivně i deduktivně.)

Dokažte, že pro všechna reálná čísla x platí $\frac{x^2}{1+x^4} \leq \frac{1}{2}$.

.....

Důkazy vět:

Když nelze krátit výraz $\frac{a-b}{a+b}$, pak nelze krátit ani zlomek $\frac{a}{b}$. Dokažte pomocí věty obměněné.

Přesvědčte se, že platí: Součet tří po sobě jdoucích mocnin čísla 2 je vždy dělitelný číslem 7. Zdůvodněte.

.....

DESETINNÁ ČÍSLA

Žáci se SPU a jejich chyby při sčítání a odčítání desetinných čísel

Žák počítá $0,80 - 0,05 = 0,3$; $6,3 - 3,9 = 3,6$; $0,3 + 0,3 = 0,33$; $0,7 + 0,3 = 0,10$. Vysvětlete možné příčiny těchto chyb a ukažte postupy vhodné pro odbourání uvedených chyb.

.....

Počítání s jednotkami

Každé dítě má svůj mechanismus, kterým převody jednotek zvládá. Uveďte možné postupy, schémata, pomůcky, s kterými žák může pracovat při převodu jednotek. (Jaké jednotky žáci na ZŠ převádí?)

.....

DĚLITELNOST V OBORU PŘIROZENÝCH ČÍSEL

Dělitelnost

Vypočítejte:

Věk kapitána vynásobený šířkou lodi, počtem jeho dcer a počtem synů je 5406. Určete, kolik je kapitánovi roků, kolik má dětí a jak široká je jeho loď.

Z deseti cifer od 0 do 9 sestavte největší možné číslo dělitelné jedenácti. Každá cifra se v něm může vyskytnout pouze jednou.

.....

Odůvodnění dělitelnosti třemi a devíti, vhodné na ZŠ. Proved'te ověření pravidla pro posuzování dělitelnosti třemi a devíti, které je vhodné na ZŠ, poté ho dokažte obecně.

.....

Společný dělitel

Vypočítejte:

Po obvodu obdélníkového záhonu o rozměrech $3,2\text{ m}$ a $4,4\text{ m}$ se měly vysázet květiny tak, aby mezi nimi byly co největší stejné vzdálenosti vyjádřené celistvými násobky decimetu a aby v každém rohu záhonu byla sazenice. Kolik sazenic bylo třeba?

Při satelitním snímkování je potřeba zachytit obdélníkové území o stranách 18 km a 24 km . Satelit snímá povrch Země ve formě čtvercových fotografií o libovolné velikosti strany. Určete, jak pokrýt zmiňované území, co nejmenším počtem co největších čtverců.

.....

Společný násobek

Vypočítejte:

Děti skládaly obdélníkové karty o rozměrech 210 mm a 154 mm tak, aby pokryly čtverec. Jaký nejmenší čtverec lze takto vytvořit? Z kolika kartiček se bude skládat?

Podnikatel chtěl objednat výrobu kartónových krabic na balení krabiček čaje o rozměrech 13 cm , 7 cm , 5 cm . Jaké budou rozměry krabice, jestliže v ní má být umístěno minimálně 60 krabiček čaje. Bylo by reálné, aby krabice měla tvar krychle?

.....

ZLOMKY

Žáci se SPU a jejich chyby při operacích se zlomky

Dítě počítá $\frac{1}{5} > \frac{1}{3}$. Vysvětlete možné příčiny této chyby a ukažte postup vhodný pro odbourání dané chyby. Dítě počítá $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2}{8}$. Vysvětlete možné příčiny této chyby a ukažte postup vhodný pro odbourání dané chyby.

.....

Dělení zlomku zlomkem

Pomocí experimentu odvoďte poučku pro dělení zlomku zlomkem.

.....

Počítání se zlomky

Řešte aritmeticky slovní úlohu: Ríša koupil za $\frac{1}{4}$ našetřených peněz dárek pro mamku, za $\frac{1}{3}$ zbylé částky koupil dárek pro taťku a za polovinu toho, co po těchto dvou nákupech zůstalo, koupil dárky pro sestru. V peněžence mu nakonec zůstalo 120 Kč. Kolik korun měl Ríša původně našetřeno?

Vysvětlete princip matematického kouzla: Myslete si číslo, které je beze zbytku dělitelné šesti. Sečtete jeho $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{6}$ a dostanete myšlené číslo.

.....

CELÁ ČÍSLA, RACIONÁLNÍ ČÍSLA

Zavedení celých čísel pomocí časové osy

Pomocí časové osy zaveďte sčítání a odčítání celých čísel.

.....

Záporná čísla a Hejného metoda

Projděte si učebnice matematiky s Hejného metodou a ukažte, jak zde přistupují k tématu záporných čísel.

.....

Násobení a dělení racionálních čísel

Řešte aritmeticky: Dvě sedminy neznámého čísla jsou rovny $\frac{6}{5}$. Kolik činí pět třetin z tohoto neznámého čísla?

Obraz jakého čísla leží na číselné ose dvakrát dál od obrazu čísla $\frac{5}{2}$ než od obrazu čísla $\frac{3}{4}$?

.....

POMĚR, ÚMĚRA, PŘÍMÁ A NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST. TROJČLENKA.

Poměr

Tři sběrači ovoce nebyli stejně výkonní. Nasbíral-li Aleš 5 kg ovoce, Radek za stejnou dobu nasbíral 8 kg ovoce. Nasbíral-li Radek 14 kg ovoce, měl Tadeáš 10 kg ovoce. Dohromady sběrači nasbírali 1 310 kg ovoce. Kolik kg ovoce nasbíral každý?

Následující úlohu řešte pomocí grafického znázornění: V součtu $a + b + c$ jsou jednotliví sčítanci v poměru 4 : 3 : 5. Určete tyto sčítance, jestliže jejich součet je 108.

.....

Gradovaná slovní úloha na trojčlenku

Vymyslete slovní úlohu na trojčlenku ve třech obtížnostech (pro slabé žáky, pro průměrné žáky, pro nadané žáky).

.....

PROCENTA, ZÁKLADY FINANČNÍ MATEMATIKY

Procenta

Ve výprodeji byly zlevněny boty o 25 % na 1 845 Kč. Kolik stály boty před zlevněním?

O kolik procent se zvětší obvod a obsah čtverce, jestliže zvětšíme délku jeho strany $a = 8$ cm o 20 %? Změnil by se výsledek úlohy, kdyby bylo $a = 5$ cm?

.....

MOCNINY A ODMOCNINY, INTUITIVNÍ ZAVEDENÍ REÁLNÝCH ČÍSEL

Pomůcka na zavedení druhé mocniny a druhé odmocniny

Vymyslete pomůcku na zavedení druhé mocniny a odmocniny. Popište, jak by žáci s pomůckou pracovali.

.....

Mocniny a odmocniny

Dokažte (ověřte) všechna pravidla pro počítání s mocninami a odmocninami (viz středoškolské učebnice).

.....

Odmocniny

Stručně popište historii Ludolfova čísla a čísla $\sqrt{2}$.

.....

Chyby při počítání s mocninami a odmocninami

Uveďte nejčastější chyby, ke kterým dochází při počítání s mocninami a odmocninami. Jak jim lze předcházet?

.....

SLOVNÍ ÚLOHY

Aritmetické řešení (algebraických) úloh

Následující úlohu řešte aritmeticky: V závodě pracuje 735 zaměstnanců. Mužů je o 339 více než žen. Kolik pracuje v závodě mužů a kolik žen?

Následující úlohu řešte úvahou: Chlapec má holuby a králíky. Všechna zvířata mají dohromady 33 hlav a 100 nohou. Kolik je holubů a kolik králíků?

.....

Aritmetické řešení (algebraických) úloh: úlohy o pohybu proti sobě

Následující úlohu řešte aritmeticky: Ze dvou míst vzdálených od sebe 27 km vyjeli současně proti sobě na kolech otec a syn. Otec jel průměrnou rychlostí 20 km/h a syn 16 km/h. Pes, který běžel s otcem naproti synovi rychlostí 24 km/h, se v okamžiku, kdy potkal syna, otočil a běžel zpět k otci. Mezi otcem a synem pobíhal tak dlouho, dokud se otec se synem neseťkali. Kolik km naběhal pes?

.....

Aritmetické řešení (algebraických) úloh: úlohy o pohybu stejným směrem

Následující úlohu řešte aritmeticky: Gepard začal pronásledovat antilopu v okamžiku, kdy byla mezi nimi vzdálenost 120 m. I když antilopa běžela rychlostí 72 km/h, gepard ji doběhl za 12 sekund. Jaká byla rychlost geparda?

.....

Aritmetické řešení (algebraických) úloh: slovní úlohy o směsích

Následující úlohu řešte aritmeticky: Ze dvou druhů čokoládových bonbonů v ceně 145 Kč a 165 Kč za 1 kg se má připravit směs 15 kg po 153 Kč za 1 kg. Kolik kilogramů každého druhu čokoládových bonbonů je třeba smíchat?

Následující úlohu řešte úvahou: Lékárny dostávají 30% roztok vodíku, v praxi se používá pouze roztok 3%. Kolik gramů 30% roztoku a kolik gramů destilované vody je třeba smíchat, abychom dostali 500 g 3% roztoku?

.....

Aritmetické řešení (algebraických) úloh

Následující úlohu řešte aritmeticky: Ke čtvrtině čísla přičteme jeho jednu polovinu, výsledek dělíme třemi a to, co nám vyjde, vynásobíme pěti. Konečný výsledek je potom 20. Jaké je původní číslo?

.....