

Konstrukční úlohy

Irena Budínová

Konstrukční úlohou rozumíme úlohu, která vyžaduje sestrojít určitý geometrický útvar (alespoň jeden, případně všechny geometrické útvary) splňující dané podmínky.

Konstrukční úlohy třídíme (1) podle počtu neznámých bodů na úlohy **s jedním neznámým bodem** nebo **více neznámými body**, (2) podle polohy daných prvků na úlohy **nepolohové** a **polohové**. U polohových úloh je dána poloha zadaných prvků (jestliže úloha začíná slovy „Je dán prvek ...“, musíme začít rýsování tímto prvkem). Z nepolohové úlohy vznikne úloha polohová umístěním prvního prvku. (3) Podle zadání na **obecně zadané** a **konkrétně zadané**. U konkrétně zadaných úloh jsou známy velikosti všech prvků. U obecně zadaných úloh jsou jeden nebo více prvků zadány bez velikosti. Řešitel řeší úlohu obecně, pro konstrukci volí takovou velikost, aby úloha měla řešení. Uvádí se diskuse počtu řešení vzhledem k parametru.

Sestrojení hledaných útvarů realizujeme užitím pravítka a kružítka. Konstrukce proveditelné použitím pouze těchto dvou rýsovacích prostředků se nazývají **eukleidovké konstrukce**.

Hledání řešení konstrukční úlohy spočívá v nalezení takové posloupnosti základních konstrukcí, které umožní sestrojít všechny neznámé body nebo útvary. **Řešením konstrukční úlohy** rozumíme výsledek konstrukční úlohy.

Fáze řešení konstrukční úlohy

Hledání řešení konstrukční úlohy se člení zpravidla na čtyři části: rozbor, konstrukci, zkoušku a diskusi.

Cílem **rozboru** je nalézt takové souvislosti mezi danými a hledanými prvky, které umožní objevit posloupnost základních konstrukcí, jejichž realizací sestrojíme hledané body nebo útvary. Úvahy opíráme o náčrt situace, v němž zakreslíme jak dané, tak hledané prvky. Hledaný útvar načrtneme tak, jako by úloha byla vyřešena a útvar byl již narýsován. Pro dobrou orientaci můžeme zadané prvky barevně zvýraznit. Do náčrtu zakreslíme také další geometrické útvary (přímky, kružnice, body), které při řešení úlohy využijeme.

Konstrukce spočívá ve stanovení předpisu – posloupnosti základních konstrukcí, podle kterého z daných prvků sestrojíme hledané prvky. Zahrnuje také grafické provedení konstrukce.

Zkouškou správnosti ověřujeme, zda body nebo útvary získané konstrukcí splňují všechny požadavky dané zadáním úlohy.

Diskuse se provádí pouze tehdy, je-li úloha obecně zadaná a obsahuje-li proměnné prvky – parametry. Úkolem diskuse je stanovení podmínek řešitelnosti a rozřídění množiny úloh na úlohy neřešitelné, úlohy s jedním výsledkem, s více výsledky, a to v závislosti na hodnotách a poloze parametrů vyskytujících se v úloze.

Základní konstrukce

Základními eukleidovskými konstrukcemi rozumíme:

1. Narýsování přímky procházející dvěma danými různými body.
Narýsování kružnice o daném středu a poloměru.
Určení bodu jako společného bodu dvou různoběžných přímek.
Určení bodu jako společného bodu přímky a kružnice.
Určení bodu jako společného bodu dvou kružnic.
2. Některé další jednodušší konstrukce vytvořené jistou posloupností výše uvedených pěti základních konstrukcí, například:
Přenesení dané úsečky na danou polopřímku.
Sestrojení kolmice k dané přímce tak, aby procházela daným bodem.
Sestrojení rovnoběžky s danou přímkou procházející daným bodem.
Přenesení konvexního úhlu k dané polopřímce do dané poloroviny.
Sestrojení středu úsečky.
Rozdělení úsečky na n stejných dílů, rozdělení úsečky v daném poměru.
Sestrojení osy úsečky.
Sestrojení osy úhlu.

Později budeme kromě uvedených eukleidovských konstrukcí termínem základní konstrukce nazývat další konstrukce nejdůležitějších množin všech bodů s danou vlastností v rovině, např. trojúhelníku, Thaletovy kružnice, množiny bodů, z nichž je daná úsečka vidět pod daným úhlem, konstrukci obrazu bodu nebo geometrického útvaru v daném zobrazení apod.

Konstrukce trojúhelníků

Příklad 1. Je dána úsečka AC , $|AC| = 5$ cm. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dále dáno $v_a = 4,5$ cm, $\alpha = 55^\circ$.

Příklad 2. Je dána úsečka AB . Sestrojte všechny trojúhelníky ABC , znáte-li velikost výšek v_a, v_b .

Příklad 3. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li $a = 5$ cm, $\beta = 65^\circ$, $t_b = 4$ cm.

Příklad 4. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno: $c = 5,5$ cm, $t_a = 3$ cm, $v_c = 3$ cm.

Úlohy do portfolia:

1. Je dána úsečka AC , $|AC| = 5$ cm. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno: $v_b = 5$ cm, $t_c = 5$ cm.
2. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno: $a = 4$ cm, $c = 7$ cm, $t_a = 5$ cm.
3. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno: a, b, t_c .

Literatura:

Budínová, I., Pavlíčková, L. (2020). *Konstrukční úlohy*. Brno: MuniPress.