

# Konstrukční úlohy

Irena Budínová

**Konstrukční úlohou** rozumíme úlohu, která vyžaduje sestrojít určitý geometrický útvar (alespoň jeden, případně všechny geometrické útvary) splňující dané podmínky.

Konstrukční úlohy třídíme (1) podle počtu neznámých bodů na úlohy **s jedním neznámým bodem** nebo **více neznámými body**, (2) podle polohy daných prvků na úlohy **nepolohové** a **polohové**. U polohových úloh je dána poloha zadaných prvků (jestliže úloha začíná slovy „Je dán prvek ...“, musíme začít rýsování tímto prvkem). Z nepolohové úlohy vznikne úloha polohová umístěním prvního prvku. (3) Podle zadání na **obecně zadané** a **konkrétně zadané**. U konkrétně zadaných úloh jsou známy velikosti všech prvků. U obecně zadaných úloh jsou jeden nebo více prvků zadány bez velikosti. Řešitel řeší úlohu obecně, pro konstrukci volí takovou velikost, aby úloha měla řešení. Uvádí se diskuse počtu řešení vzhledem k parametru.

Sestrojení hledaných útvarů realizujeme užitím pravítka a kružítka. Konstrukce proveditelné použitím pouze těchto dvou rýsovacích prostředků se nazývají **eukleidovké konstrukce**.

Hledání řešení konstrukční úlohy spočívá v nalezení takové posloupnosti základních konstrukcí, které umožní sestrojít všechny neznámé body nebo útvary. **Řešením konstrukční úlohy** rozumíme výsledek konstrukční úlohy.

## Fáze řešení konstrukční úlohy

Hledání řešení konstrukční úlohy se člení zpravidla na čtyři části: rozbor, konstrukci, zkoušku a diskusi.

Cílem **rozboru** je nalézt takové souvislosti mezi danými a hledanými prvky, které umožní objevit posloupnost základních konstrukcí, jejichž realizací sestrojíme hledané body nebo útvary. Úvahy opíráme o náčrt situace, v němž zakreslíme jak dané, tak hledané prvky. Hledaný útvar načrtne tak, jako by úloha byla vyřešena a útvar byl již narýsován. Pro dobrou orientaci můžeme zadané prvky barevně zvýraznit. Do náčrtu zakreslíme také další geometrické útvary (přímky, kružnice, body), které při řešení úlohy využijeme.

**Konstrukce** spočívá ve stanovení předpisu – posloupnosti základních konstrukcí, podle kterého z daných prvků sestrojíme hledané prvky. Zahrnuje také grafické provedení konstrukce.

**Zkouškou správnosti** ověřujeme, zda body nebo útvary získané konstrukcí splňují všechny požadavky dané zadáním úlohy.

**Diskuse** se provádí pouze tehdy, je-li úloha obecně zadaná a obsahuje-li proměnné prvky – parametry. Úkolem diskuse je stanovení podmínek řešitelnosti a rozřídění množiny úloh na úlohy neřešitelné, úlohy s jedním výsledkem, s více výsledky, a to v závislosti na hodnotách a poloze parametrů vyskytujících se v úloze.

## Základní konstrukce

**Základními eukleidovskými konstrukcemi** rozumíme:

1. Narýsování přímky procházející dvěma danými různými body.  
Narýsování kružnice o daném středu a poloměru.  
Určení bodu jako společného bodu dvou různoběžných přímek.  
Určení bodu jako společného bodu přímky a kružnice.  
Určení bodu jako společného bodu dvou kružnic.
2. Některé další jednodušší konstrukce vytvořené jistou posloupností výše uvedených pěti základních konstrukcí, například:  
Přenesení dané úsečky na danou polopřímku.  
Sestrojení kolmice k dané přímce tak, aby procházela daným bodem.  
Sestrojení rovnoběžky s danou přímkou procházející daným bodem.  
Přenesení konvexního úhlu k dané polopřímce do dané poloroviny.  
Sestrojení středu úsečky.  
Rozdělení úsečky na  $n$  stejných dílů, rozdělení úsečky v daném poměru.  
Sestrojení osy úsečky.  
Sestrojení osy úhlu.

Později budeme kromě uvedených eukleidovských konstrukcí termínem základní konstrukce nazývat další konstrukce nejdůležitějších množin všech bodů s danou vlastností v rovině, např. trojúhelníku, Thaletovy kružnice, množiny bodů, z nichž je daná úsečka vidět pod daným úhlem, konstrukci obrazu bodu nebo geometrického útvaru v daném zobrazení apod.

## Konstrukce trojúhelníků

**Příklad 1.** Je dána úsečka  $AC$ ,  $|AC| = 5$  cm. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , je-li dále dáno  $v_a = 4,5$  cm,  $\alpha = 55^\circ$ .

**Příklad 2.** Je dána úsečka  $AB$ . Sestrojte všechny trojúhelníky  $ABC$ , znáte-li velikost výšek  $v_a, v_b$ .

**Příklad 3.** Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , je-li  $a = 5$  cm,  $\beta = 65^\circ$ ,  $t_b = 4$  cm.

**Příklad 4.** Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , je-li dáno:  $c = 5,5$  cm,  $t_a = 3$  cm,  $v_c = 3$  cm.

**Úlohy do portfolia:**

1. Je dána úsečka  $AC$ ,  $|AC| = 5$  cm. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , je-li dáno:  $v_b = 5$  cm,  $t_c = 5$  cm.
2. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , je-li dáno:  $a = 4$  cm,  $c = 7$  cm,  $t_a = 5$  cm.
3. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , je-li dáno:  $a, b, t_c$ .

**Literatura:**

Budínová, I., Pavlíčková, L. (2020). *Konstrukční úlohy*. Brno: MuniPress.