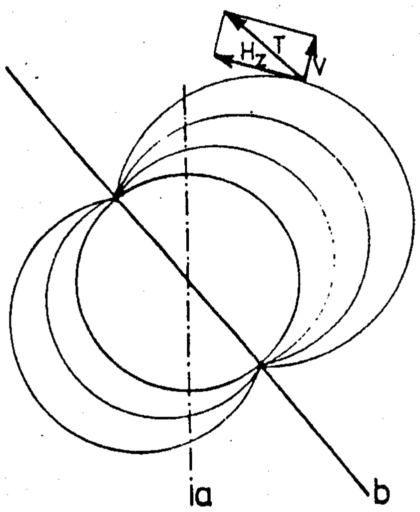
8. MĚŘENÍ HORIZONTÁLNÍ SLOŽKY INTENZITY ZEMSKÉHO MAGNETICKÉHO POLE

V okolí Země existuje <u>magnetické pole</u>. Znalost průběhu tohoto pole je významná pro mnohé obory. Jmenujme zde alespoň geografii, topografii, význam průběhu a variací magnetického pole pro geology, pracovníky telekomunikačních spojů a v posledních letech také pro základní a aplikovaný výzkum vesmíru.



Průběh a vlastnosti tohoto pole lze popsat pomocí průběhu magnetických siločar (obr. 22. 1.) případně hodnotou <u>intenzity pole</u>. Z Coulombova magnetostatického zákona vyplývá, že intenzita magnetického pole udává sílu, kterou dané pole v určitém místě působí na jednotkové magnetické množství. V každém místě lze vektor intenzity pole T rozložit na dvě složky: horizontální $-H_z$ a vertikální - V. Přístroje určené k měření zemského magnetického pole měří zpravidla jen jednu z obou složek. Soustředíme se na stanovení horizontální složky H_z .

Obr. 22. 1 : Průběh magnetického pole Země .
a-zemská osa, b-magnetická osa.

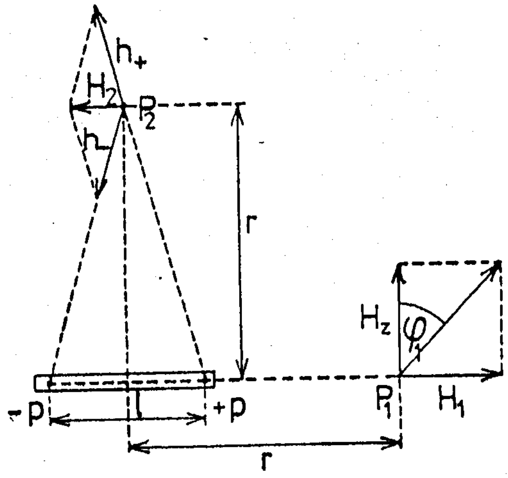
1. <u>Stanovení horizontální složky Gaussovou metodou (magnetometrem)</u>

Princip této metody spočívá ve srovnání intenzity H_z a intenzity pomocného magnetu. Toto srovnání se provádí ve dvou <u>Gaussových polohách</u> (obr. 22. 2.) magnetometrem a magnetickou střelkou jako detektorem.

I. Gaussova poloha :

Magnet redukované délky l vzbuzuje v bodě P_1 pole, jehož intenzita ve vzduchu je dána podle Coulombova zákona

$$4 \pi \mu_0 H_1 = \frac{p}{(r - l/2)^2} - \frac{p}{(r + l/2)^2} . \qquad (1)$$



Obr. 22. 2: Gaussovy polohy.

Úpravou vztahu (1) dostaneme

$$H_1 = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{2M}{r^3(1 - \lambda^2)^2} \qquad (2)$$

kde $\lambda = l/2r$ a $M = pl$ je <u>magnetický moment magnetu</u> (součin magnetického množství na jednom pólu a vzdálenosti pólů - redukované délky magnetu).

II. Gaussova poloha :

V místě P_2 vzbuzuje kladné množství p magnetu intenzitu

$$4 \pi \mu_0 h_+ = \frac{p}{r^2 + l^2/4} = \frac{p}{r^2(1 + \lambda^2)} . \qquad (3)$$

Stejně silné pole h_- budí v bodě P_2 záporné množství. Jeho směr je však souměrný k rovnoběžce vedené bodem P_2 k magnetické ose magnetu. Výslednice H_2 obou polí je proto rovnoběžná s touto osou a platí úměra

$$H_2 : h_+ = l : r\sqrt{1+\lambda^2} \text{ , tedy}$$

$$H_2 = \frac{1}{4 \pi \mu_0} \frac{M}{r^3(1 + \lambda^2)^{3/2}} . \qquad (4)$$

Známe tedy intenzity H_1 a H_2 magnetického pole pomocného magnetu v bodech P_1 a P_2 . Z obr. 22. 2 . je zřejmé, že magnetická střelka umístěná v bodě P_1 se vychýlí vlivem tohoto pole o úhel φ_1 a bude platit

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{H_1}{H_z} = \frac{1}{4\pi \mu_0 H_z} \frac{2M}{r^3(1 - \lambda^2)^2} \qquad (5)$$

a obdobně v místě P_2 se vychýlí o úhel φ_2, pro nějž platí

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{H_2}{H_z} = \frac{1}{4 \pi \mu_0 H_z} \frac{M}{r^3(1 + \lambda^2)^{3/2}} . \qquad (6)$$

...anovení veličiny H_z by stačila pouze jedna z rovnic (5), (6). Abychom však snížili vliv měřicích chyb používáme obou rovnic; u členu $(1 \pm \lambda^2)$ je však v dalším třeba dosáhnout stejného exponentu. Proto vztah (5) umocníme na třetí, vztah (6) na čtvrtou, tedy

$$\left(\frac{M}{4\pi \mu_0 H_z} \right)^3 = \frac{r^9}{8}(1-\lambda^2)^6 tg^3 \varphi_1$$

$$\left(\frac{M}{4\pi \mu_0 H_z} \right)^4 = r^{12}(1+\lambda^2)^6 tg^4 \varphi_2 .$$

Vzájemným vynásobením posledních dvou rovnic dostaneme

$$\left(\frac{M}{4\pi \mu_0 H_z} \right)^7 = (1-\lambda^4)^6 \frac{r^{21}}{8} tg^3 \varphi_1 \, tg^4 \varphi_2 ;$$

protože však $r > 1$, je $\lambda^4 \ll 1$ a vztah se zjednoduší

$$\frac{M}{H_z} = 4\pi \mu_0 r^3 \sqrt[7]{(\tfrac{1}{2} tg \varphi_1)^3 tg^4 \varphi_2} . \qquad (7)$$

Obecný geometrický průměr lze nahradit obecným aritmetickým průměrem, který se liší jen o veličinu řádu λ^4 (viz poznámka) a dostáváme

$$\boxed{A \doteq \frac{M}{H_z} = \frac{4\pi \mu_0 r^3}{7} (\tfrac{3}{2} tg \varphi_1 + 4 \, tg \varphi_2) .} \qquad (8)$$

1. G.P. 2. G.P

Poznámka: Z rovnic (5) a (6) plyne $tg \varphi_2 \doteq \frac{1}{2} tg \varphi_1 (1+\frac{7}{2}\lambda^2)$. Je-li $b = a(1+\varepsilon)$, kde $\varepsilon \ll 1$, pak z binomické věty plyne

$$\sqrt[7]{a^3 b^4} = a(1+\varepsilon)^{4/7} = a(1+\tfrac{4}{7}\varepsilon - \tfrac{6}{49}\varepsilon^2 + \dots) =$$

$$= \frac{3a+4b}{7} - \frac{6a}{49} \varepsilon^2 + \dots$$

Pak člen $(6/49)\,\varepsilon^2$ zanedbáme, protože je přibližně roven $\frac{3}{2}\lambda^4$.

Ve vztahu (8) je ještě jedna neznámá, totiž magnetický segment M magnetu. Tuto veličinu lze určit z doby kyvu magnetu v homogenním magnetickém poli. Zde působí na magnet dvojice sil $-pH_z \sin\varphi \doteq -pH_z \varphi$ (obr. 22. 3.). Pohyb magnetu je popsán pohybovou rovnicí

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + MH_z \varphi + D\varphi = 0 \qquad (9)$$

kde J - moment setrvačnosti magnetu, D - torze závěsu. Zpravidla se provádí

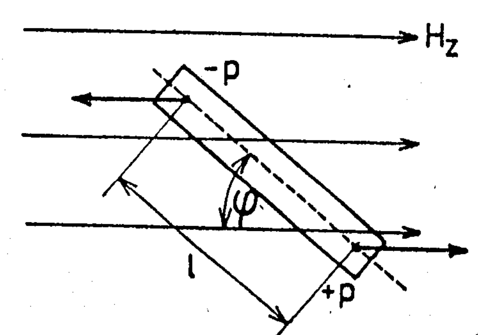
toto měření s vláknem s malou torzí tj. $D \doteq 0$. Kruhová frekvence kmitů je dána vztahem

$$\omega^2 = \frac{MH_z}{J}$$

a tedy

$$B = \boxed{MH_z = \frac{\pi^2 J}{T_0^2}} \qquad (10)$$

kde T_0^2 je doba kyvu magnetu.



Obr. 22. 3 : Magnet v homogenním magnetickém poli.

Vztahy (8) a (10) nám udávají veličiny $A = M/H_z$ a $B = MH_z$ odkud

$$\boxed{H_z = \sqrt{B/A}} . \qquad (11)$$

Poznámka : Moment setrvačnosti válcového magnetu

$$J = \frac{m}{4}(R^2 + \frac{l^2}{3})$$

kde m - hmotnost magnetu, l - jeho délka, R - poloměr podstavy; pro tyčový magnet

$$J = \frac{1}{12} m (l^2 + a^2)$$

kde a - šířka magnetu, na výšce nezáleží.

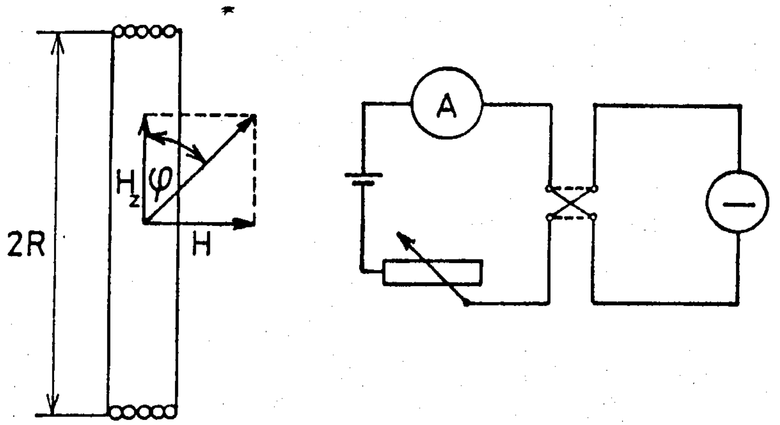
Stojí za zmínku, že obdobným postupem lze explicitně stanovit magnetický moment magnetu M, vezmeme-li $(A\,B)^{1/2} = M$, odkud lze snadno stanovit velikost magnetizace $i = M/V$, kde V je objem magnetu.

2. Stanovení horizontální složky tangentovou buzolou

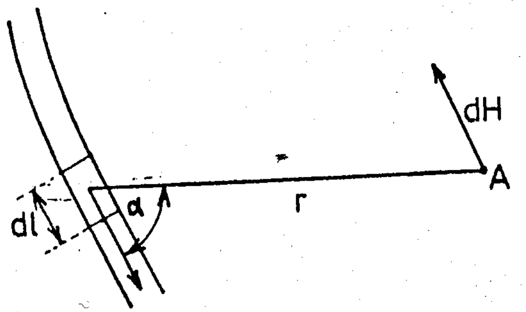
Pomocné magnetické pole jehož intenzita H se skládá s intenzitou H_z je možné vyvolat také průchodem elektrického proudu závity cívky, uvnitř které se nachází magnetická střelka. Toto je princip tangentové buzoly (obr. 22. 4.). Velikost intenzity H lze stanovit z Biot-Savartova zákona 2

$$dH = \frac{I \, dl \sin\alpha}{4\pi r^2}$$

kde I je intenzita proudu procházejícího závitem cívky, dl - element proudovodiče, r - vzdálenost bodu v němž vyšetřujeme intenzitu pole od elementu dl a α - úhel, který svírá průvodič r a element dl (obr. 22. 5.).



Obr. 22. 4 : Princip tangentové buzoly a její zapojení do elektrického obvodu.



Obr. 22. 5 : Element proudovodiče d vytváří v bodě A magnetické pole intenzity dH kolmé k rovině proložené elementem d a průvodičem r .

V našem případě se redukuje úloha na stanovení intenzity H ve středu kruhového závitu o poloměru R . Zřejmě je $\alpha = \pi/2$, pak

$$H = \frac{I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi R} dl \qquad (12)$$

což po integraci dává

$$H = I / 2R .$$

Má-li cívka N závitů, pak

$$H = \frac{N I}{2R} . \qquad (13)$$

Z obr. 22. 4. vyplývá, že

$$\boxed{H_z = \frac{N I}{2R \operatorname{tg} \varphi}} . \qquad (14)$$

Poznámka: Korektní použitelnost vztahu (14) je omezena geometrickými rozměry zařízení. V ideálním případě by měla mít magnetická střelka nekonečně malé rozměry ve srovnání s R , protože vztah (14) byl odvozen za předpokladu znalosti [illegible] H ve středu závitu. Tento fakt také ovlivňuje výsledky mě-

ření s magnetometrem.

Úkoly pro měření:

1) Změřte H_z pomocí magnetometru pro tři vzdálenosti r .
2) Změřte H_z tangentovou buzolou, alespoň pro 10 hodnot proudu.
3) Porovnejte výsledky měření (1) a (2) s tabelovanou hodnotou pro dané místo.

Literatura:

[1] Z. Horák, Praktická fyzika, SNTL Praha (1958).
[2] S. E. Friš, A. V. Timoreva , Kurs fyziky II, NČSAV Praha (1953).
[3] J. Brož a kol., Základy fyzikálních měření I, SPN Praha (1983).