

## Příklad č. 2:

Určete, zda se začne smýkat ocelový hranol po šikmé ploše vyrobené ze dřeva, která svírá s vodorovnou rovinou úhel  $30^\circ$ . Součinitel klidového (statického) tření mezi ocelí a dřevem je **0,55**.

$$\alpha = 30^\circ$$

$$f_0 = 0,55$$

$$? F > F_{t0}$$

$$F_{t0} = f_0 \cdot F_n$$

$$F_{t0} = 0,55 \cdot 0,866 \cdot F_G$$

$$F_{t0} = 0,48 \cdot F_G$$

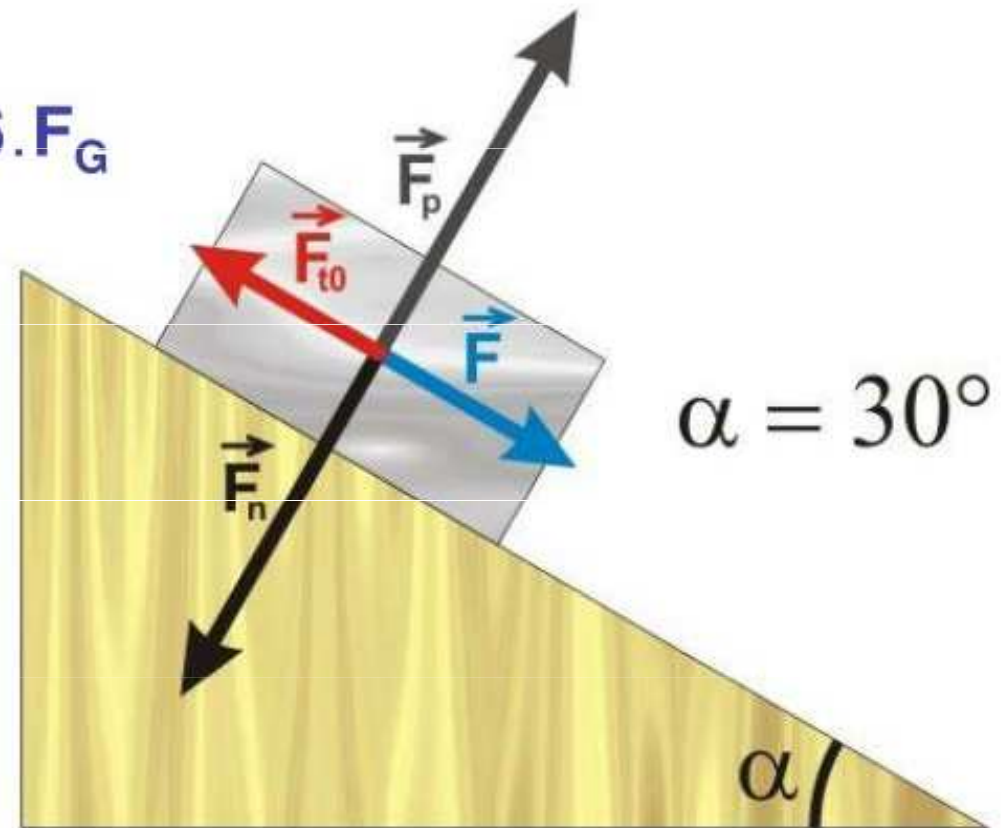
$$\vec{F}_G = \vec{F}_n + \vec{F}$$

$$F_n = \cos \alpha \cdot F_G$$

$$F_n = 0,866 \cdot F_G$$

$$F = \sin \alpha \cdot F_G$$

$$F = 0,5 \cdot F_G$$



Auto o hmotnosti 1200 kg má motor o výkonu 33 kW. V jakém největším stoupání je schopno udržet rychlost 72 km·h<sup>-1</sup>?

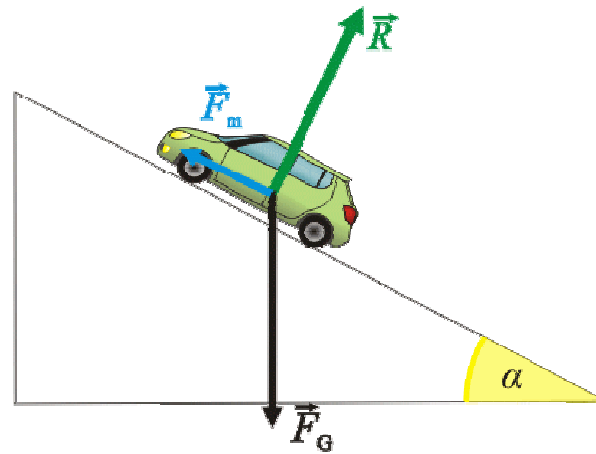
$$P = 33 \text{ kW} = 33000 \text{ W}$$

$$m = 1200 \text{ kg}$$

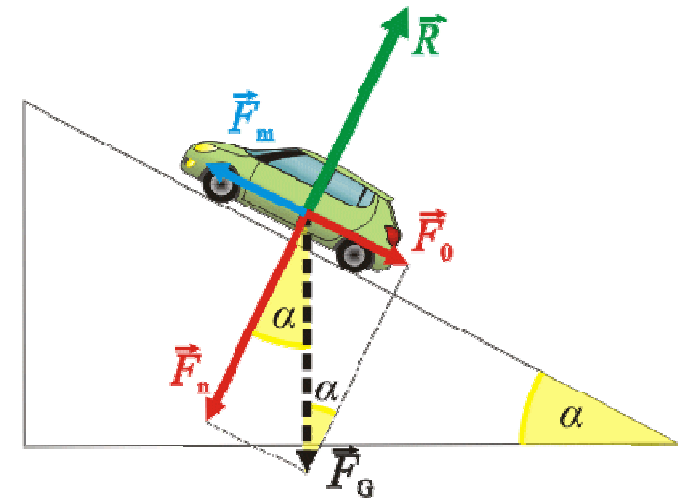
$$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$v = 72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\alpha = ?$$



<http://reseneulohy.cz/>



<http://reseneulohy.cz/>

### Postup 1

$$F_0 = F_g \cdot \sin\alpha$$

$$F_0 = m \cdot g \cdot \sin\alpha$$

$$F_m = P \cdot v$$

$$F_0 - F_m = 0$$

$$\sin\alpha = P \cdot m \cdot g \cdot v$$

$$\sin\alpha = P / m \cdot g \cdot v = 33000 / 1200 \cdot 9,81 \cdot 20 = 0,140 \Rightarrow \underline{\alpha = 8^\circ 3'}$$

$$F_n - R = 0$$

$$F_0 - F_m = 0$$

### Postup 2

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot v \cdot t \cdot \sin\alpha$$

$$W = P \cdot t$$

$$\sin\alpha = P \cdot m \cdot g \cdot v$$

$$\sin\alpha = P / m \cdot g \cdot v = 33000 / 1200 \cdot 9,81 \cdot 20 = 0,140 \Rightarrow \underline{\alpha = 8^\circ 3'}$$

Páka o hmotnosti 2 kg s těžištěm uprostřed je podepřena v  $\frac{1}{3}$  své délky. Na konci kratšího ramene je zavěšeno těleso hmotnosti 9 kg. Jakou silou působící na konci delšího ramene udržíme rovnováhu?

[39,2 N]

Na 15 cm dlouhé rameno louskáčku tlačíme silou 29,4 N. jak velká tlaková síla působí na ořech, který je 4 cm od osy?

[110,4 N]

Jak dlouhé držadlo musí mít kleště, jestliže k přeštípnutí ocelového drátu je třeba tlakové síly 834 N. Čelisti jsou 6 cm dlouhé a na držadlo a na držadlo můžeme působit silou 245 N.

[20,4 cm]

Těleso o hmotnosti 30 kg bylo vytaženo kladkou volnou o hmotnosti 2 kg do výšky 4 m. Jak velikou silou a po jaké dráze jsme působili?

[157 N, 8 m]

Jakou tlakovou sílu vyvoláme šroubem (závit 2 mm), působil-li silou 10 N na klíči délky 20 cm?

[6280 N]

Těleso jsme zvedli po délce 9 m nakloněné roviny s elevačním úhlem  $30^\circ$ . Součinitel smykového tření je 0,2. S jak velkou účinností jsme pracovali?

[74,3 %]

Jakou tahovou sílu musí vyvinout elektromotor nákladního výtahu, jestliže zdvihá dva pytle cementu přes kladku pevnou, každý po 50 kg a hmotnost samotné plošiny výtahu je 30 kg?

[1300 N]

Páka o hmotnosti 2 kg s těžištěm uprostřed je podepřena v 1/3 své délky. Na konci kratšího ramene je zavěšeno těleso hmotnosti 9 kg. Jakou silou působící na konci delšího ramene udržíme rovnováhu? **[39,2 N]**

$$m_p = 2 \text{ kg}$$

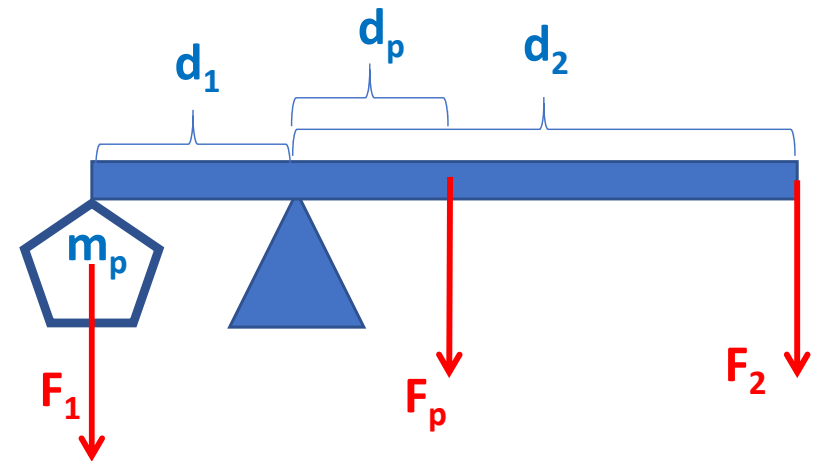
$$m_1 = 9 \text{ kg}$$

$$d_1 = 0,333 \cdot d$$

$$d_2 = 0,667 \cdot d$$

$$d_p = 0,50 \cdot d - 0,333 \cdot d = 0,167 \cdot d$$

$$F_2 = ?$$



$$M_1 = M_2 + M_g$$

$$F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 + F_p \cdot d_p$$

$$F_2 = (m_1 \cdot d_1 - m_p \cdot d_p) \cdot g / d_2$$

$$F_2 = (9 \cdot 0,333 \cdot d - 2 \cdot 0,167 \cdot d) \cdot 9,81 / (0,667 \cdot d) = (9 \cdot 0,333 - 2 \cdot 0,167) \cdot 9,81 / 0,667 = \underline{\underline{39,2 \text{ N}}}$$

Do výpočtu je nutno zahrnout i tíhovou sílu působící na páku o hmotnosti 2 kg. Působíště této síly je v těžišti, tedy v polovině délky páky.

Na 15 cm dlouhé rameno louskáčku tlačíme silou 29,4 N. jak velká tlaková síla působí na ořech, který je 4 cm od osy? **[110,4 N]**

$$F_1 = 29,4 \text{ N}$$

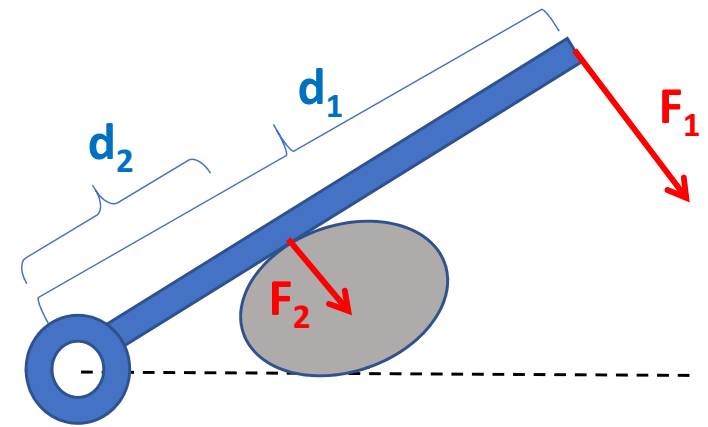
$$F_2 = ?$$

$$d_1 = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$d_2 = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$$

$$F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$$

$$F_2 = F_1 \cdot d_1 / d_2 = 29,4 \cdot 0,15 / 0,04 = 0,204 \text{ m} = \underline{\underline{110,3 \text{ N}}}$$



Jak dlouhé držadlo musí mít kleště, jestliže k přeštípnutí ocelového drátu je třeba tlakové síly 834 N. Čelisti jsou 6 cm dlouhé a na držadlo a na držadlo můžeme působit silou 245 N. [20,4 cm]

$$F_1 = 834 \text{ N}$$

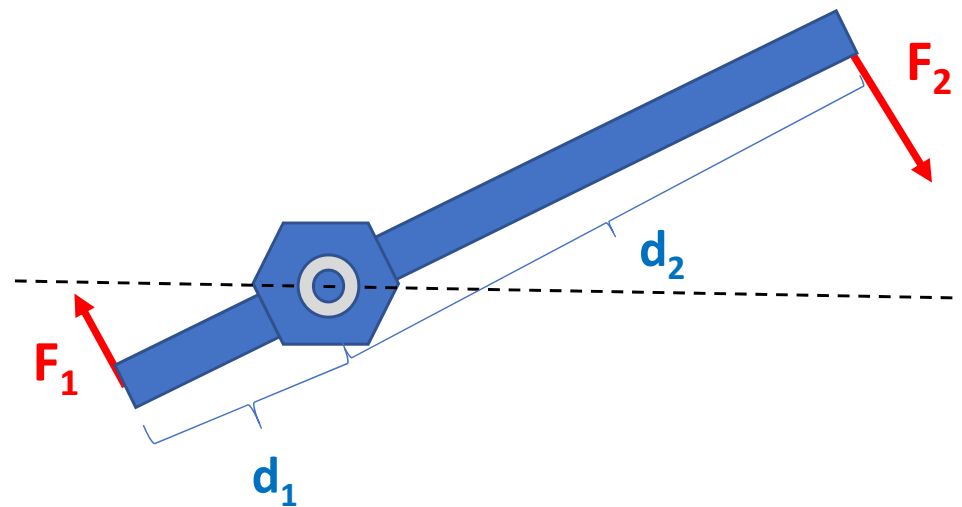
$$F_2 = 245 \text{ N}$$

$$d_1 = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$$

$$d_2 = ?$$

$$F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$$

$$d_2 = F_1 \cdot d_1 / F_2 = 834 \cdot 0,06 / 245 = 0,204 \text{ m} = \underline{20.4 \text{ cm}}$$



Těleso o hmotnosti 30 kg bylo vytaženo kladkou volnou o hmotnosti 2 kg do výšky 4 m. Jak velikou silou a po jaké dráze jsme působili? [157 N, 8 m]

$$m_t = 30 \text{ kg}$$

$$m_k = 2 \text{ kg}$$

$$h = 4 \text{ m}$$

$$F = ?$$

$$s = ?$$

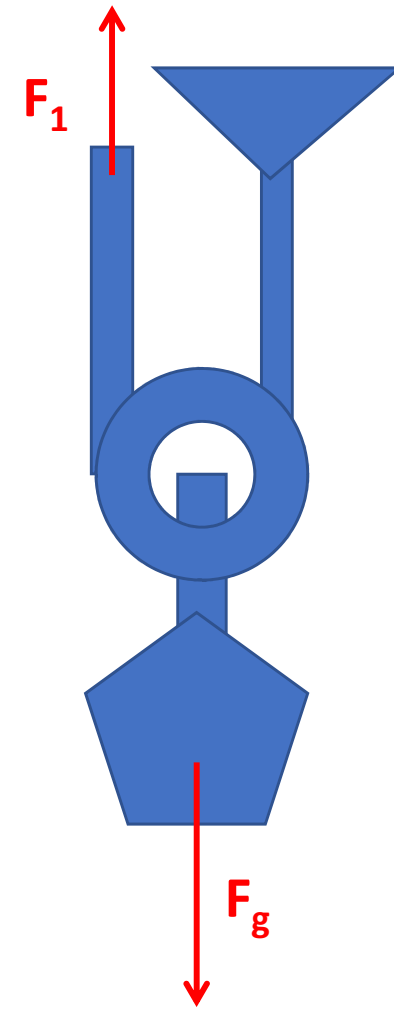
$$m = m_t + m_k$$

$$F_g = m \cdot g = (30 + 2) \cdot 9,81 = 313,92 \text{ N}$$

$$F_1 = \frac{1}{2} \cdot F_g = 313,92 / 2 = \underline{157 \text{ N}}$$

$$W = m \cdot g \cdot h = F_1 \cdot s$$

$$s = m \cdot g \cdot h / F_1 = m \cdot g \cdot h / (0,5 \cdot m \cdot g) = 2 \cdot h = 2 \cdot 4 = \underline{8 \text{ m}}$$





Jakou tlakovou sílu vyvoláme šroubem (závit 2 mm), působíme-li silou 10 N na klíči délky 20 cm? **[6280 N]**

$$h = 2 \text{ mm} = 0,002 \text{ m}$$

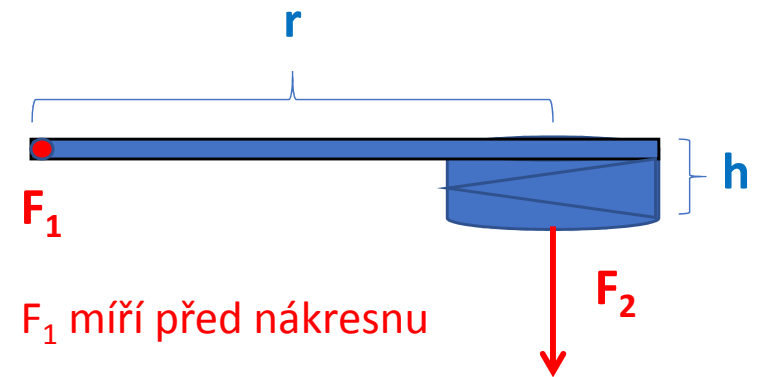
$$F_1 = 10 \text{ N}$$

$$r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$F_2 = ?$$

$$W = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot F_1 = F_2 \cdot h$$

$$F_2 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot F_1 / h = 2 \cdot \pi \cdot 0,2 \cdot 10 / 0,002 = \underline{6280 \text{ N}}$$



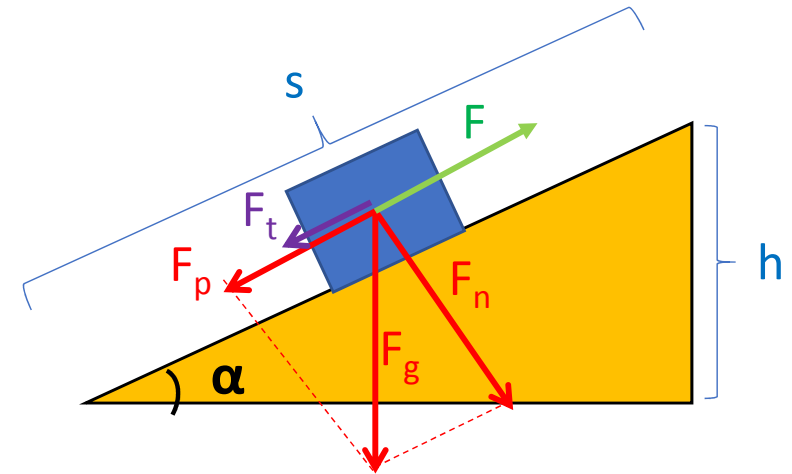
Těleso jsme zvedli po délce 9 m nakloněné roviny s elevačním úhlem  $30^\circ$ . Součinitel smykového tření je 0,2. S jak velkou účinností jsme pracovali? **[74,3 %]**

$$s = 9 \text{ m}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\sigma = 0,2$$

$$\eta = ?$$



$$W = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha \quad (\text{bez tření, 100\% účinnost})$$

$$W_t = F_t \cdot s = s \cdot \sigma \cdot F_g \cdot \cos \alpha = s \cdot \sigma \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$\eta = W / (W + W_t) = s \cdot \sin \alpha / (s \cdot \sin \alpha + s \cdot \sigma \cdot \cos \alpha) = \sin \alpha / (\sin \alpha + \sigma \cdot \cos \alpha)$$

$$\eta = \sin 30^\circ / (\sin 30^\circ + 0,2 \cdot \cos 30^\circ) = 0,5 / (0,5 + 0,174) = 0,742 = \underline{74,2 \%}$$

Jakou tahovou sílu musí vyvinout elektromotor nákladního výtahu, jestliže zdvihá dva pytle cementu přes kladku pevnou, každý po 50 kg a hmotnost samotné plošiny výtahu je 30 kg? **[1300 N]**

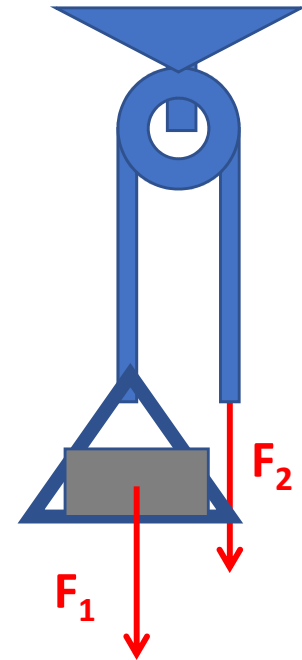
$$m_c = 50 \text{ kg}$$

$$m_p = 30 \text{ kg}$$

$$F_2 = ?$$

$$F_1 = F_2 = m \cdot g$$

$$F_2 = (2 \cdot m_c + m_p) \cdot g = (2 \cdot 50 + 30) \cdot 10 = \underline{1300 \text{ N}}$$



Víko s průměrem 32 cm třeba připevnit k otvoru tlakové nádoby 24 šrouby. Tlak plynu v nádobě je 6 MJ. Jaký plošný obsah průřezu šroubů třeba zvolit?

$$d = 32 \cdot 10^{-2} \text{ m}, p = 6 \cdot 10^6 \text{ Pa}, \sigma_{\text{dv}}(\text{skrutka}) = 50 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

*Nádoba:*

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow S = \frac{3,14 \cdot (32 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{4} = 803,84 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$p = \frac{F}{S}$$

$$F = p \cdot S \Rightarrow F = 6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 803,84 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 4823,04 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$F' = \frac{1}{24} \cdot F \Rightarrow F' = \frac{1}{24} \cdot 4823,04 \cdot 10^2 \text{ N} = 200,96 \cdot 10^2 \text{ N}$$

*Skutka:*

$$\sigma_{\text{dv}} = \frac{F'}{S_0}$$

$$S_0 = \frac{F'}{\sigma_{\text{dv}}}$$

$$S_0 = \frac{200,96 \cdot 10^2 \text{ N}}{50 \cdot 10^6 \text{ Pa}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 4 \text{ cm}^2$$

$$\underline{S_0 = 4 \text{ cm}^2}$$

Na ocelovém laně příčného průřezu  $2 \text{ cm}^2$  je zavěšeno břemeno o hmotnosti  $4000 \text{ kg}$ . Jaké je relativní prodloužení lana?

$$m = 4 \cdot 10^3 \text{ kg}, E = 220 \cdot 10^9 \text{ Pa}, g = 10 \text{ m.s}^{-2}, S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \varepsilon = ?$$

$$F = m \cdot g$$

$$F = 4 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m.s}^{-2} = 4 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \quad \wedge \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\frac{F}{S} = E \cdot \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{F}{E \cdot S}$$

$$\varepsilon = \frac{4 \cdot 10^4 \text{ N}}{220 \cdot 10^9 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,0009$$

$$\varepsilon = 0,0009 \cdot 100\% = 0,09\%$$

$$\underline{\varepsilon = 0,09\%}$$

Zjistěte, zda se přetrhne železný drát o průměru 2 mm, pokud je napínán silou 1 kN.  
( $\sigma_E = 314 \text{ MPa}$ )

$$\sigma_n = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_n = \frac{F}{\pi r^2}$$

$$\sigma_n = \frac{10^3 \text{ N}}{3,14(10^{-3} \text{ m})^2} = \frac{10^3 \text{ N}}{3,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 318,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$\sigma_n = 318,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_n > \sigma_E$$

Protože  $\sigma_n > \sigma_E$ , železný drát se přetrhne.

Mosazný drát délky 1,1 m a průřezu o obsahu 4 mm<sup>2</sup> byl deformován v tahu silou 80 N, čímž se prodloužil o 0,2 mm. Vypočítejte modul pružnosti v tahu mosazi.

**[110 GPa]**

Při výrobě dílců z předpjatého železobetonu byly ocelové pruty o délce 6 m napínány silou  $6 \cdot 10^4 \text{ N}$ . Vypočítejte prodloužení ocelových tyčí, je-li jejich průměr 10 mm. Modul pružnosti použité oceli je 220 GPa.

**[21 mm]**

Osobní výtah o hmotnosti 500 kg drží 3 ocelová lana, každé o průměru 1 cm. Vypočítejte napětí v každém ocelovém laně. (Vlastní tíhu lana zanedbejte).

[20,83 MPa]

Na konec ocelové tyče ( $E = 220 \text{ GPa}$ ) s délkou 1,5 m umístěné ve vertikální poloze má být zavěšeny závaží o hmotnosti 500 kg. Jaký průměr tyče zvolíme, pokud chceme, aby se tyč po zavěšení závaží neprodloužila o více než 0,3 mm. (Vlastní tíhu tyče neuvažovat)

[12 mm]

Zjistěte, zda se přetrhne železný drát o průměru 2 mm, pokud je napínán silou 1 kN. ( $\sigma_E = 314 \text{ MPa}$ )

[318,5 MPa]

Určete práci, kterou je potřeba vykonat, aby se ocelová tyč o délce 1 m a o obsahu průřezu  $1 \text{ cm}^2$  prodloužila při pružné deformaci v tahu o 1 mm. Modul pružnosti v tahu použité oceli je 220 GPa.

[11 J]

Mramorový blok o objemu  $3,5 \text{ m}^3$  váží 10 t . Jaká bude hmotnost mramorového náhrobního kamene tvaru pravoúhlého rovnoběžnostěnu o délce 2,5 m, šířce 0,9 m a výšce 35 cm?

[2250 kg]

Poloměr kruhové podstavy menšího pístu hydraulického lisu je 4 cm. Jaký poloměr musí mít kruhová podstava druhého většího pístu, pokud chceme silou 80 N vyvolat tlakovou sílu 11520 N.

$$F_1 = 80 \text{ N,}$$

$$F_2 = 11\,520 \text{ N,}$$

$$r_1 = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m,}$$

$$r_2 = ?$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$\frac{F_1}{\pi r_1^2} = \frac{F_2}{\pi r_2^2}$$

$$\frac{F_1}{r_1^2} = \frac{F_2}{r_2^2}$$

$$r_2^2 = \frac{F_2 \cdot r_1^2}{F_1}$$

$$r_2 = r_1 \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

$$r_2 = 0,04 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{11520 \text{ N}}{80 \text{ N}}} = 0,04 \text{ m} \cdot \sqrt{144} = 0,04 \text{ m} \cdot 12 = 0,48 \text{ m}$$

$$r_2 = 0,48 \text{ m} = 48 \text{ cm}$$



Vypočítejte tlakovou sílu působící na víčko zavařeninové sklenice o průměru 8 cm, pokud je vnitřní tlak páry 2,5 kPa a atmosférický tlak je 101325 Pa. (Předpokládáme, že vzduch uvnitř sklenice je zcela vyčerpaný).

$$\begin{aligned}p_1 &= 2,5 \text{ kPa} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Pa} \\ &= 0,025 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ p_2 &= 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ d &= 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}, \\ r &= 0,04 \text{ m}\end{aligned}$$

$$F = F_2 - F_1 = p_2 \cdot S - p_1 \cdot S = (p_2 - p_1)S$$

$$F = (p_2 - p_1) \pi r^2$$

$$F = (1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 0,025 \cdot 10^5 \text{ Pa}) \cdot 3,14 \cdot (0,04 \text{ m})^2$$

$$F = 0,98825 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 3,14 \cdot 0,0016 \text{ m}^2$$

$$F = 496 \text{ N}$$

V hydraulickém zařízení křesla u zubního lékaře je píst o obsahu průřezu 65 cm<sup>2</sup>. Křeslo s pacientem má hmotnost 150 kg. Jak velkou silou je potřeba působit na píst o obsahu průřezu 3,25 cm<sup>2</sup>, abychom uvedli křeslo s pacientem do pohybu?

[75 N]

Vodní lis má písty o obsahu 6 cm<sup>2</sup> a 10 cm<sup>2</sup>. Jak velkou tlakovou silou působí voda na velký píst, působí-li na malý píst tlaková síla 240 N?

[400 N]

Lidé jsou zvyklí na tlak vzduchu okolo 1013 hPa. Do jaké hloubky se můžou ponořit do mořské vody ( $\rho = 1025 \text{ kg.m}^{-3}$ ) bez přístrojů?

$$p = 1013 \text{ hPa} = 101300 \text{ Pa}$$

$$\rho = 1025 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

$$h = \frac{p}{\rho \cdot g}$$

$$h = \frac{101300 \text{ Pa}}{1025 \text{ kg.m}^{-3} \cdot 10 \text{ m.s}^{-2}} = 9,88 \text{ m} \doteq 10 \text{ m}$$

$$h = 10 \text{ m}$$

Vypočítejte tlak mořské vody ( $\rho = 1025 \text{ kg.m}^{-3}$ ) na dno moře a) v hloubce 3,6 km pod hladinou a b) v nejhlubší mořské propasti tzv. Mariánském příkopu v Tichém oceánu ( $h = 11034 \text{ m}$ )

$$\text{a) } p = \rho \cdot g \cdot h = 1025 \text{ kg.m}^{-3} \cdot 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot 3600 \text{ m} = 36\,900\,000 \text{ Pa} = \underline{36,9 \text{ MPa}}$$

$$\text{b) } p = \rho \cdot g \cdot h = 1025 \text{ kg.s}^{-2} \cdot 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot 11034 \text{ m} = 113098500 \text{ Pa} = \underline{113,1 \text{ MPa}}$$

Jak velký je hydrostatický tlak a) v rybníku v hloubce 1 dm pod hladinou vody? b) u dna plaveckého bazénu v hloubce 4 m? c) u dna Mariánského příkopu (asi 11 km)? Hustota sladké vody je  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , mořské vody je  $1025 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

[a) 1 000 Pa, b) 40 000 Pa, c) 112 750 000 Pa]

Ponorka se ponořila do hloubky 50 m. Jak velká tlaková síla působí na kovový poklop ponorky, který má obsah  $0,8 \text{ m}^2$ ? Hustota mořské vody je  $1025 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

[410 000 Pa]

Ve skleněné nádobce je rtuť. Do jaké výšky dosahuje, jestliže hydrostatický tlak u dna je 20,25 kPa? Hustota rtuti je  $13 500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

[15 cm]

Rozdíl hladin rtuti v rtuťovém tlakoměru je 75 cm. Jakou hodnotu má atmosférický tlak vzduchu? Hustota rtuti je  $13 500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

[101 250 Pa]

Jaká je hmotnost kapky vody ( $\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ), která odkápne z trubky s poloměrem 0,5 mm?

$$R = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$F_g = m \cdot g$$

$$F = \sigma l$$

$$F_g = F$$

$$m \cdot g = \sigma \cdot 2\pi r$$

$$m = \frac{\sigma \cdot 2\pi r}{g}$$

$$m = \frac{6,28 \cdot 73 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 22,9 \cdot 10^{-6} \text{ kg} = 22,9 \text{ mg}$$

$$m = 22,9 \text{ mg}$$

Jaký tlak má vzduch v mýdlové bublině o poloměru 2 mm, pokud atmosférický tlak je 101325 Pa?

$$R = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \sigma = 40 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, p_A = 101325 \text{ Pa}, p = ?$$

$$p = p_A + \frac{4\sigma}{R}$$

$$p = 101325 \text{ Pa} + \frac{4 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 101325 \text{ Pa} + 80 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$p = 101325 \text{ Pa} + 80 \text{ Pa} = 101405 \text{ Pa}$$

$$\underline{p = 101405 \text{ Pa}}$$

Kapilární elevace lihu je v úzké kapiláře 12mm. Jaký je vnitřní průměr kapiláry? ( $\rho = 800 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\sigma = 21,4 \text{ mN.m}^{-1}$ )

$$\begin{aligned}h &= 12 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \\ \rho &= 800 \text{ kg.m}^{-3}, \\ \sigma &= 21,4 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}\end{aligned}$$

$$p = p_k$$

$$\rho \cdot g \cdot h = \frac{2\sigma}{R}$$

$$R = \frac{2\sigma}{\rho \cdot g \cdot h}$$

$$R = \frac{2 \cdot 21,4 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}}{800 \text{ kg.m}^{-3} \cdot 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 0,0004458 \cdot 10^3 \text{ m} = 4,458 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$R = 0,4458 \text{ mm}$$

$$d = 2 \cdot R$$

$$d = 2 \cdot 0,4458 \text{ mm} = 0,8916 \text{ mm}$$

$$d \doteq 0,9 \text{ mm}$$

Vypočtěte povrchovou energii kapky rtuti, která má objem  $1 \text{ cm}^3$ .

$$[2,37 \cdot 10^{-4}]$$

Jaká je hmotnost kapky vody ( $\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$ ), která odkápne z trubičky o poloměru  $0,5 \text{ mm}$ ?

$$[22,9 \text{ mg}]$$

Určete tlak uvnitř mýdlové bubliny o průměru 8 cm. Předpokládejte, že mýdlo zmenšilo povrchové napětí vody na třetinu normální hodnoty. Jaký tlak bude uvnitř bubliny o průměru 2cm?  $\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ .

[2,4 Pa, 9,6 Pa]

Do nádoby s kapalinou byla svisle zasunuta kapilára o poloměru 1 mm a kapalina v ní vystoupila do výšky 1,2 cm nad volnou hladinou kapaliny v nádobě. Do jaké výšky vystoupí stejná kapalina, jestliže do ní zasuneme kapiláru o poloměru 2 mm?

[0,6 cm]

Sirka o délce 4 cm plave na povrchu vody. Jestliže na jednu stranu povrchu vody rozděleného sirkou nalijeme opatrně trochu mýdlového roztoku, začne se sirka pohybovat směrem od mýdlového roztoku k čisté vodě. Určete velikost a směr síly působící na sirku. Povrchové napětí vody je  $73 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ , mýdlového roztoku  $40 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ .

[1,3 mN]

Kapilára změřila 100 kapek lihu s hmotností 1,81 g. Stejný počet kapek vody z téže kapiláry a téže teploty má hmotnost 6,26 g. Určete povrchové napětí lihu  $\sigma_1$  (líh) pokud víte, že povrchové napětí vody je  $\sigma_2(\text{H}_2\text{O}) = 73 \cdot 10^{-3} \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ .

[  $21,1 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  ]

Jaký plošný obsah musí mít ledová kra (tvaru kvádru) tloušťky 30 cm, která unese člověka se zavazadly o celkové hmotnosti 96 kg.

$$\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$\rho_1 = 920 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$h = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$$

$$m = 96 \text{ kg}$$

$$\rho_1 V + m = \rho V'$$

$$\rho_1 V + m = \rho V$$

$$m = \rho V - \rho_1 V$$

$$m = V(\rho - \rho_1)$$

$$m = S \cdot h(\rho - \rho_1)$$

$$S = \frac{m}{h(\rho - \rho_1)}$$

$$S = \frac{96 \text{ kg}}{0,3 \text{ m} (1000 \text{ kg.m}^{-3} - 920 \text{ kg.m}^{-3})} = \frac{96 \text{ kg}}{24 \text{ kg.m}^{-2}} = \underline{4 \text{ m}^2}$$

$$S = 4 \text{ m}^2$$

$V' = V$  – celá kra ledu je namočená

Ocelová koule ( $\rho_1 = 7800 \text{ kg.m}^{-3}$ ) je zavěšena na vlákně a ponořena do vody ( $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ). Objem koule je  $V = 1 \text{ dm}^3$ . Jakou silou je napínané vlákno?

[68 N]

Hustota těla ryby o hmotnosti 5,25 kg je  $1,05 \text{ g.cm}^{-3}$ . O kolik kg musí ryba zhubnout (beze změny objemu), aby mohla normálně plavat? ( $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ).

[0,25 kg]

Hustota mořské vody je  $1030 \text{ kg.m}^{-3}$ , hustota ledu je  $915 \text{ kg.m}^{-3}$ . Kolik procent ledovce vyčnívá nad volnou hladinou moře?

[11 %]

Balón tvaru koule je naplněn vodíkem ( $\rho_1 = 0,09 \text{ kg.m}^{-3}$ ). Jaký musí být poloměr balónu, aby mohl nést zátěž 350 kg. Hustota vzduchu je  $\rho = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$ .

[4,1 m]

Zkumavka se stejným průřezem zatížená broky se ponoří do vody do hloubky 18 cm, ve zředěné kyselině sírové do hloubky 16 cm. Určitě hustotu zředěné kyseliny sírové.

[1125  $\text{kg.m}^{-3}$ ]

Kuličku zvažíme ve vzduchu i ve vodě. Získané hodnoty jsou  $F_g = 1,4 \text{ N}$ ,  $F = 0,84 \text{ N}$ . Hustota vody:  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ .

[2500  $\text{kg.m}^{-3}$  = sklo, 2,37 cm]

Pomocí hydrostatických vah se zjistilo, že předmět má ve vzduchu hmotnost 1,3 kg a v destilované vodě hmotnost 1,17 kg. Je předmět ze zlata? Hustota zlata je  $19320 \text{ kg.m}^{-3}$ .

[10000  $\text{kg.m}^{-3}$ ]



Nafta ( $\rho = 830 \text{ kg.m}^{-3}$ ) je dopravována potrubím o průměru 40 cm rychlostí  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$ . Určete: a) hydrodynamický tlak v potrubí, b) hmotnost nafty přepravené za 1 hodinu.

$$d = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$r = 0,2 \text{ m}$$

$$v = 1,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 1 \text{ hod.} = 3600 \text{ s}$$

$$\rho = 830 \text{ kg.m}^{-3}$$

a.)

$$p = \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$p = \frac{1}{2} 830 \text{ kg.m}^{-3} \cdot (1,5 \text{ m.s}^{-1})^2 = 933,75 \text{ Pa}$$

$$p \doteq 934 \text{ Pa}$$

b.)

$$m = \rho V = \rho S \cdot s = \rho S \cdot v \cdot t = \rho \pi r^2 \cdot v \cdot t$$

$$m = \rho \pi r^2 \cdot v \cdot t$$

$$m = 830 \text{ kg.m}^{-3} \cdot 3,14 \cdot (0,2 \text{ m})^2 \cdot 1,5 \text{ m.s}^{-1} \cdot 3600 \text{ s} = 562939,2 \text{ kg} \doteq 563 \text{ ton}$$

$$m \doteq 563 \text{ ton}$$

Malá vodní elektrárna využívá energii vody, která proudí do turbíny z výšky 4 m. Při jakém objemovém průtoku bude mít turbína výkon 600 kW, pokud její účinnost je 75%.

$$h = 4\text{m}$$

$$P = 600 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$\eta = 0,75$$

$$\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\eta = \frac{P}{P_p} \quad Q = \frac{V}{t} \quad m = \rho \cdot V$$

$$P_p = \frac{P}{\eta}$$

$$\frac{E_p}{t} = \frac{P}{\eta}$$

$$\frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{P}{\eta}$$

$$P = \frac{m \cdot g \cdot h \cdot \eta}{t} = \frac{\rho V \cdot g \cdot h \cdot \eta}{t} = \frac{V}{t} \cdot \rho \cdot g \cdot h \cdot \eta = Q \cdot \rho \cdot g \cdot h \cdot \eta$$

$$Q = \frac{P}{\rho \cdot g \cdot h \cdot \eta}$$

$$Q = \frac{600 \cdot 10^3 \text{ W}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 4 \text{ m} \cdot 0,75} = 20 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Potrubím s proměnným průřezem proteče 5 litrů vody za sekundu. Jak velká je rychlost protékající vody v místech s průřezy a) 20 cm<sup>2</sup> a b) 100 cm<sup>2</sup> ?

[a) 2,5 m.s<sup>-1</sup>, b) 0,5 m.s<sup>-1</sup>]

Čerpadlo načerpá za 1 minutu 300 l vody. Přívodní potrubí má průměr 80 mm, výtokovým potrubím proudí voda rychlostí 8 ms<sup>-1</sup>. Určete rychlost vody v přívodním potrubí a průměr výtokového potrubí.

[1 m.s<sup>-1</sup> a 28,3 mm]

Do nádoby tvaru válce přiteče každou minutu 18,84 litrů vody. Otvorem na dně s průměrem 1 cm současně voda vytéká. V jaké výšce se ustálí hladina vody za předpokladu ideálního výtoku kapaliny?

$$d = 1\text{ cm}$$

$$r = 0,5\text{ cm} = 0,005\text{ m}$$

$$\text{za } 1\text{ min} \dots\dots\dots 18,84\text{ l} = 0,01884\text{ m}^3$$

$$\text{za } 1\text{ sec} \dots\dots\dots \frac{0,01884\text{ m}^3}{60} = 0,000314\text{ m}^3$$

$$Q = 0,000314\text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

*Výtoková rychlost*

$$Q = S \cdot v$$

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi r^2}$$

$$v = \frac{0,000314\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3,14 \cdot (0,005\text{ m})^2} = 4\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Výška hladiny**

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

$$h = \frac{(4\text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 10\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = \frac{16\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{20\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = \frac{16}{20}\text{ m} = 0,8\text{ m}$$

$$h = 0,8\text{ m}$$

Jakou rychlostí padá kapka deště, pokud její hmotnost je 0,005 g, poloměr 2,26 mm.  $\rho$  (vzduch) = 1,3 kg.m<sup>-3</sup>, C = 0,4

$$m = 0,005 \text{ g} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

$$r = 2,26 \text{ mm} = 2,26 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\rho \text{ (vzduch)} = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$C = 0,4$$

*Čelní průřez:*

$$S = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot (2,26 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 = 16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

*Odporová síla:*

$$F = m \cdot g = 5 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot 10 \text{ m.s}^{-2} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

$$F = \frac{1}{2} C S \rho v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{C \cdot S \cdot \rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ N}}{0,4 \cdot 16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 1,3 \text{ kg.m}^{-3}}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-6} \text{ N}}{8,32 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^{-1}}} = 3,47 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v = 3,47 \text{ m.s}^{-1}$$

Jaká odporová hydrodynamická síla působí na kouli o poloměru  $r = 2,5 \text{ cm}$ , pokud kouli obtéká voda rychlostí  $1,8 \text{ ms}^{-1}$ .  $C = 0,48$

$$r = 2,5 \text{ cm} = 0,025 \text{ m}$$

$$v = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$C = 0,48$$

$$\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$$

Čelný prierez gule:

$$S = \pi.r^2$$

$$S = 3,14.(0,025\text{m})^2 = 0,0019625\text{m}^2$$

Odporová síla:

$$F = \frac{1}{2} C.S.\rho.v^2$$

$$F = \frac{1}{2} 0,48.0,0019625\text{m}^2 . 1000\text{kg.m}^{-3} . (1,8\text{m.s}^{-1})^2 = 1,526\text{N}$$

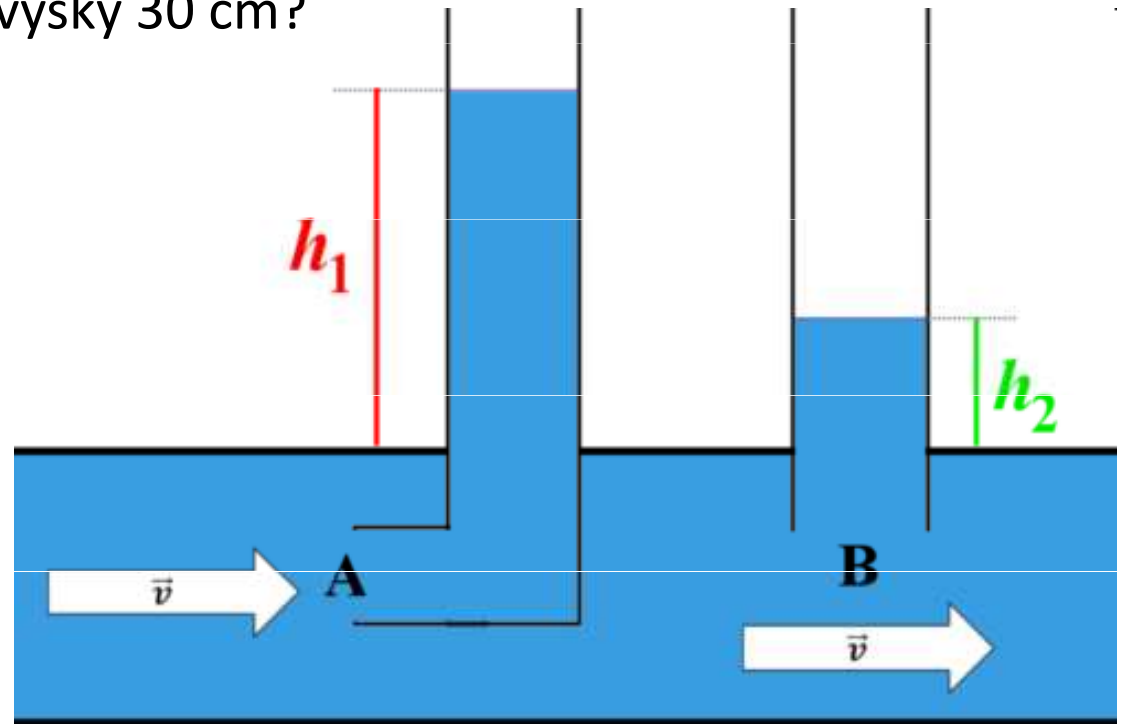
$$F \doteq 1,53\text{N}$$

Na ponorku působí odporová hydrodynamická síla 3600 N. Ponorka má kolmý průřez  $15 \text{ m}^2$  a pohybuje se rychlostí  $14,4 \text{ km.h}^{-1}$ . Určete součinitel odporu ponorky  $C$ .

[0,03]

Do vodorovného potrubí jsou vloženy dvě manometrické trubice; jedna z nich je rovná, druhá ohnutá do pravého úhlu a obrácená otvorem proti směru proudění kapaliny. Jaká je rychlost tohoto proudění, jestliže v rovné trubici vystoupila voda do výšky 10 cm a v ohnuté trubici do výšky 30 cm?

[2 m.s<sup>-1</sup>]



Mosazná koule ( $\alpha = 1,8 \cdot 10^{-1} \text{K}^{-1}$ ) má při teplotě  $15^\circ\text{C}$  poloměr  $r_1 = 2 \text{ cm}$ . O kolik  $^\circ\text{C}$  ji třeba ohřát, aby neprošla kruhovým otvorem o poloměru  $r_2 = 2,02 \text{ cm}$ ?

$$\alpha = 1,8 \cdot 10^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$r_1 = 2 \text{ cm}$$

$$r_2 = 2,02 \text{ cm}$$

$$V = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta t)$$

$$V = V_0 + V_0 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$V - V_0 = V_0 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{V - V_0}{V_0 \cdot 3 \cdot \alpha} = \frac{\frac{4}{3} \pi (r_2^3 - r_1^3)}{\frac{4}{3} \pi r_1^3 \cdot 3 \cdot \alpha} = \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_1^3 \cdot 3 \cdot \alpha}$$

$$\Delta t = \frac{(2,02 \text{ cm})^3 - (2,00 \text{ cm})^3}{(2,00 \text{ cm})^3 \cdot 3 \cdot 1,8 \cdot 10^{-1} \text{K}^{-1}} = \frac{8,2424 \text{ cm}^3 - 8,0000 \text{ cm}^3}{8 \text{ cm}^3 \cdot 3 \cdot 1,8 \cdot 10^{-1} \text{K}^{-1}} = 0,00561 \cdot 10^5 \text{ K}$$

$$\Delta t = 561 \text{ K} = 561^\circ \text{C}$$