Mechanika kontinua

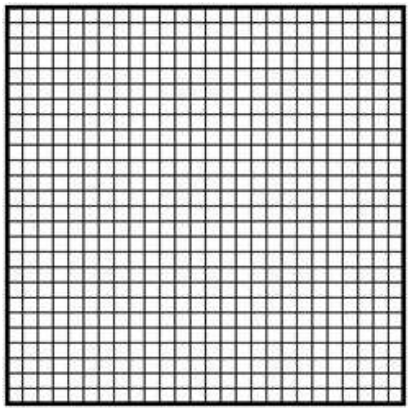
Struktura pevných látek

Pevné látky jsou látky, které si zachovávají svůj tvar, na rozdíl od kapalných a plynných látek. Dělí se na krystalické a amorfní.

Krystalické látky

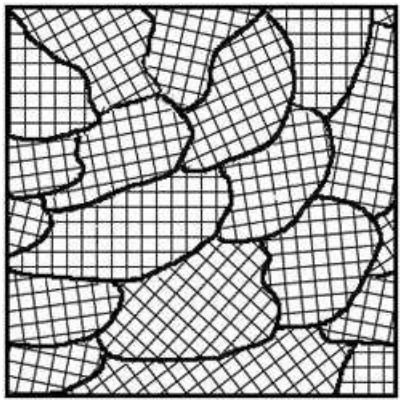
mají pravidelné uspořádání částic (atomů, molekul, iontů) , z nichž jsou složeny; vyskytují se buď jako monokrystaly nebo polykrystaly.

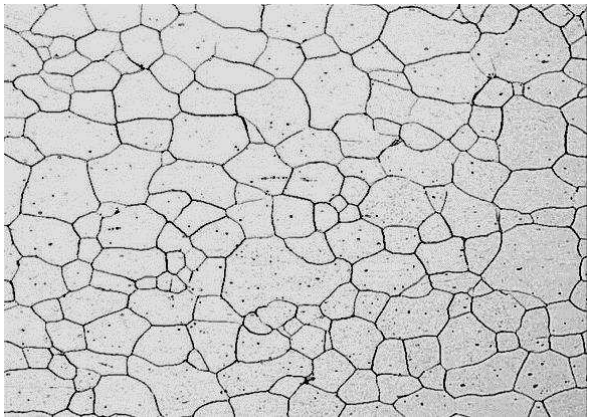
Monokrystaly mají pravidelné uspořádání částic uvnitř monokrystalu a dalekodosahové uspořádání. Pravidelné uspořádání částic dává monokrystalům pravidelný geometrický tvar. Typickou vlastností monokrystalů je **anizotropie** - tj. některé fyzikální vlastnosti látek jsou závislé na směru vzhledem ke stavbě krystalu (např. štípání slídy nebo křemene v určitých rovinách jde mnohem snáze než ve směrech jiných, …). Monokrystaly tvoří např. jsou NaCl, SiO_2, diamant,…



Krystaly sádrovce, Naica (Mexiko)

Polykrystaly tvoří většina pevných látek (všechny kovy, zeminy, prach,…), skládají se z velkého počtu drobných krystalů – zrn (10μm - několik milimetrů), uvnitř zrn jsou částice uspořádány pravidelně, poloha zrn je však náhodná. Různá orientace zrn u polykrystalických látek způsobuje, že jsou **izotropní**, tj. polykrystaly látky mají ve všech směrech uvnitř krystalu stejné vlastnosti (např. roztažnost při zahřívání).

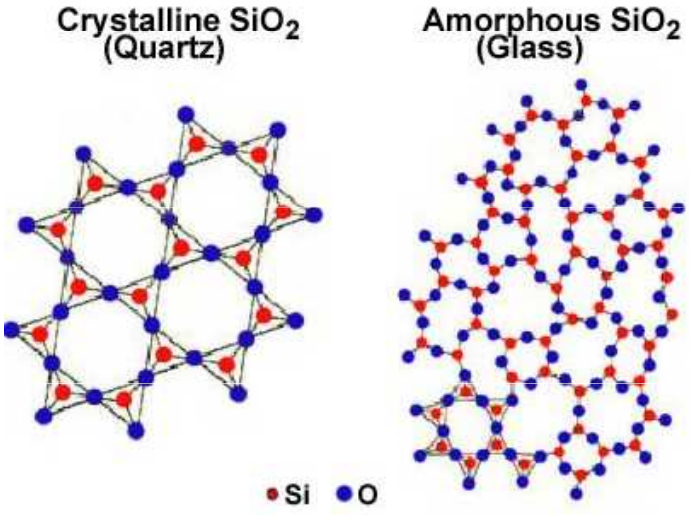


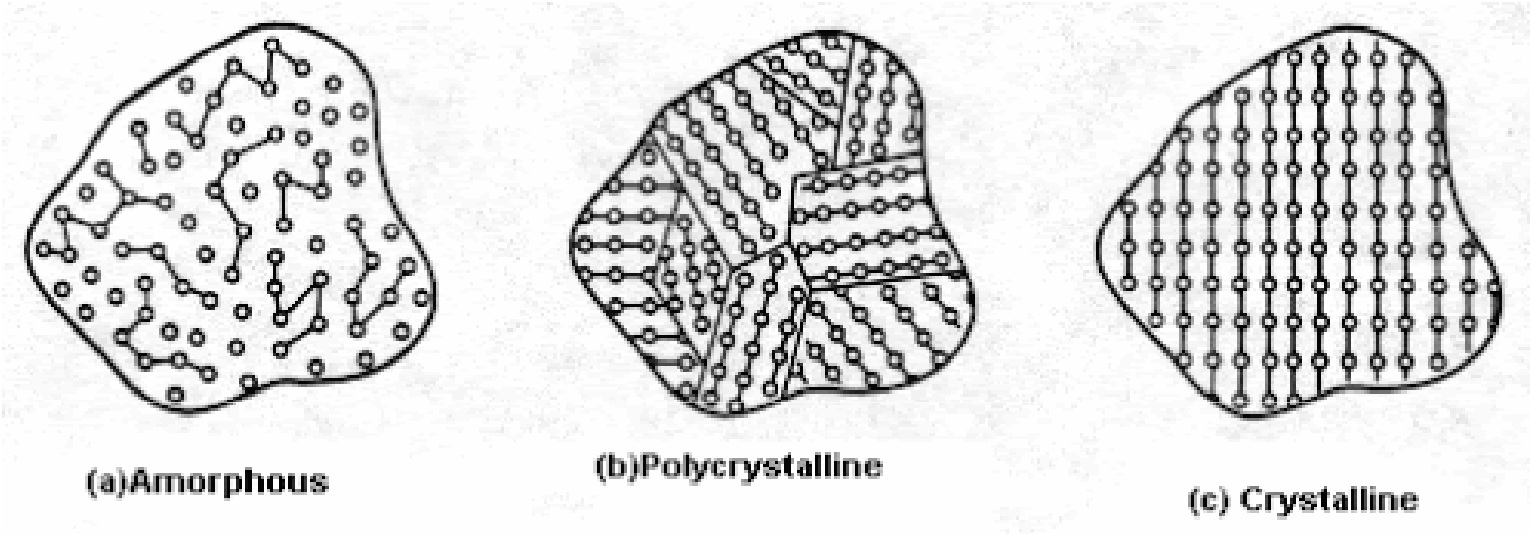


ocel

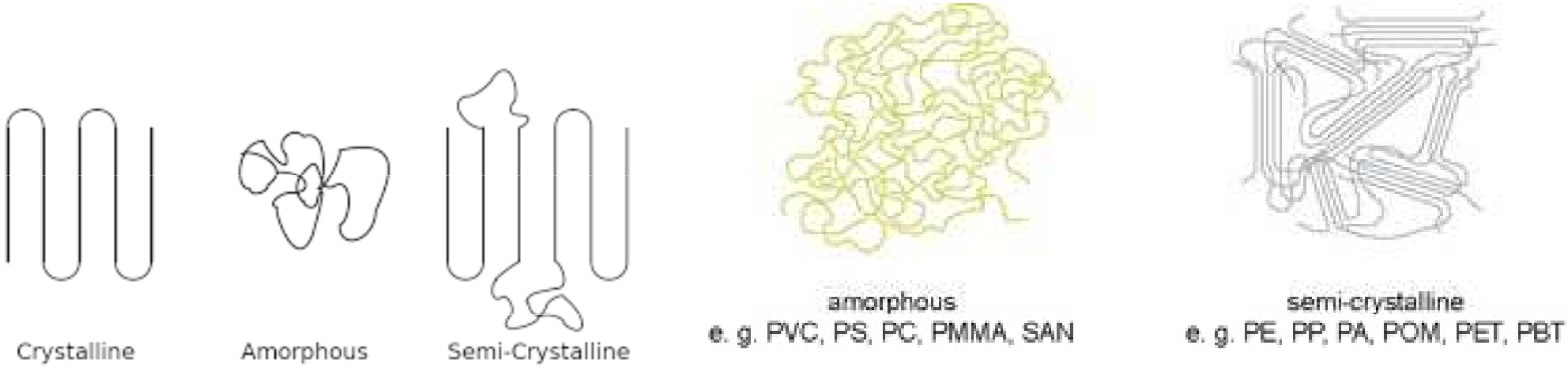
Amorfní látky

periodické uspořádání částic je omezeno na vzdálenost do zhruba 10^{-8} m, na větších vzdálenostech je pravidelnost uspořádání porušena. Amorfní látky se vyznačují krátkodosahovým uspřádáním. Patří sem sklo, pryskyřice, vosk, asfalt, pasty, …



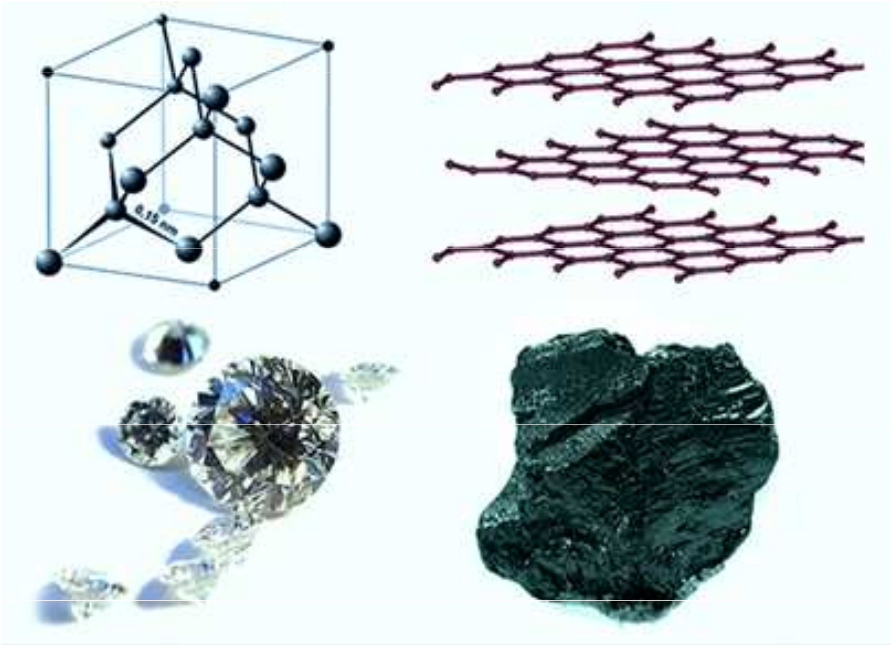


Polymery - tvoří zvláštní skupinu amorfních látek organického původu (kaučuk, bavlna, celulóza, bílkoviny, termoplasty, …). Jejich dlouhé makromolekuly jsou často navzájem propleteny, stočeny do klubíček nebo vytvářejí sítě.

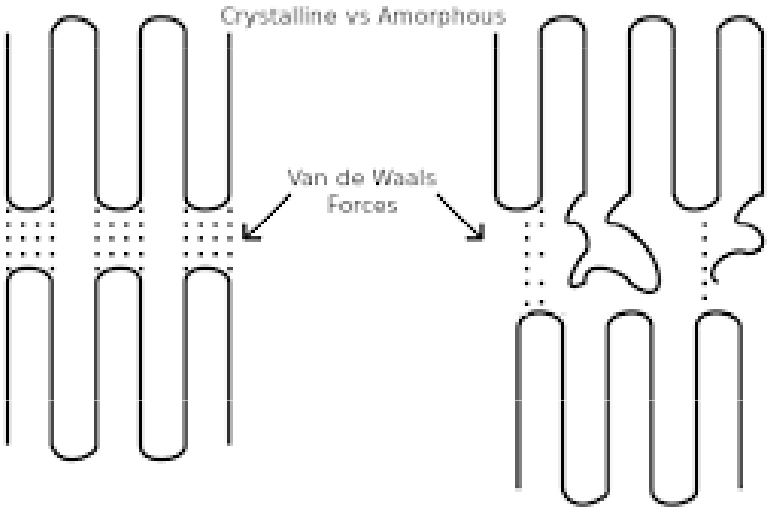


Vazby

Iontová
Kovalentní
Kovová
Vodíková
van der Waalsova



Polymery



Diamond	Graphite
Diamond Is Transparent	Graphite Is Black And Opaque
Diamond Is A Poor Conductor Of Electricity, But Is A Good Conductor Of Heat.	Graphite On The Other Hand Is A Good Conductor Of Heat And Electricity.
Diamond Is Hardest Substance Known In Nature	Graphite Is Soft And Slippery To Touch
Density Of Diamond Is More	Density Of Graphite Is Comparatively Less
It Is Insoluble In All Solvents	It Is Insoluble In All Ordinary Solvents
Diamond Is The Ultimate Abrasive	Graphite Is A Very Good Lubricant
Diamond Crystallizes In The Isometric System	Graphite Crystallizes In The Hexagonal System
It Occurs As Octahedral Crystals	It Occurs As Hexagonal Crystals

Hustota pevných látek

Hustota **homogenního tělesa** je dána jako poměr hmotnosti tělesa a jeho objemu. Jednotkou hustoty je $kg.m^{-3}$ ($g.ml^{-1}$).

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Hustota v jednotlivých částech tělesa nemusí být stejná (obecně je tedy hustota funkcí souřadnic). V takovém případě je potřeba sledovat hustotu v různých částech tělesa

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

Pokud je těleso popisováno **soustavou hmotných bodů**, potom lze hmotnostní element Δm vyjádřit jako součet hmotností jednotlivých bodů, které se nacházejí v objemu ΔV, tzn.

$$\Delta m = \sum_{i \in \Delta V} m_i$$

kde m_i je hmotnost i-tého hmotného bodu.

U těles s rovnoměrným rozložením látky v prostoru, lze pro získání hustoty v daném bodě použít vztah

$$\rho = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

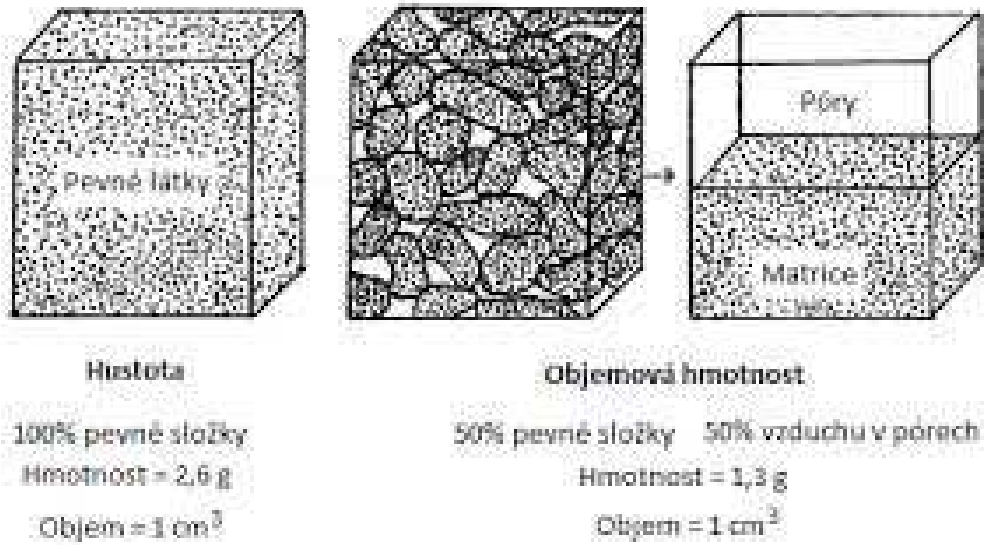
Limitní proces končí na elementech objemu, ve kterých se neprojevuje částicová struktura látek.

Průměrná hustota pevných látek odpovídá jejich průměrné hmotnosti vztažené na jednotku objemu

$$\rho_p = m_p.V \qquad [\varrho] = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Objemová hmotnost pevných látek

Objemová hmotnost látky je definována jako poměr hmotnosti tělesa ku celkovému objemu tělesa stanoveného z vnějších rozměrů (tj. včetně pórů, mezer a dutin). Objemová hmotnost látky je veličina závislá nejen na hustotě vlastní látky (v kompaktním stavu), ale i na hustotě látky vyplňující póry.



Příklad

Bude-li žula v kompaktní formě, bude mít krychle o straně 1 m hmotnost cca 2700 kg, hustota bude tedy 2700 kg/m^3. Bude-li materiálem žulový štěrk, do nádoby stejného objemu se vejde pouze cca 2000 kg štěrku (obsahujícího i vzduchové mezery), objemová hmotnost bude tedy 2000 kg/m^3. Žula ve formě štěrku má tedy jinou objemovou hmotnost než hustotu. Stejně tak pytel brambor má jinou objemovou hmotnost než je hustota samotného bramboru. Podobné platí pro pórovité formy látek – např. kompaktní forma nějakého plastu má větší hustotu než je objemová hmotnost jeho pěnové formy.

Příklad

Vnější objem prázdné duté nádoby (objem dutiny + stěn) je 22 dm^3. Její hmotnost je 15 kg. Hustota materiálu stěn je 7,5 g.cm^{-3}. Vypočítejte objem kapaliny, který může nádoba pojmout.

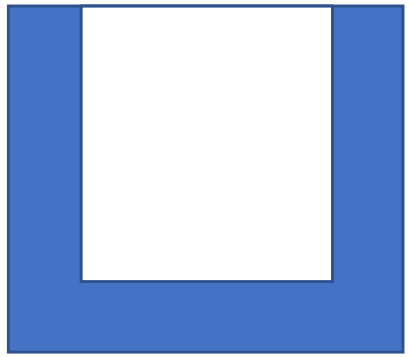
$V_1 = 22\ dm^3 = 22\ l$

$m = 15\ kg$

$\rho_m = 7{,}5\ g.cm^{-3} = 7500\ kg.m^{-3}$

$V_m = m/\rho_m = 15/7500 = 0{,}002\ m^3 = 2\ l$

$V = V_1 - V_m = 22 - 2 = \underline{20\ l}$



Deformace pevného tělesa

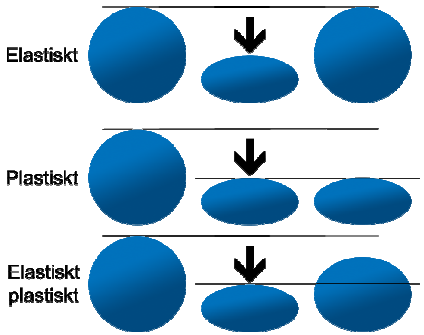
Deformace pevného tělesa je změna jeho rozměrů a objemu, která je zpravidla doprovázena změnou tvaru tělesa. Deformace nastává působením vnějších sil. Ke změně tvaru tělesa je třeba vykonat práci na změnu vazeb mezi částicemi.

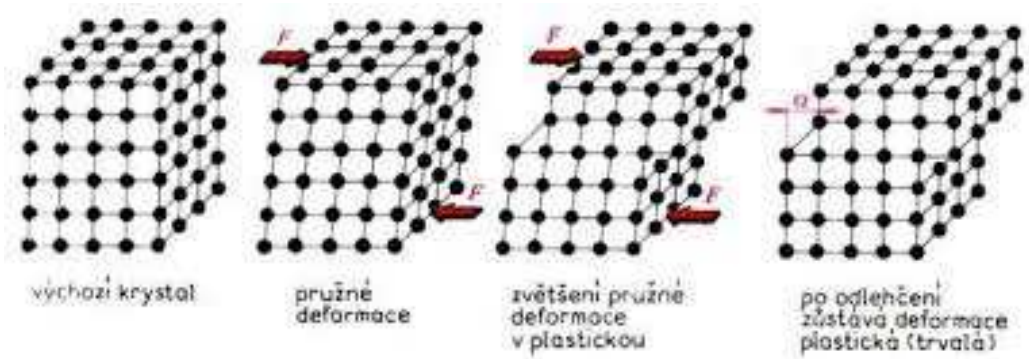
Druhy deformace tělesa podle doby trvání:

1. pružná (elastická) - nepůsobí vnější síly, deformace vymizí. Tělesa jsou pružná (elastická), deformace je dočasná.
Příklad: malé prodloužení pružiny nebo ohnutí ocelového pásku.

2. tvárná (plastická) - deformace, která přetrvává i pokud přestanou působit vnější síly.
Příklad: změna tvaru kovového tělesa při kování nebo válcování.

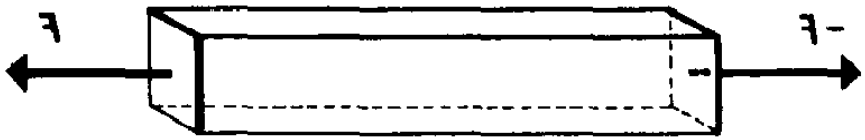
V praxi se vyskytují většinou oba druhy deformace současně.





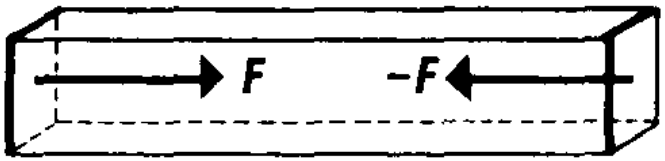
***Druhy deformace tělesa podle změny v krystalové mřížce*:**

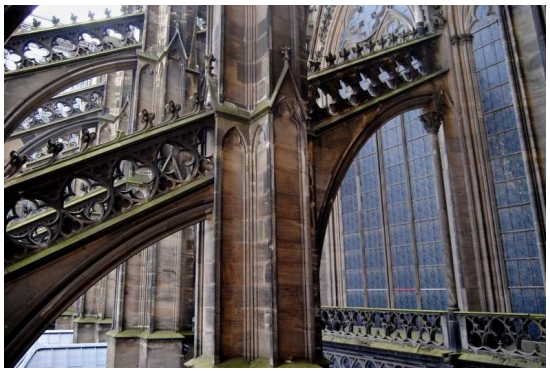
1. deformace tahem: vzniká působením dvou opačných sil směřujících ven z tělesa, důsledek = zmenšení průřezu a zvětšení délky



Touto deformací jsou namáhány např. závěsná lana jeřábu.

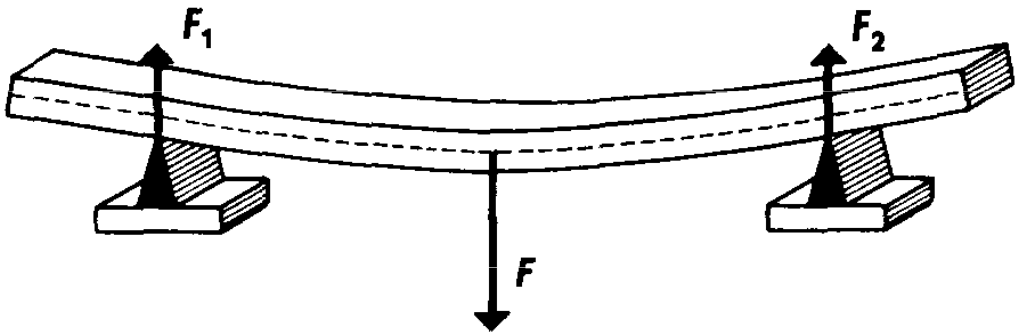
2. deformace tlakem: vzniká působením dvou opačných sil směřujících dovnitř tělesa, důsledek = zvětšení průřezu a zmenšení délky





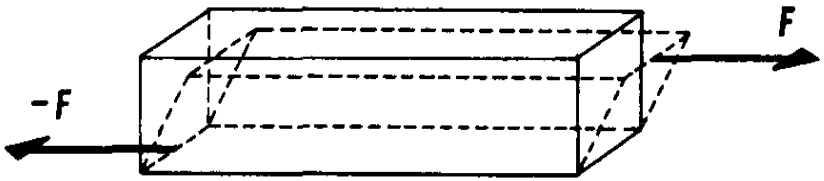
Touto deformací jsou namáhány: pilíře, nosníky

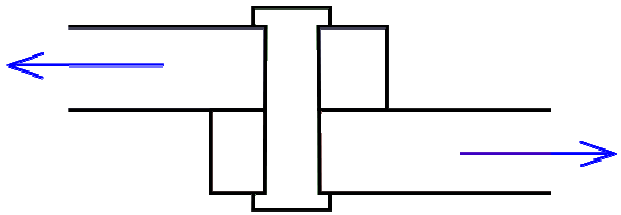
3. deformace ohybem: horní vrstva je namáhána v tlaku a spodní v tahu, přičemž střední vrstva zachovává svou délku



Touto deformací jsou namáhány: nosníky

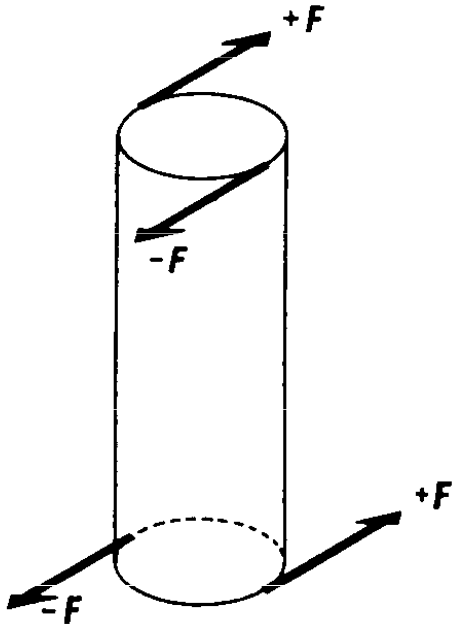
4. deformace smykem (střihem): působení dvou opačných sil v rovinách podstav





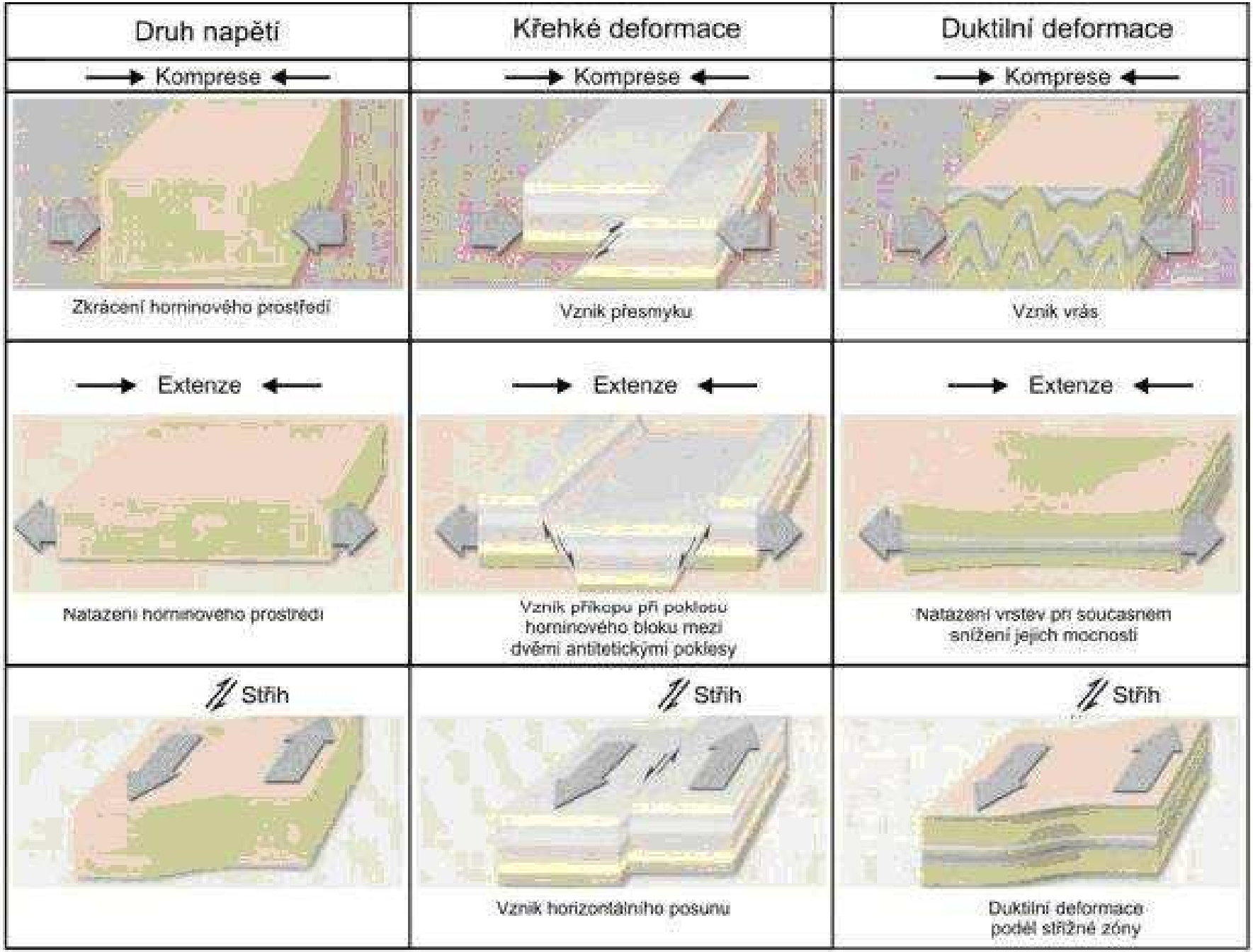
Touto deformací jsou namáhány: nýty, šrouby

5. deformace kroucením: na koncích tyče působí dvě dvojice sil se stejným momentem ale opačného směru



Touto deformací jsou namáhány: hřídele, šrouby, vrtáky

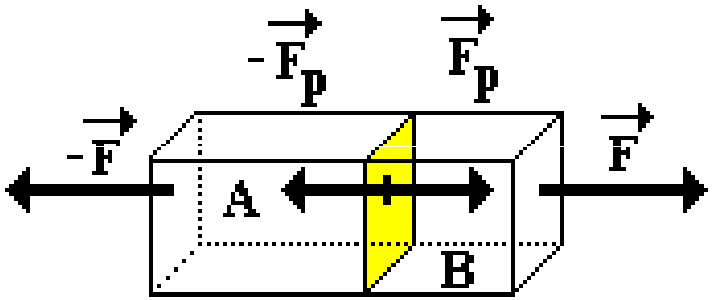
Geologické struktury



Normálové napětí

Normálové napětí σ_n charakterizuje stav napjatosti uvnitř tělesa.

kde $\mathbf{F_p}$ je velikost síly pružnosti působící kolmo na plochu příčného řezu o obsahu **S**. Hlavní jednotkou normálového napětí je **Pa**. V praxi se využívá násobných jednotek MPa nebo GPa.



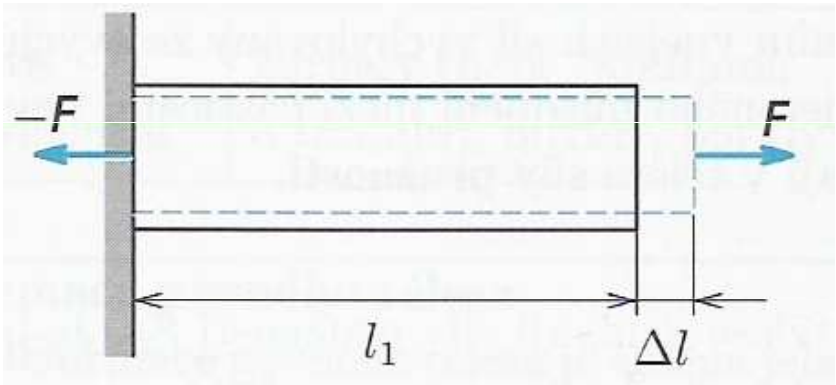
Pomocí $\boldsymbol{\sigma_n}$ můžeme určit, kdy je ještě deformace pružná. Měříme veličinou **mez pružnosti** $\boldsymbol{\sigma_E}$, což je experimentálně určená největší hodnota $\boldsymbol{\sigma_n}$, při kterém je ještě deformace pružná. Při vyšším $\boldsymbol{\sigma_n}$ je těleso trvale deformováno. Překročí-li normálové napětí tzv. **mez pevnosti** $\boldsymbol{\sigma_p}$, poruší se soudržnost materiálu (drát se přetrhne, cihla se rozpadne).

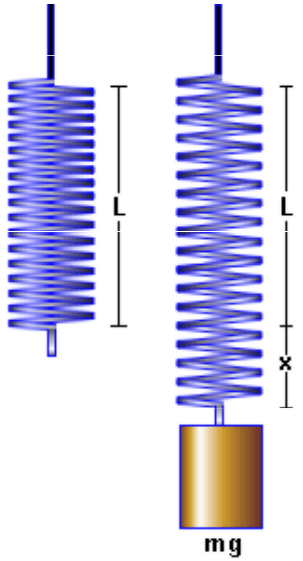
Hookův zákon elasticity

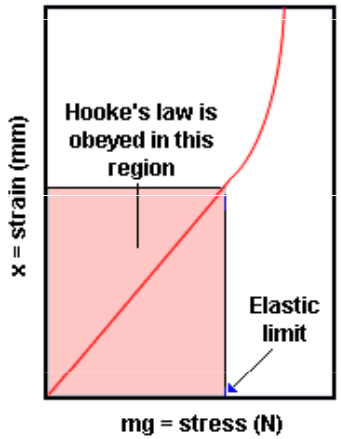
Pro hodnoty normálového napětí menší než **mez úměrnosti** σ_u je normálové napětí přímo úměrné relativnímu prodloužení:

$$\sigma_n = E \cdot \varepsilon$$

σ_n [Pa] – normálové napětí
ε [nemá jednotku] – relativní prodloužení
E [Pa] – konstanta úměrnosti, nazvaná Youngův modul pružnosti (modul pružnosti v tahu)







Pokud je objekt konstantního průřezu *A* namáhán jenom normálovou silou, lze určit prodloužení

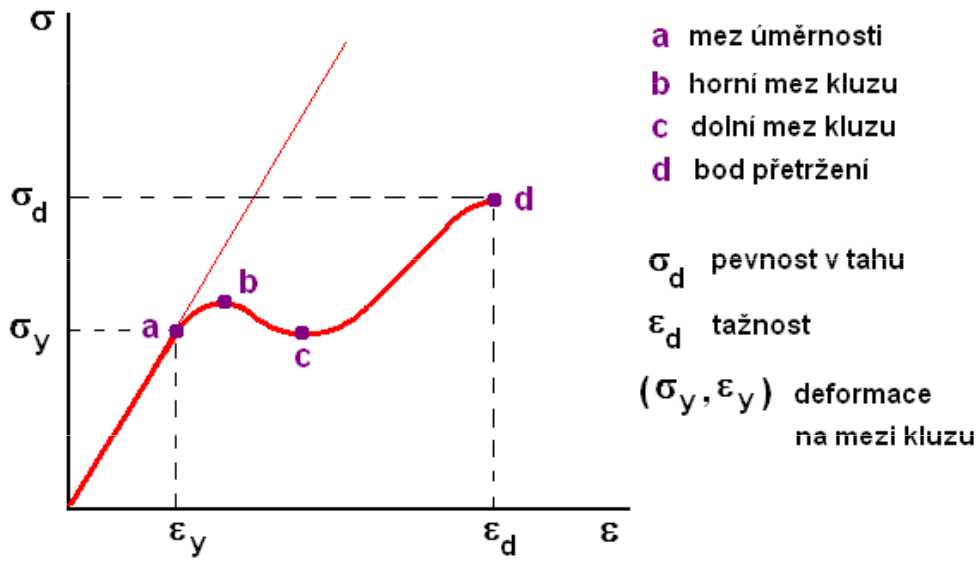
$$\Delta l = \varepsilon \cdot l_0 = \frac{\sigma}{E} \cdot l_0 = \frac{N \cdot l_0}{E \cdot A} = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot A}$$

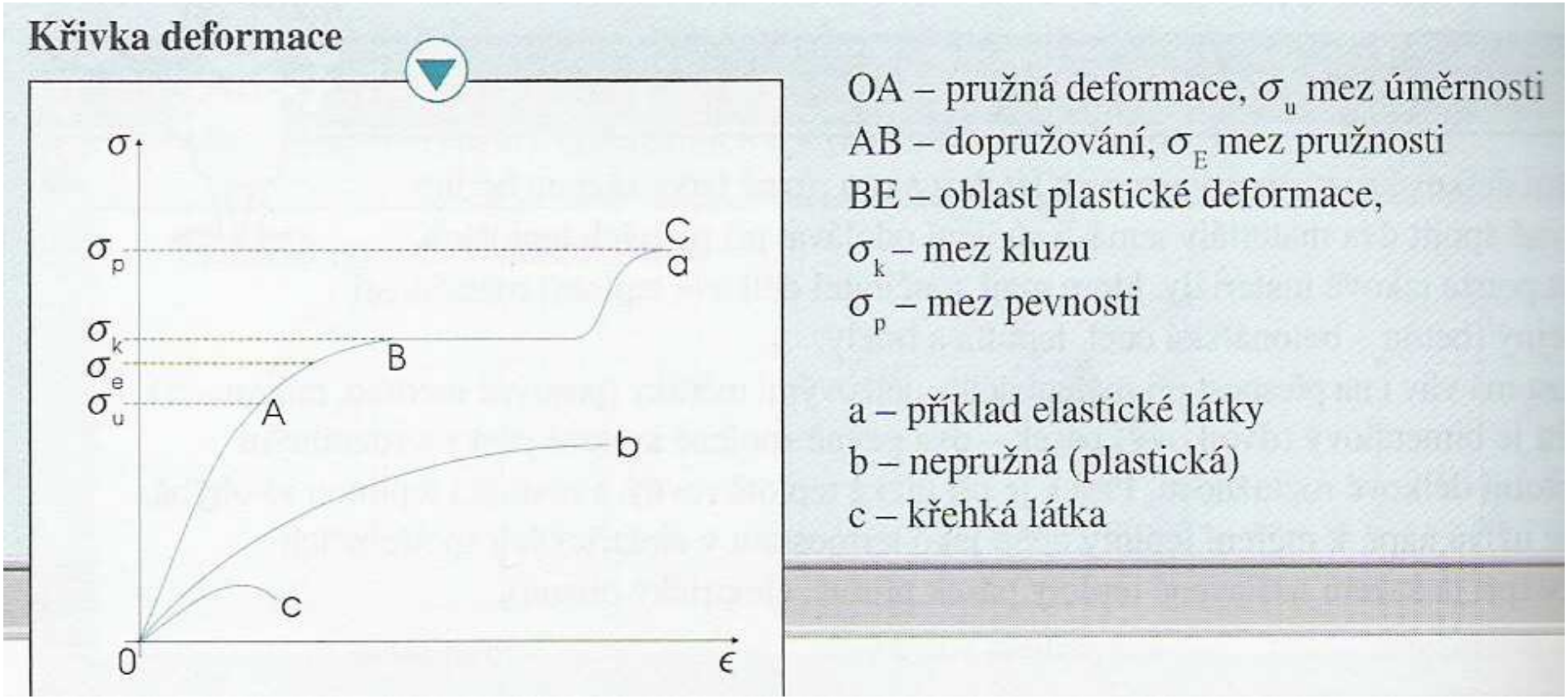
kde Δl je absolutní změna délky součásti a l_0 resp. l_1 její původní délka.

Křivka deformace

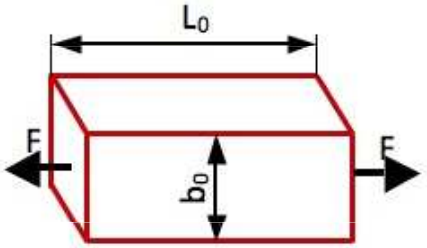
graf závislosti normálového napětí σ_n na relativním prodloužení ε

Hookův zákon platí pouze pro malé deformace, tj. pouze v lineární oblasti křivky deformace.

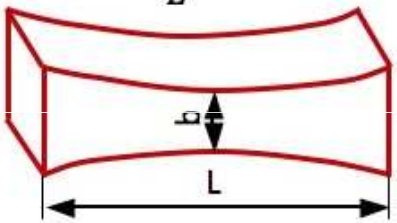




Poissonovo číslo označuje poměr relativního prodloužení tyče k jejímu relativnímu příčnému zkrácení – zúžení při namáhání tahem. Označuje se písmenem *m*, je bezrozměrná a v absolutní hodnotě větší než 1. Konstanta je závislá na typu materiálu.



$$\mu = \frac{\frac{b - b_0}{b}}{\frac{L - L_0}{L}} \leq 0{,}5$$

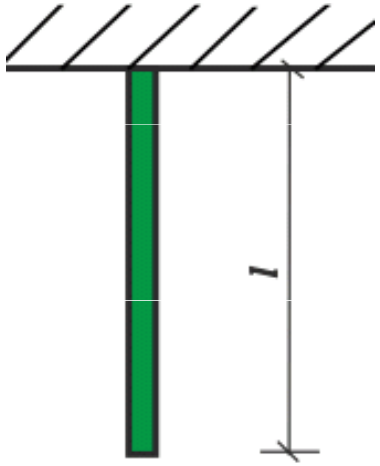


Material	Elastic modulus (MPa)	Poisson's ratio
Dentin	18.6×10^3	0.31
Periodontal ligament	69	0.45
Cortical bone	13.7×10^3	0.30
Sponge bone	13.7×10^3	0.30
Gutta-percha	0.69	0.45
Zirconia post	150×10^3	0.25
Fiber glass post	40×10^3	0.32
Quartz fiber post	13 GPa	0.3
Composite resin	22.2×10^3	0.28
Ceramic crown	96×10^3	0.26

MPa: Megapascal

Příklad

Jak dlouhý by musel být železný drát, aby se roztrhl vlastní tíhou, když ho na jednom konci zavěsíme? Hustota železa je 7,8 g.cm^{-3}, a mez pevnosti železa je 320 MPa.



Největší zatížení drátu je v místě upevnění, drát je zde napínán celou svou tíhou. Aby se drát roztrhl, musíme uvažovat že σ má velikost meze pevnosti.

$\rho = 7{,}8\ \text{g.cm}^{-3}$

$\sigma = 320\ \text{MPa}$

$l = ?$

$G = m.g = V.\rho.g$

$\sigma = G/S = l.S.\rho.g/S = l.\rho.g$

$l = \sigma/\rho.g = 320 \cdot 1067{,}8 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 = \underline{4{,}2 \cdot 10^3\ \text{m}}$

Příklad

Určete práci, kterou je třeba provést, aby se ocelová tyč (E = 220 GPa) délky 1m, průřezu 1 cm^2 prodloužila při pružné deformaci v tahu o 1 mm.

$l_0 = 1$ m
$\Delta l = 1mm = 1.10^{-3}$ m
$S = 1cm^2 = 1.10^{-4}\ m^2$
$E = 220.10^9$ Pa

$$\frac{F}{S} = E.\frac{\Delta l}{l_0}$$

$$F = S.E.\frac{\Delta l}{l_0}$$

$$W = F.\Delta l$$

$$W = S.E.\frac{\Delta l}{l_0}.\Delta l$$

$$W = \frac{S.E.(\Delta l)^2}{l_0}$$

$$W = \frac{10^{-4}\,m^2\,220.10^9\,Pa.10^{-6}\,m^2}{1m} = 220.10^{-1}\,Pa.m^3 = 22\frac{Nm^3}{m^2}$$

$$W = 22\,N.m = 22\,J$$

$$W = \underline{22\,J}$$

Tvrdost

Tvrdost odolnost povrchových oblastí materiálu proti místnímu porušení cizím tělesem. Závisí na pevnosti vazby mezi částicemi v krystalové struktuře materiálu. Čím je vzdálenost částic menší, tím je vazba zpravidla pevnější a materiál tvrdší. Vazby mezi vzdálenějšími částicemi jsou slabší, a proto je materiál měkčí.

Mohsova stupnice tvrdosti

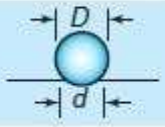
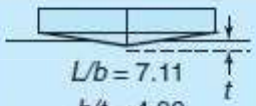
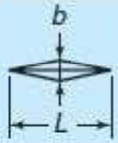
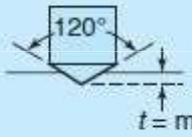
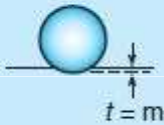
používá se především v mineralogii, vyjadřuje schopnost jednoho materiálu dělat vrypy do druhého.

Mohsova stupnice tvrdosti		
relativní tvrdost	minerál	účinek
1	mastek	nehet se zařezne
2	sůl kamenná	nehet ji rýpe
3	kalcit	měděný plech ho rýpe
4	fluorit	hřebík ho lehce rýpe
5	apatit	kapesní nůž ho ještě rýpe
6	živec – ortoklas	ocelový pilník ho rýpe
7	křemen	rýpe do skla
8	topaz	rýpe do skla
9	korund	rýpe do skla
10	diamant	rýpe do skla

K měření tvrdosti technických materiálů (kovy, betony, …) se používají metody

zkoušky vrypové (Martens)
zkoušky vnikací (Brinell, Knoop, Rockwell, Vickers)
zkoušky odrazové (Shore)

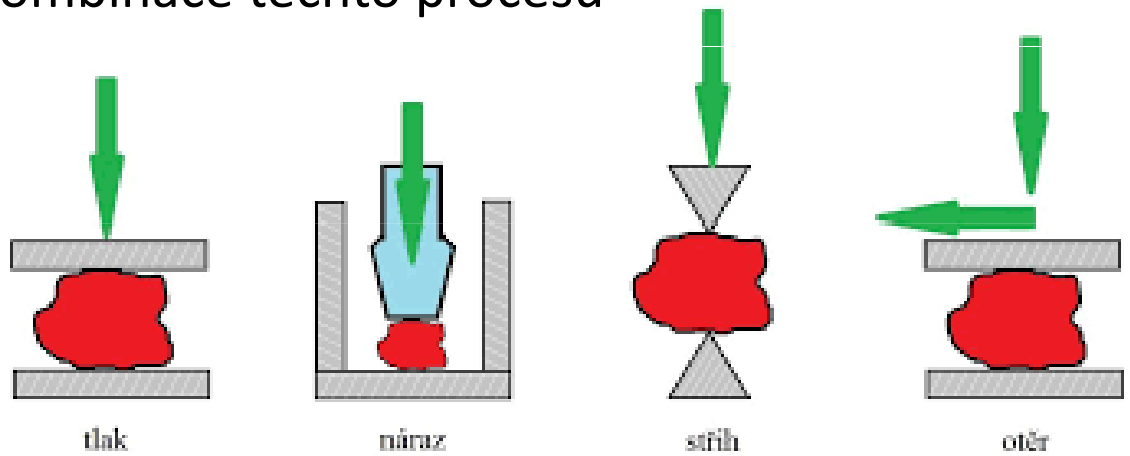
statické (tvrdost podle Brinella, Knoopa, Rockwella, Vickerse)
dynamické (Poldi kladívko, Baumanovo kladívko, Shoreho skleroskop, duroskop)

Test	Indenter	Shape of indentation: Side view	Shape of indentation: Top view	Load, P	Hardness number
Brinell	10-mm steel or tungsten-carbide ball			500 kg 1500 kg 3000 kg	$HB = \frac{2P}{(\pi D)\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)}$
Vickers	Diamond pyramid			1–120 kg	$HV = \frac{1.854P}{L^2}$
Knoop	Diamond pyramid			25 g–5 kg	$HK = \frac{14.2P}{L^2}$
Rockwell A C D	Diamond cone			60 kg 150 kg 100 kg	HRA HRC HRD $= 100 - 500t$
B F G	$\frac{1}{16}$-in. diameter steel ball			100 kg 60 kg 150 kg	HRB HRF HRG $= 130 - 500t$
E	$\frac{1}{8}$-in. diameter steel ball			100 kg	HRE

Drcení a mletí

= přenos mechanické energie mlecích agregátů na rozmělňovaný materiál, jehož krystaly jsou pod mechanickým napětím. Přenos energie způsobuje šíření trhlin, které jsou následované lomem. Tímto mechanismem je zvýšen měrný povrch částic (zmenšen průměr velikosti částic), což má za následek zvýšení kapilárních sil v objemu materiálu („geometrická aktivita“ prášku). Vysoká celková povrchová energie vzniklých částic prášku („strukturní aktivita“) zvyšuje reakční schopnost těchto částic oproti kompaktnímu materiálu.

Existují čtyři základní rozmělňovací procesy: tlak, náraz, střih a otěr, v praxi se většinou využívá kombinace těchto procesů



Drcení je proces, při němž se základní surovina rozmělňuje na menší části a výsledným produktem je hrubý prášek. Jeho **mletím** vzniká jemnější materiál - prach.

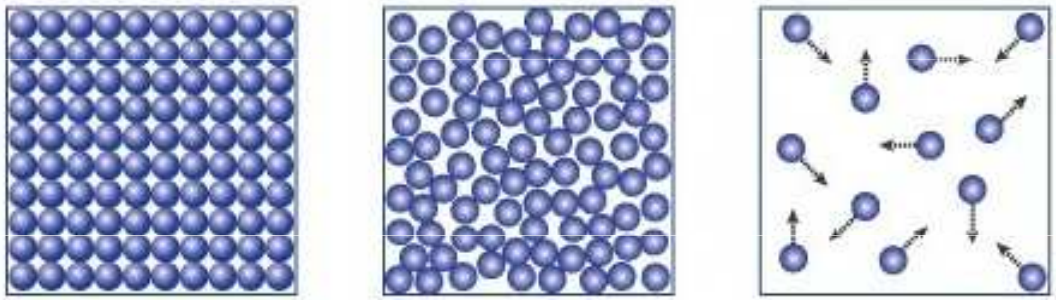
Mechanika tekutin

Tekutiny

= společné označení kapalin a plynů, základní vlastnost je **tekutost**, tj. neschopnost udržet svůj stálý tvar díky snadné vzájemné pohyblivosti částic. Tekutá tělesa nemají stálý tvar, přizpůsobují se tvaru okolních pevných těles – tvaru nádoby, rozlévají se po stole, apod. K tekutinám se většinou řadí také sypké látky, které jsou sice pevného skupenství, ale splňují kritérium tekutosti.

Kapaliny zachovávají stálý objem a jsou velmi málo stlačitelné. Různé kapaliny a plyny se liší svou tekutostí. Tekutější kapaliny mají menší vnitřní tření – viskozitu (tření vznikající smýkáním molekul po jiných molekulách).

Plyny nemají stálý tvar ani stálý objem, jsou velmi snadno stlačitelné. Vzdálenosti mezi molekulami plynu jsou mnohem větší než u kapalin, což umožňuje jejich stlačení. Tvar a objem jsou dány tvarem a objemem nádoby, v nichž je plyn umístěn. Zvětšíme-li objem tělesa, plyn vyplní opět celý objem nádoby. Viskozita plynů je mnohem menší než viskozita kapalin.



Plyny jsou rozpínavé, kdežto **kapaliny** vytvářejí volnou hladinu. Kapaliny jsou stlačitelné jen nepatrně, kdežto plyny jsou stlačitelné velmi jednoduše.

Pro zjednodušení se zavedly:

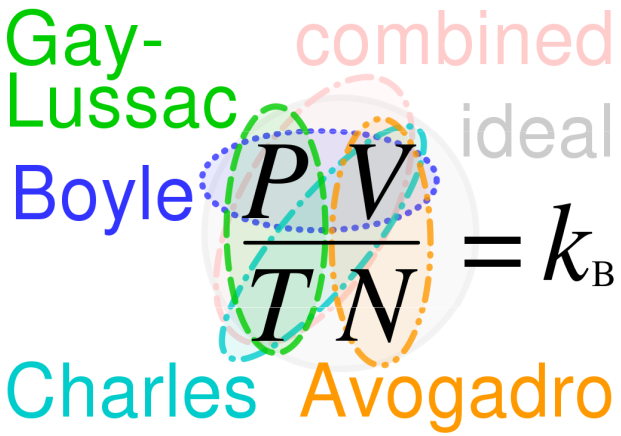
Ideální kapalina – dokonale tekutá, bez vnitřního tření, zcela nestlačitelná.

Ideální plyn – dokonale tekutý, bez vnitřního tření, dokonale stlačitelný.

Consider a sample of an ideal gas that is taken from an initial to a final state, with the amount of the gas also changing.

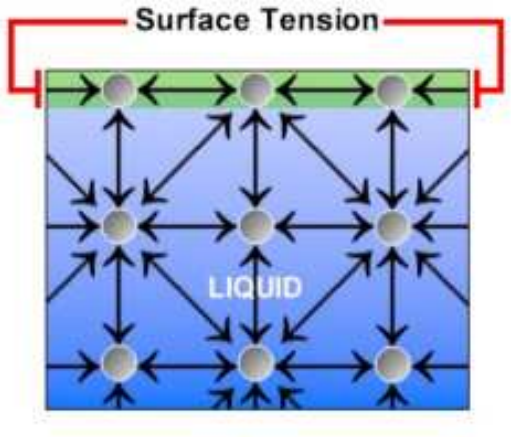
$$PV = nRT \qquad \frac{PV}{nT} = R = \text{constant} \qquad \frac{P_f V_f}{n_f T_f} = \frac{P_i V_i}{n_i T_i}$$

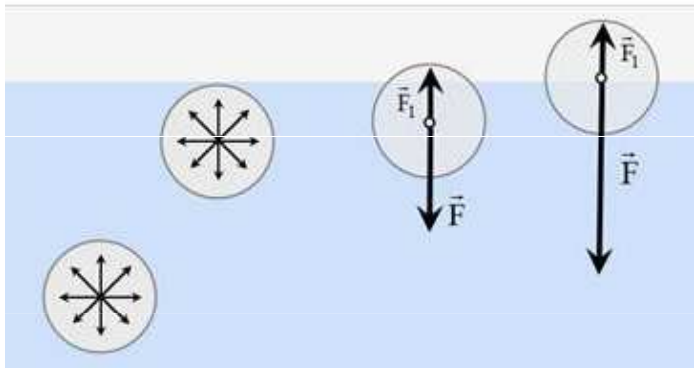
Constant T, constant n:	$P_f V_f = P_i V_i$	*Boyle's law*
Constant P, constant n:	$\frac{V_f}{T_f} = \frac{V_i}{T_i}$	*Charles' law*
Constant V, constant n:	$\frac{P_f}{T_f} = \frac{P_i}{T_i}$	*Gay-Lussac's law*
Constant P, constant T:	$\frac{V_f}{n_f} = \frac{V_i}{n_i}$	*Avogadro's law*



Kapaliny

Kolem každé molekuly lze opsat kouli o poloměru $r_m \approx 10^{-9}$ m (tzv. **sféra molekulového působení**) tak, aby síly ležící mimo poloměr r_m působící na tuto molekulu byly zanedbatelné. Pokud je molekula uvnitř kapaliny – pak výslednice přitažlivých sil uvnitř sféry je nulová, u molekuly v menší vzdálenosti od volného povrchu než r_m je výslednice sil nenulová a směřuje kolmo k povrchu a do kapaliny. Molekuly plynu v horních sférách působí na molekuly výslednou přitažlivou silou, většinou k malé hustotě plynů zanedbatelnou.





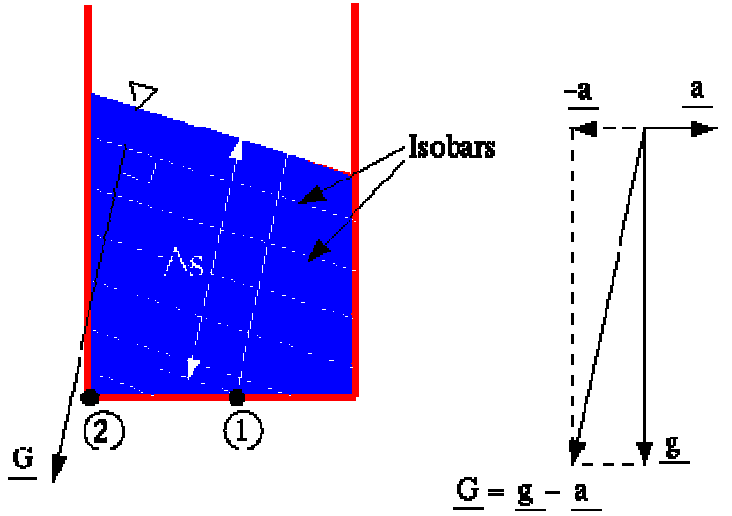
Na volném povrchu kapaliny se nachází tzv. **povrchová vrstva kapaliny**, jejíž tloušťka je rovna poloměru sféry molekulového působení (řádově 10^{-9} m).

Jsou-li kapaliny v klidu, pak v tíhovém poli Země vytvářejí vodorovný povrch – **volnou hladinu**. Volný povrch kapaliny se chová obdobně jako pružná blána.

Povrch kapaliny během pohybu

V **klidu** a v **rovnoměrném přímočarém pohybu** zůstává hladina kapaliny v klidu.

Při **pohybu rovnoměrně zrychleném** je kapalina rovnoměrně urychlena v daném směru, tj. na každou částici kapaliny v nádrži působí stejný vektor zrychlení **G** konstantní v čase. Výsledná síla je výslednicí tíhové a setrvačné síly.



Horizontální pohyb

$\mathbf{G} = \mathbf{g} - \mathbf{a}$

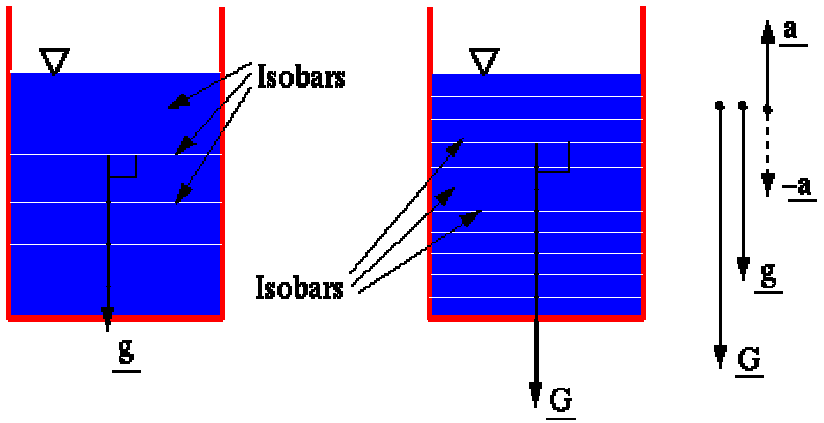
$G_x = a.\cos\alpha$

$G_y = g.\sin\alpha$

Směr výsledného zrychlení **G** je kolmý na hladinu kapaliny (stejně jako příslušná síla).

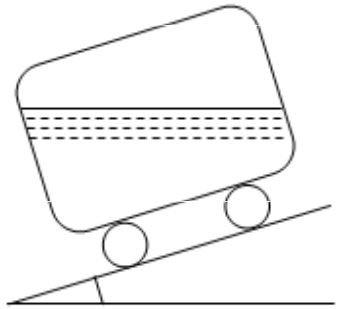
Vertikální pohyb

G = **g** + **a**, resp. **G** = **g** – **a**, v závislosti na směru pohybu (dolů, resp. nahoru).

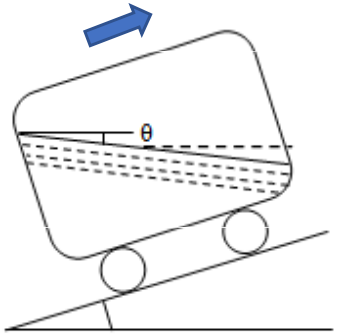


Povrch kapaliny během pohybu po nakloněné rovině

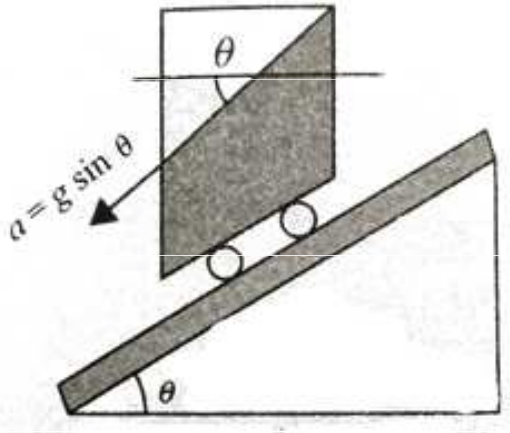
Při pohybu nádrže s kapalinou na nakloněné rovině s úhlem α

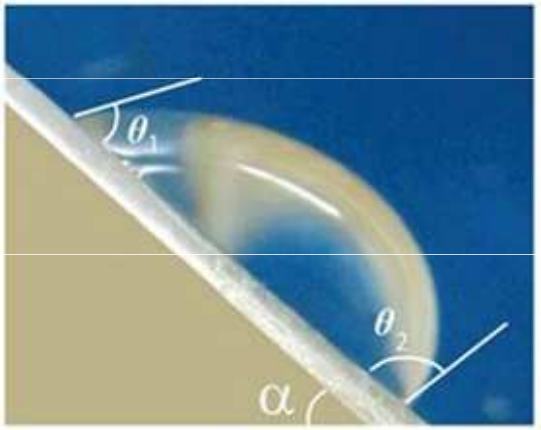


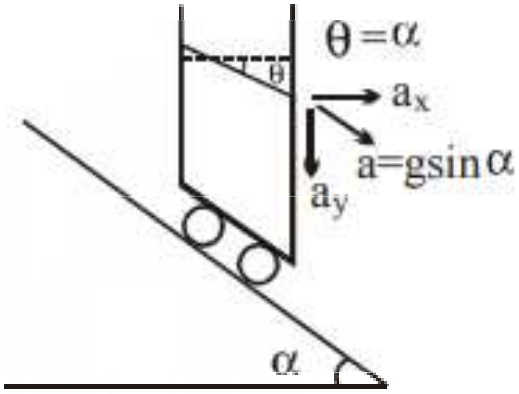
(a) Before acceleration



(b) After acceleration







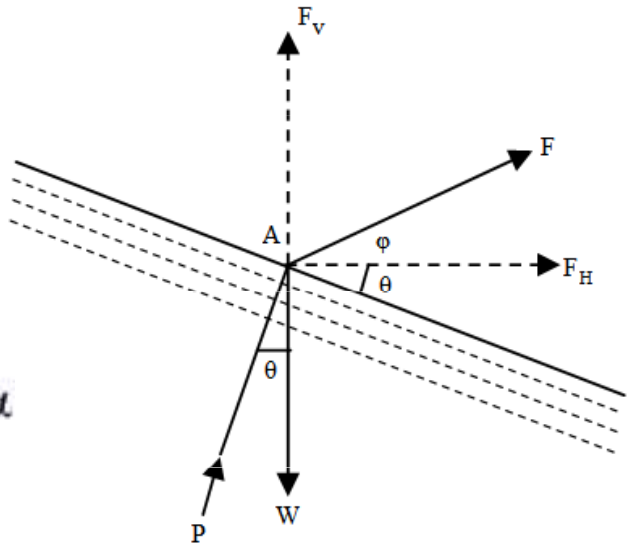
$a = g.\sin\theta$

$a_x = a.\cos\alpha = (g.\sin\alpha).\cos\alpha$

$a_y = a.\sin\alpha = (g.\sin\alpha).\sin\alpha =$

$= g.\sin^2\alpha$

$$\tan\theta = \frac{a_x}{g - a_y} = \frac{g\sin\alpha\cos\alpha}{g(1-\sin^2\alpha)} = \tan\alpha$$

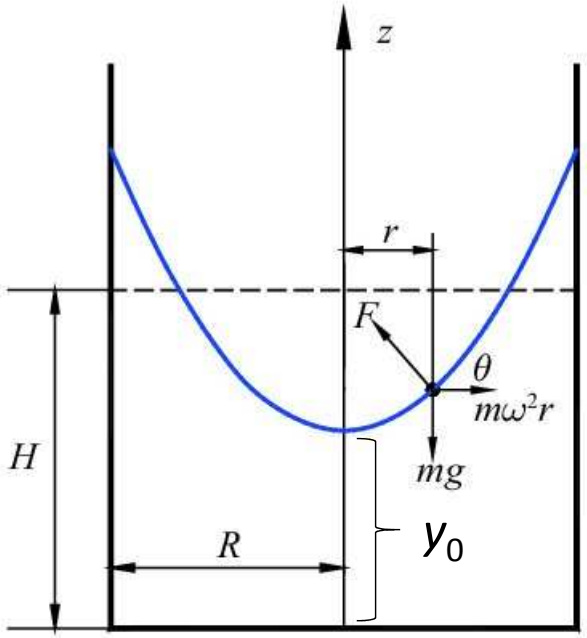


Povrch kapaliny v rotujici nádobě

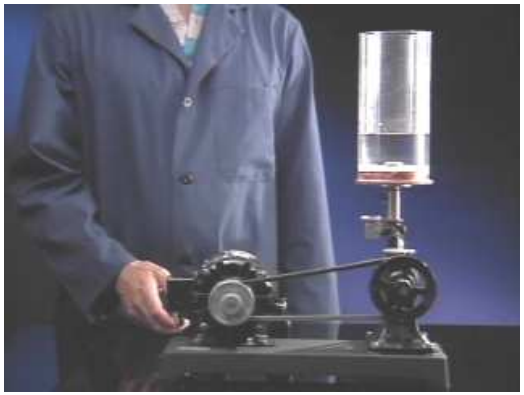
Hladina je v každém bodě kolmá na k výslednici působících sil - tíhové a odstředivé (v soustavě spojené s nádobou). Ve vzdálenosti *x* (resp. *r*) od osy otáčení je

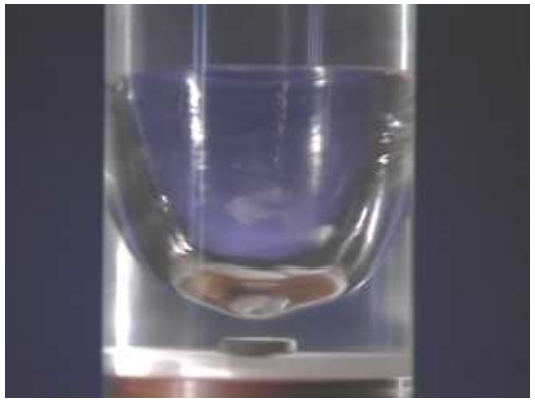
$$\tan\alpha = \frac{F_o}{G} = \frac{m\omega^2 x}{mg} = \frac{\omega^2 x}{g} = \frac{dy}{dx}$$

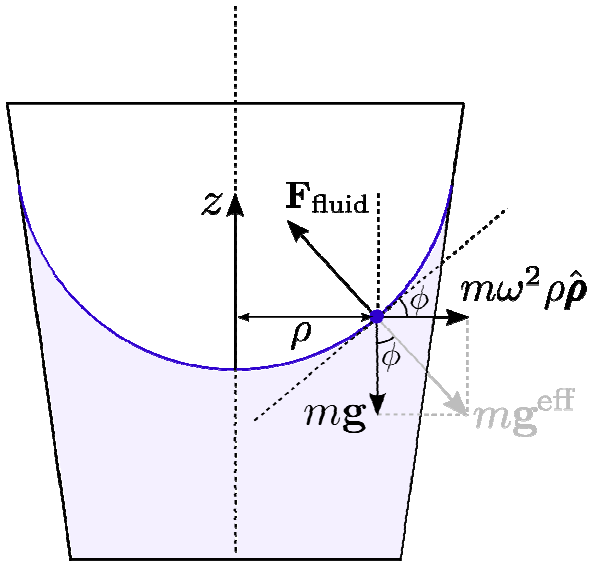
$$y = \int \frac{\omega^2 x}{g} dx = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + y_0$$



Povrchem rotující kapaliny je tedy rotační paraboloid (rotační plocha vzniklá rotací paraboly kolem její osy).

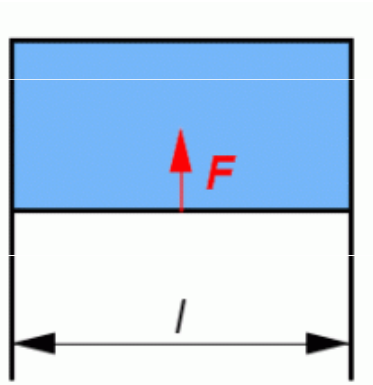


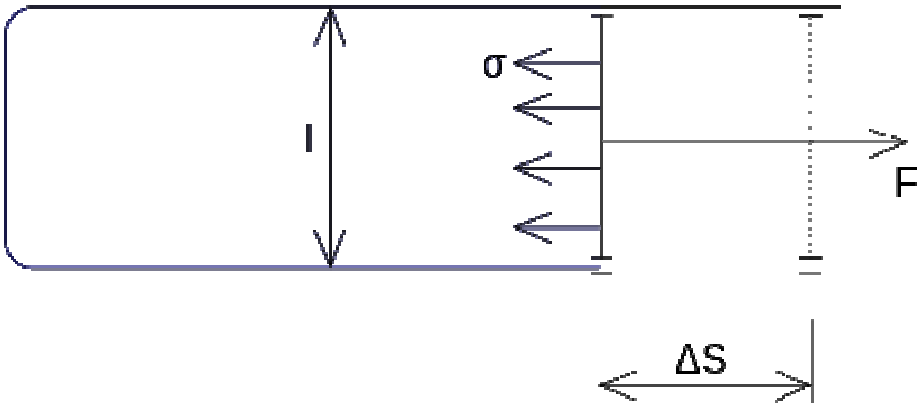




Povrchové napětí (povrchová síla)

Molekuly kapaliny na sebe působí přitažlivými silami, výslednice těchto sil je nulová, při posunutí molekuly do povrchové vrstvy má výslednice těchto sil směr do kapaliny. Při posunu molekuly z vnitřku kapaliny do povrchové vrstvy nutno vykonat **práci.** Proto mají molekuly z povrchové vrstvy větší **potenciální energii** než molekuly v této vrstvě neležící.





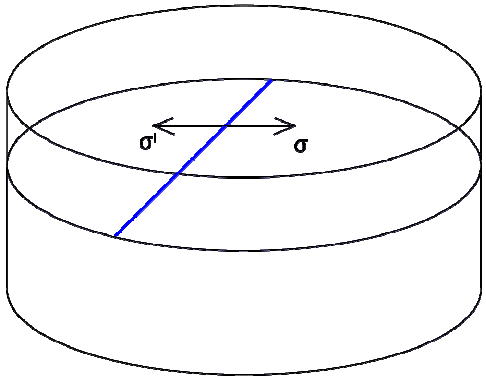
Povrchová vrstva působí na otáčivou příčku délky *l* **povrchovým napětím** σ, jedna povrchová vrstva tedy působí výslednou silou *σ.l*. Vzhledem k existenci dvou povrchových vrstev udržíme příčku v rovnováze silou $F = 2.\sigma.l$. Při posunutí příčky o vzdálenost Δ*s* vykonáme práci $W = 2.\sigma.l.\Delta s$, která se jeví jako změna **povrchové energie** při změně povrchu o $\Delta S=2.l.\Delta S$. Změnu povrchové energie je pak možné vyjádřit jako

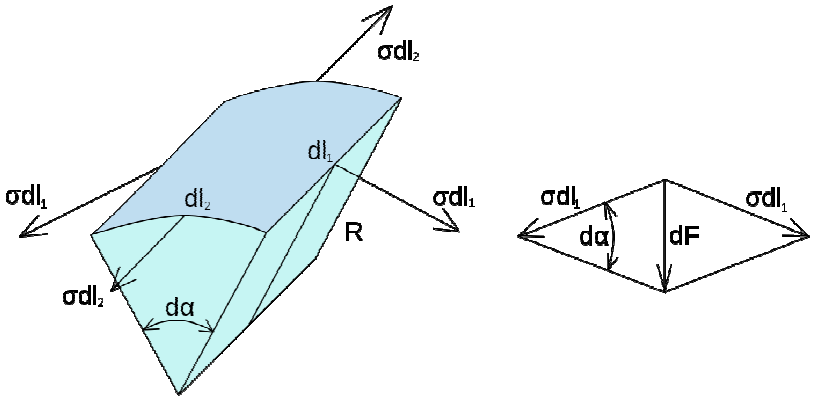
$$\Delta E = W = \sigma \Delta S$$

Z tohoto vztahu vyplývá, že snaha povrchového napětí o minimalizaci velikosti povrchu odpovídá minimalizaci povrchové energie. Kapalina se tedy snaží zaujmout takový tvar, při které je její povrchová energie (a tedy i velikost povrchu) nejmenší.

Jako povrchové napětí lze označit sílu, která působí kolmo na délku myšleného řezu povrchem, dělenou touto délkou, a která leží v tečné rovině k povrchu v daném bodě. Pokud působí na úsečku délky d*l* v rovině povrchu kolmá síla d*F*

$$\sigma = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}l}$$

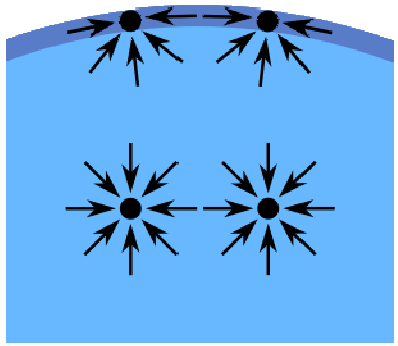




kde σ - povrchové napětí.

Hodnota povrchového napětí σ závisí na druhu kapaliny, teplotě, prostředí nad kapalinou.

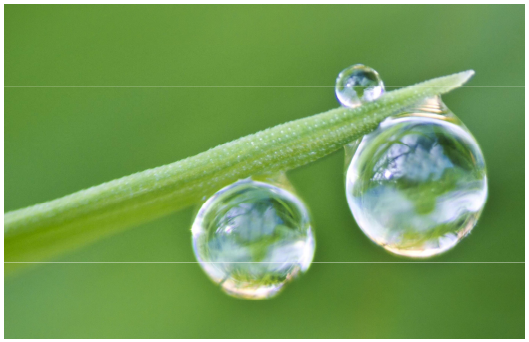
Povrchová vrstva

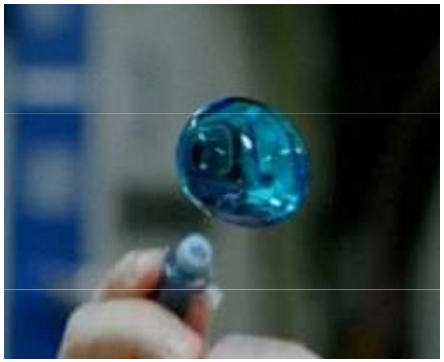


Povrchová vrstva = vrstva molekul, jejichž vzdálenost od povrchu je menší než r_m. Na každou molekulu ležící v povrchové vrstvě kapaliny působí sousední molekuly výslednou přitažlivou silou, která má směr dovnitř kapaliny.

Tvar kapek

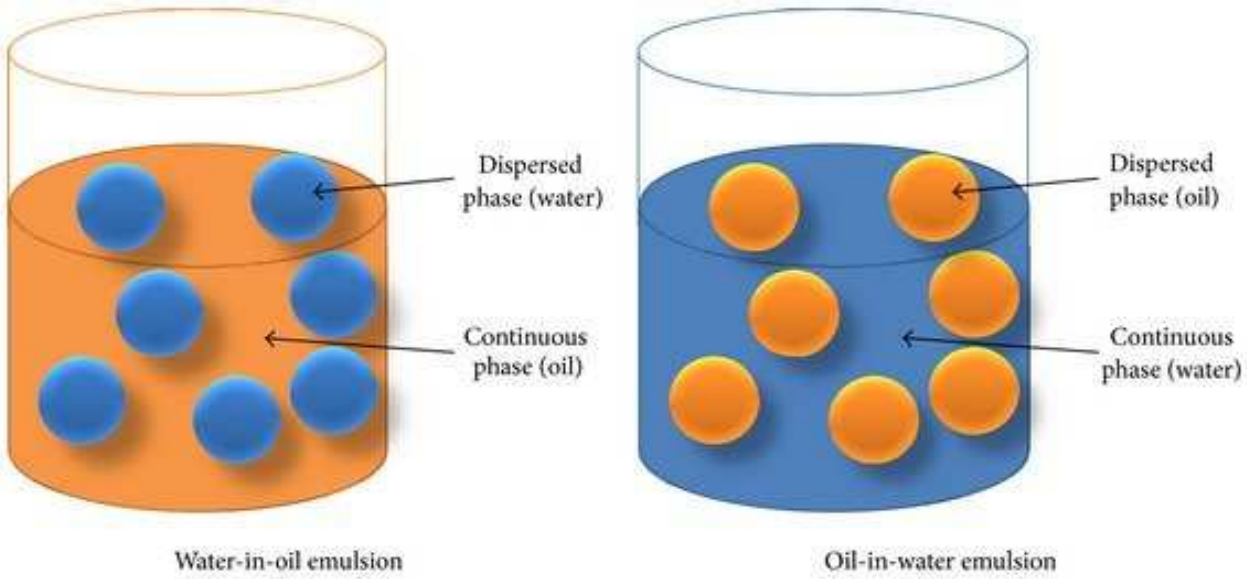
Kapalina daného objemu má snahu nabývat takového tvaru, aby obsah jejího povrchu byl co nejmenší, a tím byla minimální i povrchová energie. Při daném objemu má ze všech geometrických těles nejmenší obsah povrchu **koule**.





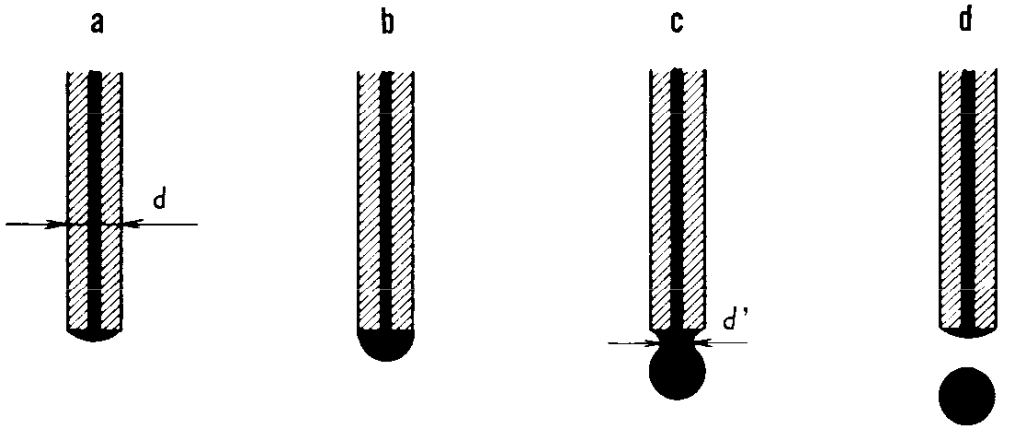
Kapky se deformují se účinkem **tíhové síly**. Ve **stavu beztíže** se kapalina vznáší volně v prostoru a vlivem povrchového napětí udržuje svůj povrch kolmý na výslednice všech sil.

Kapky kulovitého tvaru vznikají nejen na rozhraní kapalina - vzduch, ale také v případě emulzí dvou nemísitelných kapalin (např. voda-olej)



Kulový tvar mají také olověné **broky**. Odlévají se tak, že se nechávají odkapávat z velké výšky do studené vody, kde ztuhnou v podobě zcela pravidelných kuliček.

Tvorba kapek



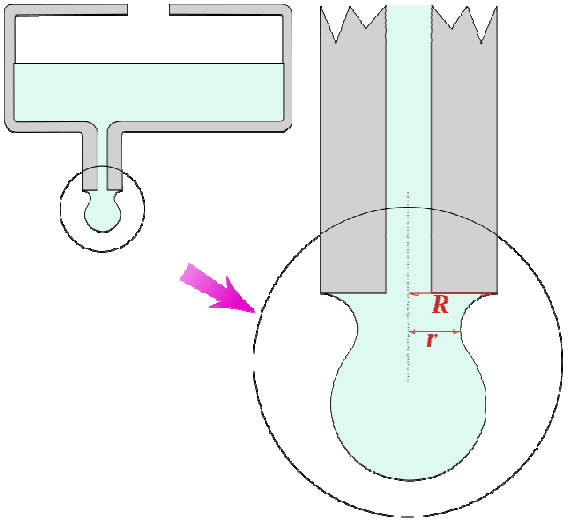
Kapka na konci kapiláry pomalu roste, vytvoří se krček o průměru d‘. Dosáhne-li tíha kapky větší hodnotu než povrchová síla, kapka se oddělí za vytvoření kulového tvaru a padá k zemi.

$$m.g = 2.\pi.r.\sigma$$

Vlivem odporu vzduchu se kulový tvar mění na kapkový.

Stalagmometr

Stalagmometr je tlustostěnná dole zabroušená kapilára sloužící k měření povrchového napětí. Měření spočívá ve zjištění hmotnosti kapky, která se na konci kapiláry utvoří. V okamžiku odtržení kapky od ústí stalagmometru je síla povrchového napětí rovná tíhové síle kapky.



$$mg = 2\pi r\sigma$$

V praxi se nejčastěji nechá odkapat přesně stanovený počet kapek do váženky a je přepočítána hmotnost jedné kapky, z které pak lze vypočítat povrchové napětí.

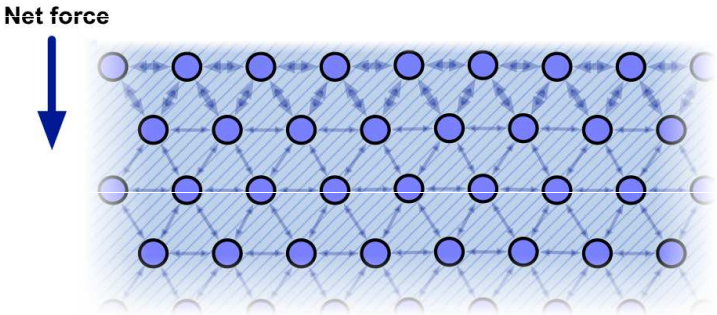
$$\pi \cdot d \cdot \sigma = \frac{m \cdot g}{k}$$

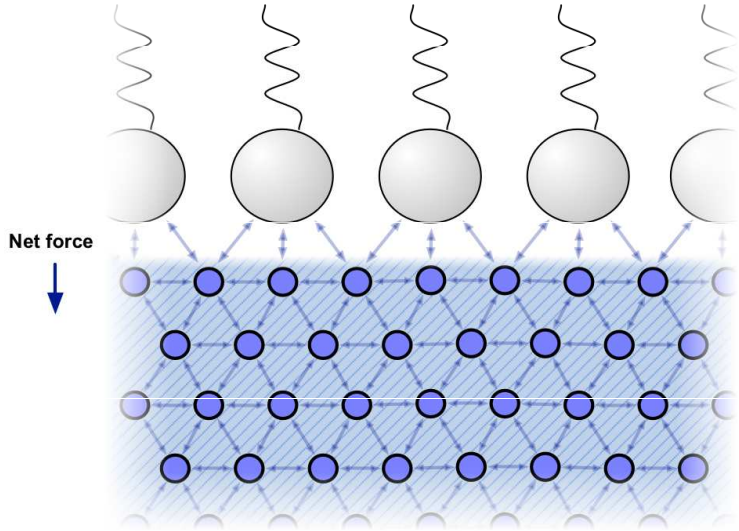
Stanovení povrchového napětí se provádí vůči referenční kapalině, nejčastěji vodě.

$$\sigma = \sigma_{H_2O} \times \frac{m}{m_{H_2O}}$$

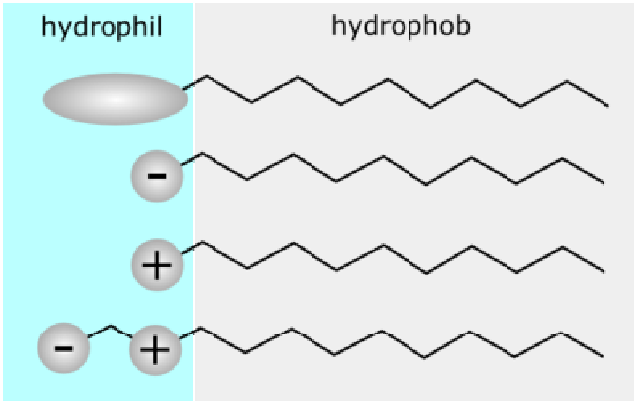
Povrchově aktivní látky

Hodnotu povrchového napětí lze ovlivnit i přidáním **povrchově aktivních látek** (tenzidy, surfaktanty). Tyto látky působí na rozhraní nebo kontaktním povrchu mezi dvěma fázemi, například vodou nebo vzduchem.

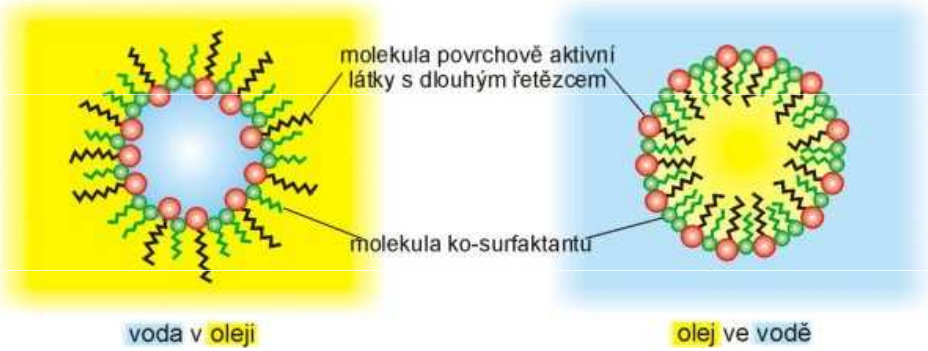


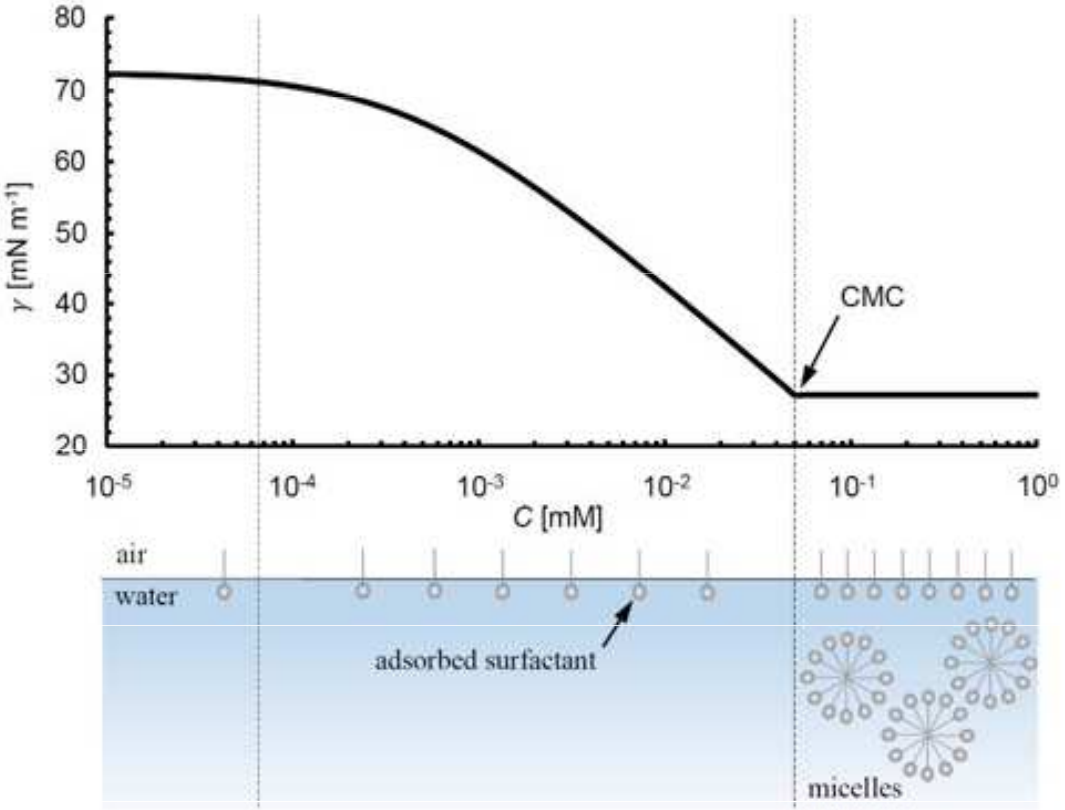


Tenzidy jsou sloučeniny s asymetrickou molekulární strukturou. Jejich molekula obsahuje jednu nebo i více skupin rozpustných ve vodě a jednu nebo více skupin rozpustných v nepolárním rozpouštědle (hydrofilní a hydrofobní (lipofilní) skupina).



Micely jsou shluky molekul tenzidů dispergované v kapalném médiu. Nejčastěji mají micely přibližně kulovitý tvar,





Důsledky změny povrchového napětí vody

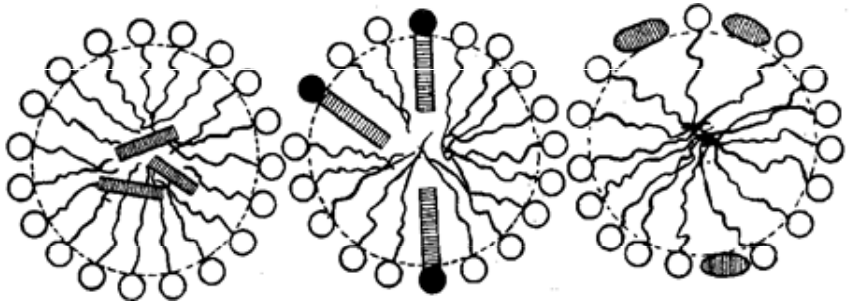
Mytí nebo praní jde velmi těžko ve studené vodě. Studená voda má vysoké povrchové napětí a špatně smáčí nečistoty. Ohřátím a/nebo přidáním látek, snižujících povrchové napětí – mýdla, saponátů apod. se povrchové napětí sníží, nečistoty se lépe smáčí a tím i odstraní.

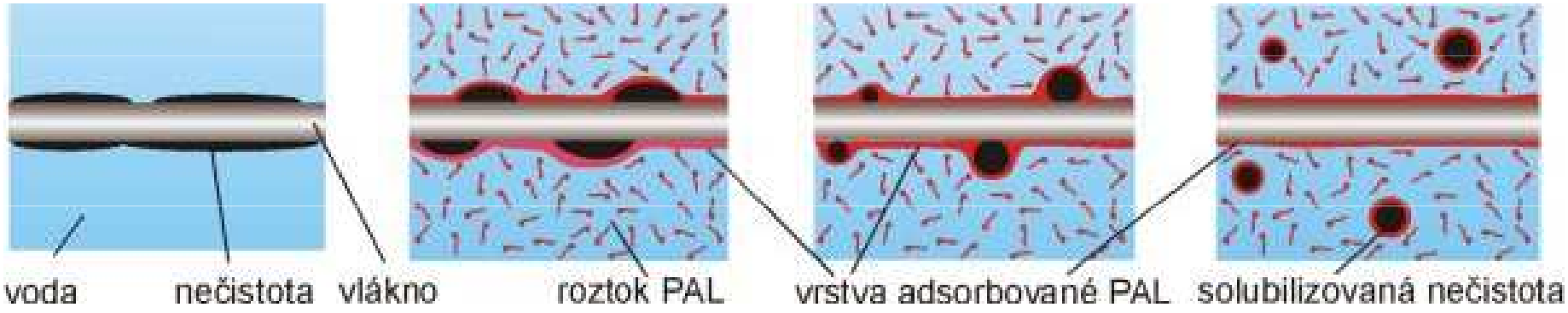
Solubilizace a prací účinky

Nečistota není k substrátu poutaná přímo, je od něj oddělena tenkou vrstvou často složité směsi nepolárního charakteru („mastnoty“, „oleje“). V této vrstvě jsou zakotveny jednotlivé částice látky znečišťující uvažovaný materiál.

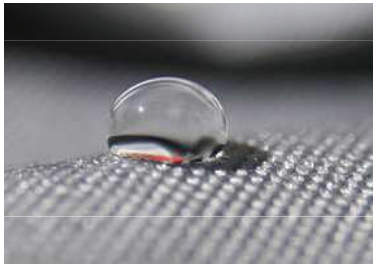
Detergence má 2 fáze: 1. uvolnění nečistoty
2. stabilizace nečistoty v prací lázni

substrát-nečistota + detergent ⟶ substrát-detergent + nečistota-detergent





Kontaktní úhel

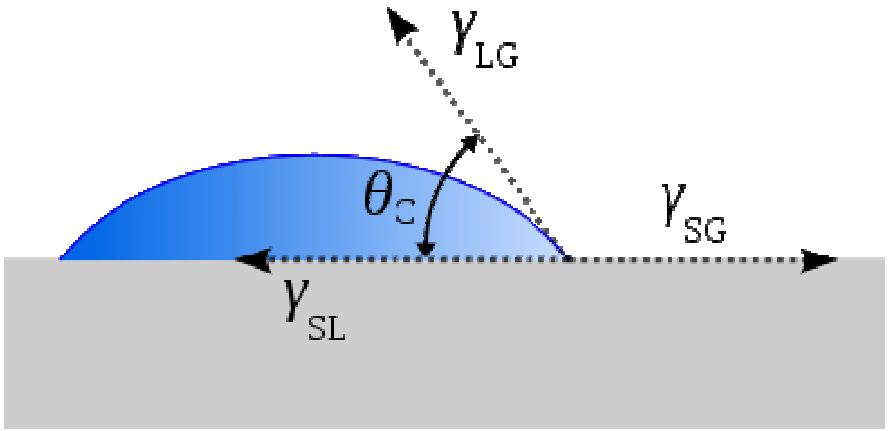


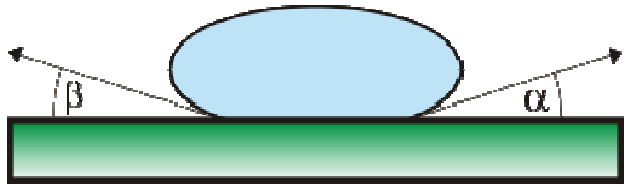
Povrch kapky svírá s plochou materiálu tzv. **kontaktní úhel**. Kontaktní úhel udává kvantitativní vyjádření rozsahu smáčivosti pevných látek kapalinami.

Vysoká hodnota kontaktního úhlu odpovídá povrchu s nedostatečnou smáčivostí, nízká hodnota kontaktního úhlu vypovídá o povrchu dobře smáčeném.

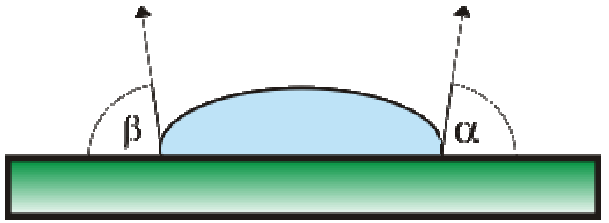
Vztah mezi úhlem smáčení ϑ a jednotlivými mezifázovými energiemi je dán **Youngovou rovnicí**

$$\gamma_{SG} - \gamma_{SL} - \gamma_{LG} \cos\theta_C = 0$$

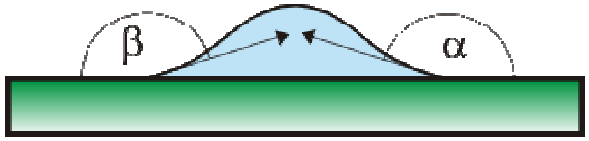




Kapka smáčecí kapaliny málo smáčí materiál



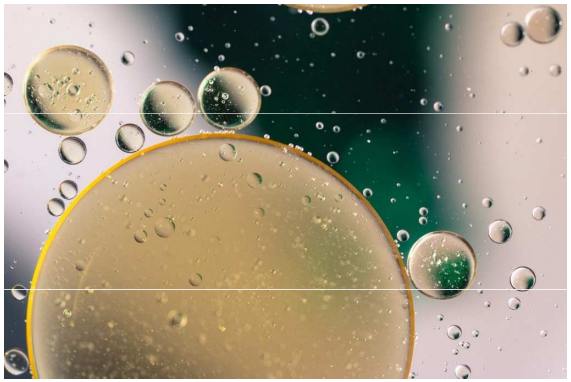
Kapka smáčecí kapaliny více smáčí materiál

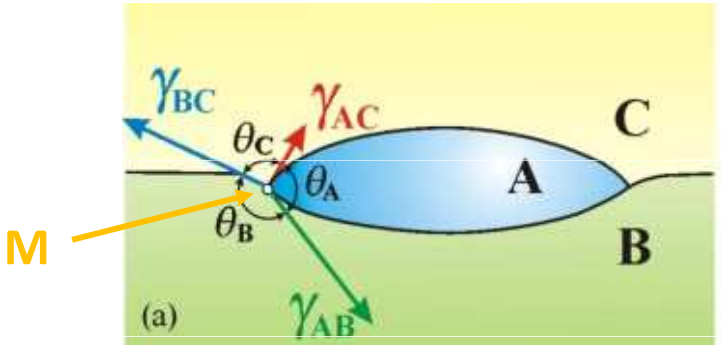


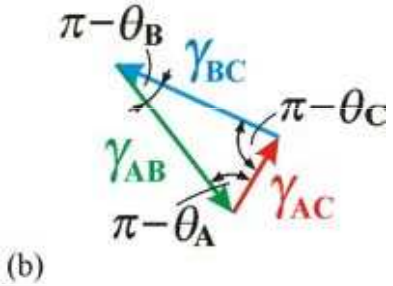
Kapka smáčecí kapaliny hodně smáčí materiál

Mobilní rozhraní tří fází (např. vzduch, voda a olej)

V bodě M působí tři povrchová napětí vždy na rozhraní dvou prostředí. Tato napětí odpovídají příslušným silám, jejichž rovnováha závisí nejen na velikosti, ale také na směrech.







Síly můžeme poskládat tzv. *Neumannovým trojúhelníkem*.

$$\vec{\gamma}_{BC} + \vec{\gamma}_{AC} + \vec{\gamma}_{AB} = 0$$

Aby mohly kachny plavat na vodě, mají na svých pírkách vrstvičku tuku. Voda se kvůli velkému povrchovému napětí nedostane do malých mezer mezi horní vrstvu pírek. Na obdobném principu fungují membrány typu *Goretex*. Voda tak nepronikne peřím vodních ptáků a ti mohou snadno plavat po vodní hladině nebo se i potápět. Ptáci se utopí, když je zasáhne ropná skvrna na hladině.

Příklad

Tlustostěnnou kapilárou vnějšího průměru 3,41 mm odkapalo 100 kapek vody teploty 15 °C o celkové hmotnosti 8,11 g. Určete povrchové napětí vody ve styku se vzduchem při dané teplotě.

$d = 3{,}41 \cdot 10^{-3}$ m
$k = 100$
$t = 15$ °C
$m = 8{,}11 \cdot 10^{-3}$ kg
$\sigma = ?$

Vodní kapka o hmotnosti **m** se oddělí od kapiláry v okamžiku, kdy povrchová síla velikosti **F = π.d.σ** působící na kapku po vnějším obvodu kapiláry dosáhne rovnováhy s přibývající tíhovou silou velikosti

$$F_G = m \cdot g = \frac{m \cdot g}{k}$$

$$\pi \cdot d \cdot \sigma = \frac{m \cdot g}{k}$$

$$\sigma = \frac{m \cdot g}{\pi \cdot k \cdot d} = \frac{8{,}11 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81}{3{,}14 \cdot 100 \cdot 3{,}41 \cdot 10^{-3}} = \underline{7{,}43^{-3}\ N \cdot m^{-1}}$$

Povrch kapaliny na rozhraní kapalina/pevná fáze v gravitačním poli

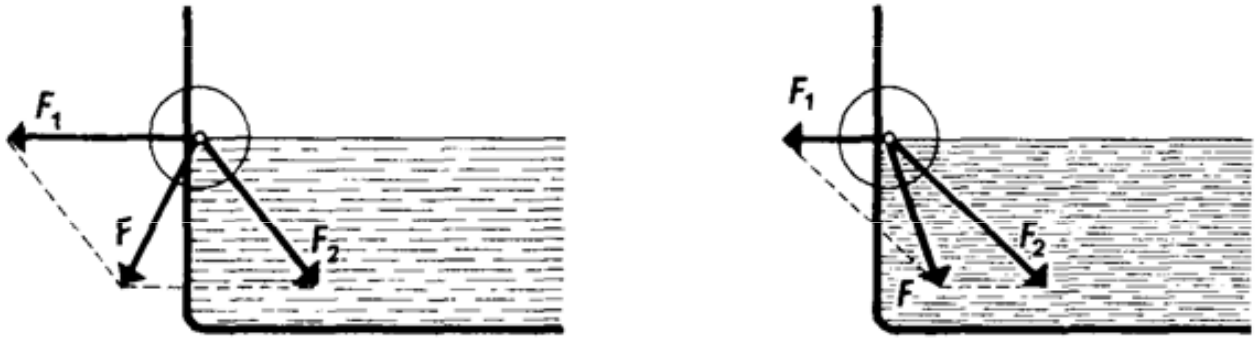
Kapalina která smáčí povrch stěny (voda) vytvoří dutý povrch, kapalina která nesmáčí povrch stěny (rtuť) vytvoří vypuklý povrch.

Částice stěny působí na molekulu v levé polovině sféry silou $\mathbf{F}_1$, molekuly kapaliny v pravé dolní čtvrtině sféry působí na molekulu silou $\mathbf{F}_2$, molekuly plynu v pravé horní čtvrtině sféry působí na molekulu výslednou silou $\mathbf{F}_3$ (zanedbatelná, nezakreslena) a na molekulu také působí tíhová síla $\mathbf{F}_G$ (oproti $\mathbf{F}_1$ a $\mathbf{F}_2$ zanedbatelná, nezakreslena). Výsledná síla pak je:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

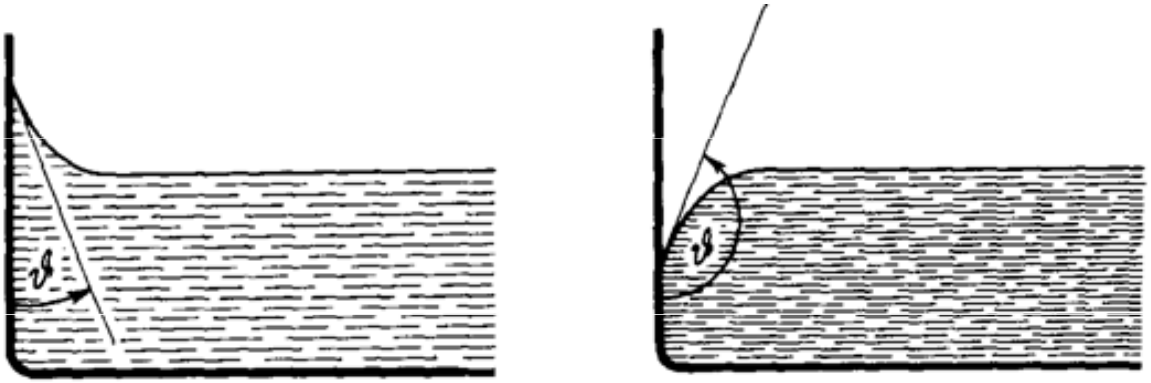
- pokud síla **F** působí ven z kapaliny – **volný povrch je dutý**
- pokud síla **F** působí dovnitř kapaliny – **volný povrch je vypuklý**

Hladina kapaliny se vždy zakřiví tak, aby byl její povrch kolmý k výsledné síle a nenastal tak pohyb v povrchové vrstvě.



Síla **F** svírá se stěnou nádoby úhel u - tzv. **kontaktní úhel** υ

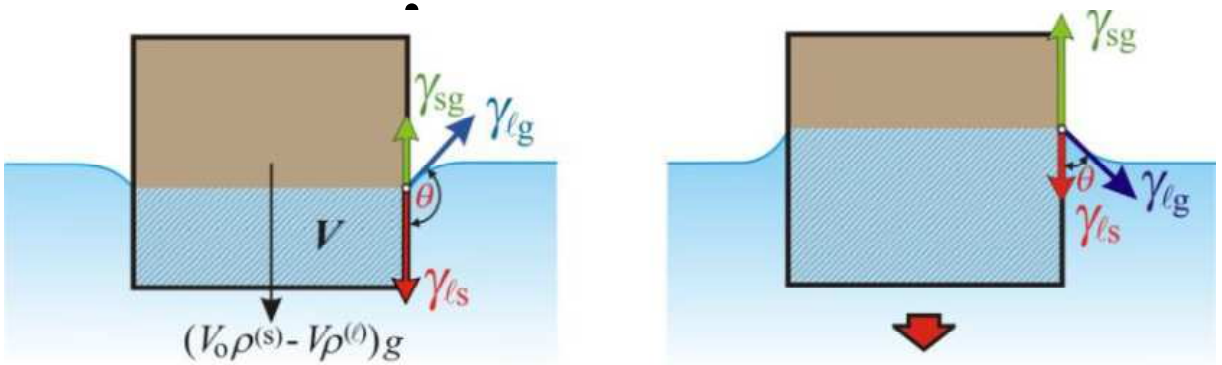
- **υ = 0** – dokonale smáčí stěny (elevace)
- **υ = π** – dokonale nesmáčí stěny (deprese)
- **υ = π/2** – povrch nezakřivený



Malé pevné částice na rozhraní kapalina/pevná fáze v gravitačním poli

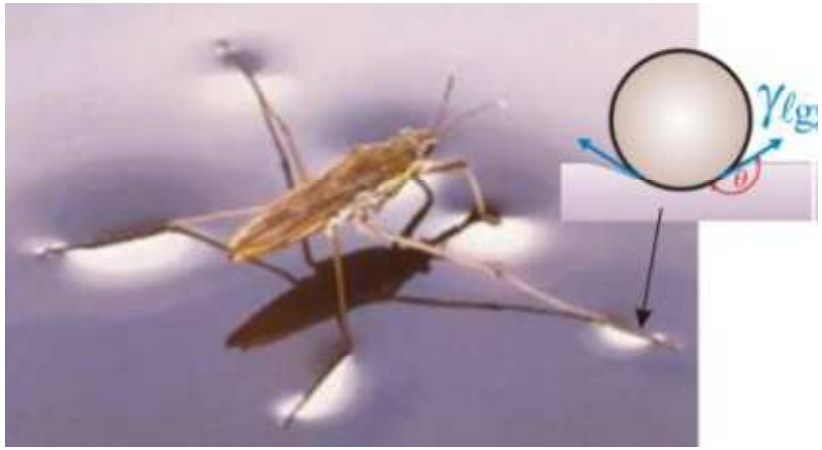
90 < θ < 180: kapalina špatně smáčí pevnou částici

0 < θ < 90: kapalina dobře smáčí pevnou částici



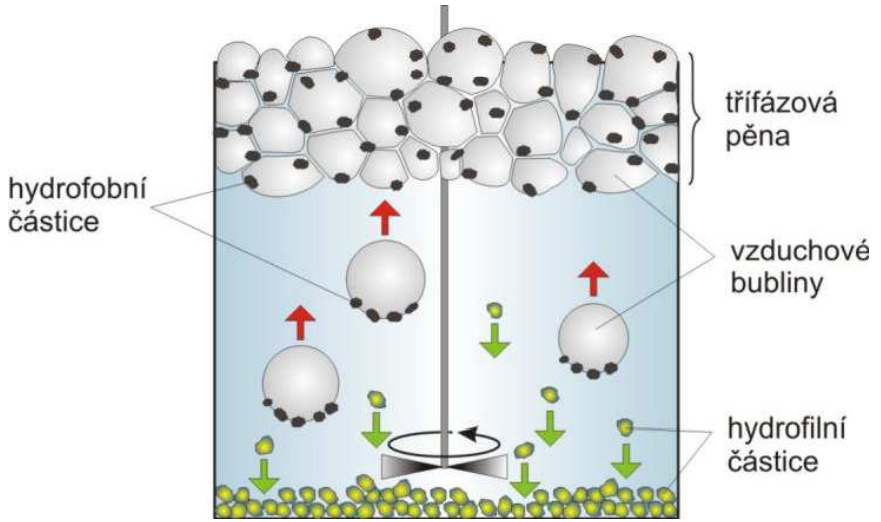
síla tíhová - síla vztlaková

Vodní hmyz se dotýká vodní hladiny pouze malou plochou končetin



Flotace

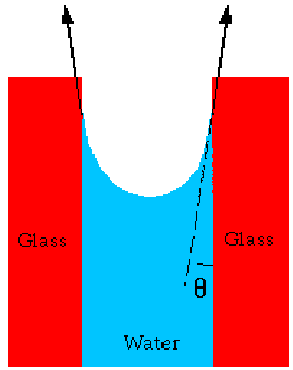
Flotace slouží k oddělování rudy od hlušiny. Hlušina je smáčena vodou, zatímco rudy mají poměrně velký smáčecí úhel, který lze ještě zvětšit přídavkem tzv. kolektorů (= tenzidy). Při probublávání suspenze obou složek vzduchem se na povrchu bublin zachycují hydrofobní částice rudy; hlušina zůstává ve vodné fázi a klesá ke dnu.

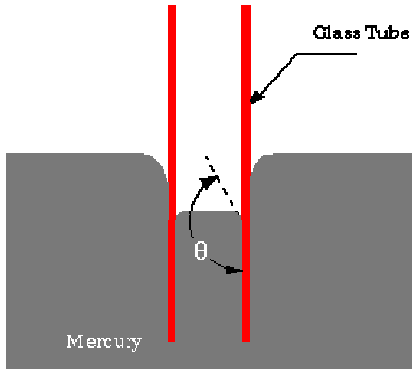


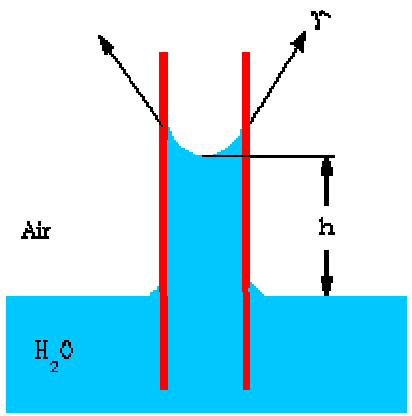
Kapilární jevy

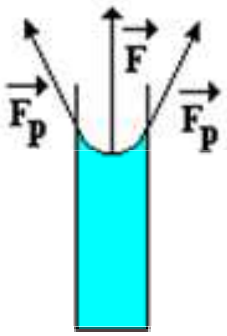
Pokud je dostatečně nádoba malá, dojde k plynulému napojení zakřivené části v levé a v pravé části nádoby. Tento jev nastává v úzkých trubičkách tzv. kapilárách a je doprovázen vyvýšením nebo snížením hladiny kapaliny v kapiláře oproti hladině kapaliny v nádobě – hovoříme o **kapilární elevaci** a o **kapilární depresi**.

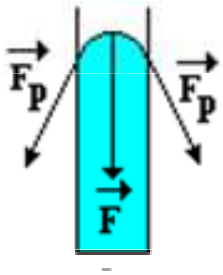
U zakřiveného povrchu kapaliny je výslednicí povrchových sil nenulová síla F, působící kolmo k volnému povrchu kapaliny. V případě kapilární elevace míří nahoru a vyvolá vyvýšení kapaliny v kapiláře. V případě kapilární deprese míří dolů a vyvolá pokles kapaliny v kapiláře.

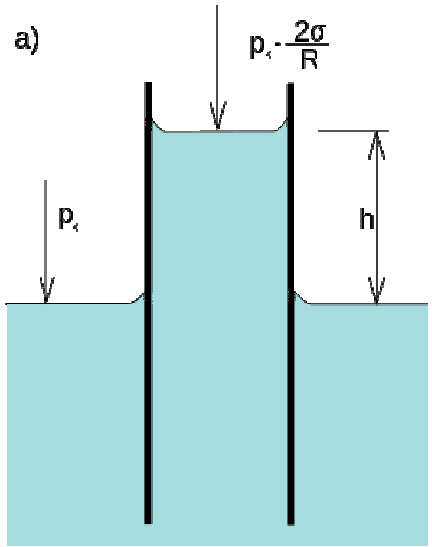


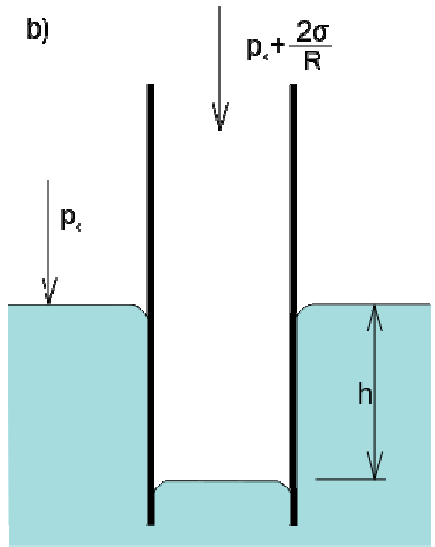












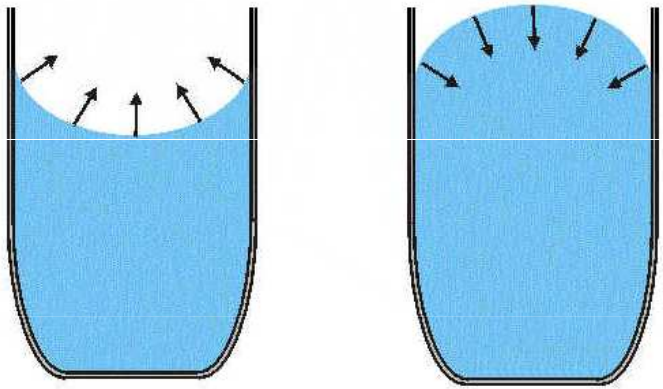
Kapilární tlak

$$p_k = \frac{F}{S} = \frac{\sigma l}{\pi R^2} = \frac{2\sigma\pi R}{\pi R^2} = \frac{2\sigma}{R}$$

σ - povrchové napětí kapaliny
R – poloměr kulového povrchu

Kapilární tlak je přídavný tlak, který je způsoben zakřivením povrchu kapaliny při stěnách nádoby, v kapilárách, u kapek a bublin.

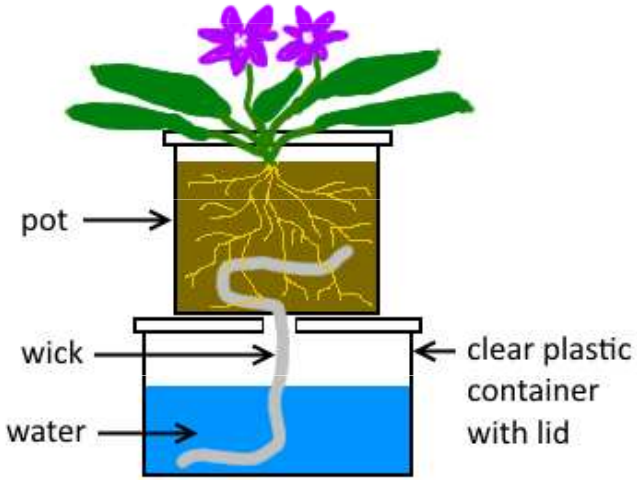
Pod vypuklým povrchem je vnitřní tlak větší o kapilární tlak než pod vodorovným povrchem. Pod dutým povrchem je vnitřní tlak menší o kapilární tlak než pod vodorovným povrchem.

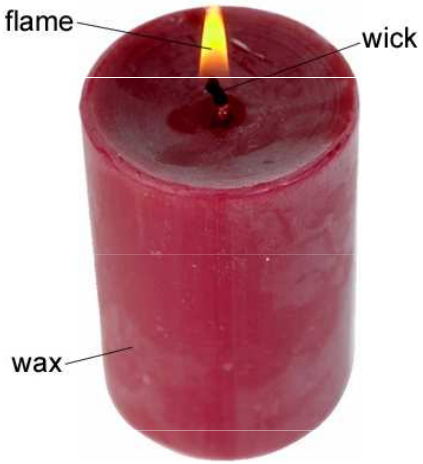


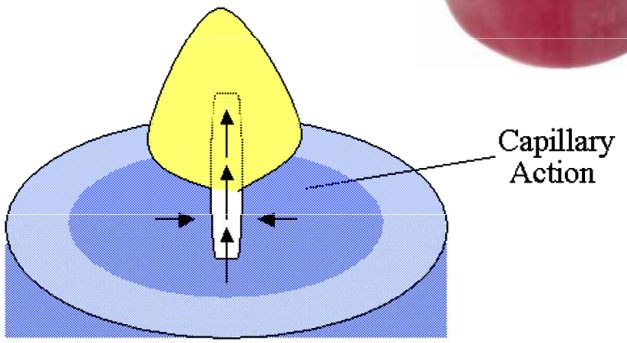
Zakřivený tvar hladiny, tzv. **meniskus**, lze pozorovat u laboratorního nádobí jako jsou pipety, byrety, odměrné baňky a válce.

Knotový efekt

Přenos kapaliny vzlínáním materiálem nebo po materiálu tvořeném částicemi nebo vlákny. Schopnost látek vést kapalinu vzhůru (proti směru gravitačních sil) působením kapilárních sil se označuje jako **vzlínavost**.



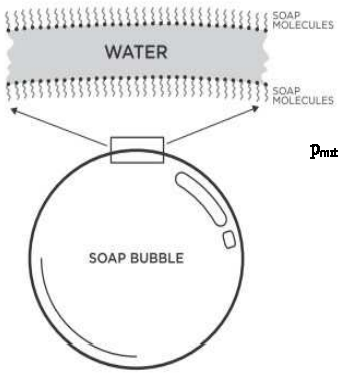


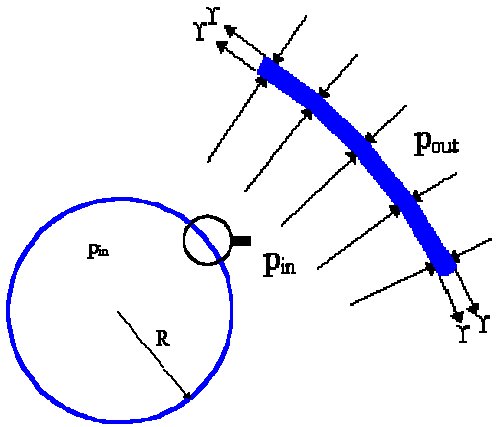


Tlak v kulové vrstvě se dvěma povrchy

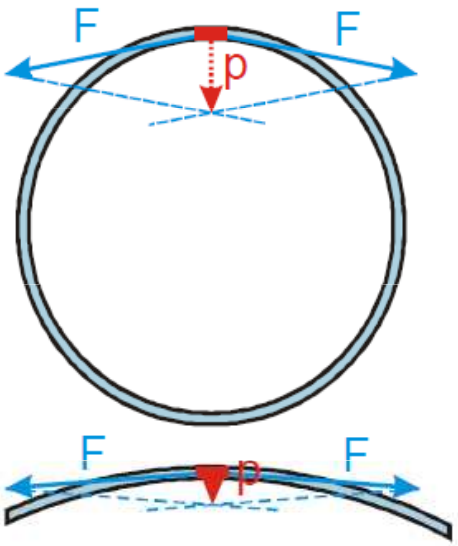
Kapilární tlak **kulové mydlinové bubliny** je větší u bubliny s menším poloměrem.
Kapilární tlak je nepřímo úměrný poloměru bubliny.

$$p_k = \frac{4\sigma}{R}$$





s - povrchové napětí kapaliny
R – poloměr kulového povrchu



Povrchové síly působící na okraje malé části zakřiveného povrchu kvůli zakřivení povrchu nemají obě síly přesně opačný směr ⇒ mají nenulovou výslednici, která směřuje kolmo do středu zakřivení a způsobuje tak tlak na vzduch uvnitř bubliny.

Povrch větší bubliny má menší zakřivení ⇒ směry obou povrchových sil jsou více opačné, velikosti sil se nemění (povrchové napětí je stejné) ⇒ jejich výslednice je menší a menší je také tlak uvnitř bubliny.

Příklad

Urči tlak uvnitř mýdlové bubliny o průměru 8 cm. Předpokládej, že mýdlo zmenšilo povrchové napětí vody na třetinu normální hodnoty. Jaký tlak bude uvnitř bubliny o průměru 2 cm?

$$d_1 = 8\,\mathrm{cm} = 8\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \Rightarrow r_1 = 4\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\,,\ \sigma = \frac{73\cdot 10^{-3}}{3}\,\mathrm{N\cdot m^{-1}} = 24\cdot 10^{-3}\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$$

$$d_2 = 2\,\mathrm{cm} = 2\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \Rightarrow r_1 = 10^{-2}\,\mathrm{m}\,,\ p = ?$$

Vzorec pro velikost kapilárního tlaku uvnitř mýdlové bubliny: $p_k = \frac{4\sigma}{R}$.

Dosazení: $p_{k1} = \frac{4\sigma}{r_1} = \frac{4\cdot 24\cdot 10^{-3}}{4\cdot 10^{-2}}\,\mathrm{Pa} = 2,4\,\mathrm{Pa}$

Velká bublina: $p_{k1} = \frac{4\sigma}{r_1} = \frac{4\cdot 24\cdot 10^{-3}}{4\cdot 10^{-2}}\,\mathrm{Pa} = 2,4\,\mathrm{Pa}$

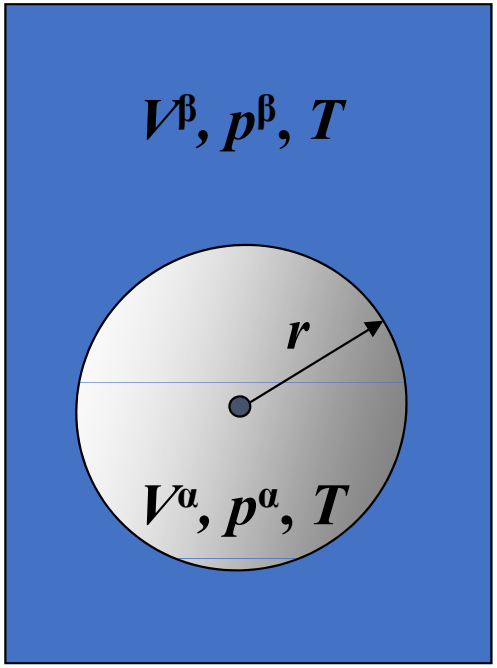
Malá bublina: $p_{k2} = \frac{4\sigma}{r_2} = \frac{4\cdot 24\cdot 10^{-3}}{10^{-2}}\,\mathrm{Pa} = 9,6\,\mathrm{Pa}$

Laplaceův zákon

napětí stěny roztaženého dutého tělesa je přímo úměrné součinu tlaku uvnitř tělesa a poloměru křivosti tělesa a nepřímo úměrné tloušťce stěny.
Pro **kulovou vrstvu** má tvar

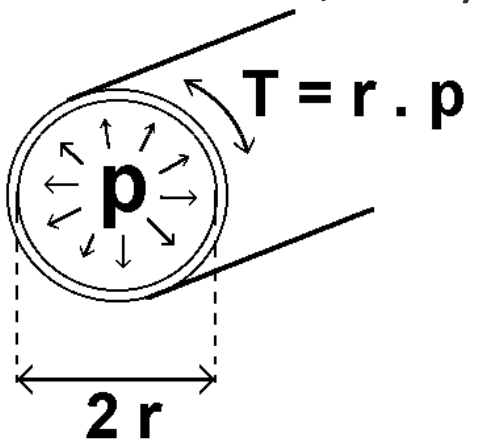
$$T = p.r/(2.h)$$

kde T je napětí v materiálu kulové plochy, p je tlak uvnitř dutiny, r je poloměr dutiny a h je tloušťka stěny.



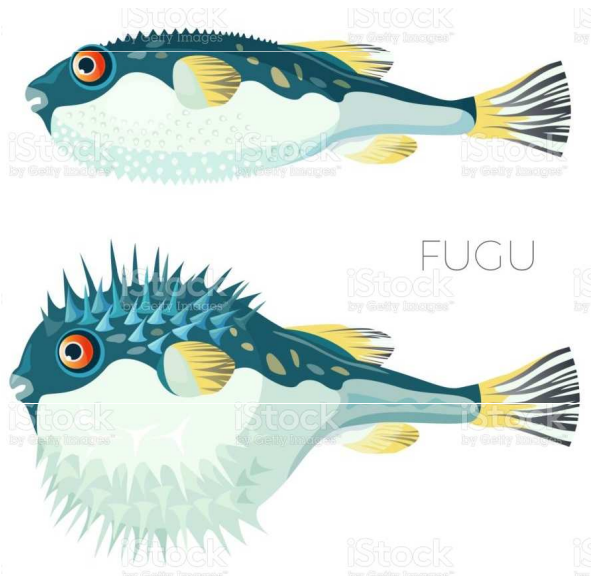
Předměty s vysokým povrchovým napětím a malým poloměrem mají tendenci ke kolapsu.
U ***plicních alveolů***, které se zmenšují výdechem, brání kolapsu surfaktant, který povrchové napětí snižuje.

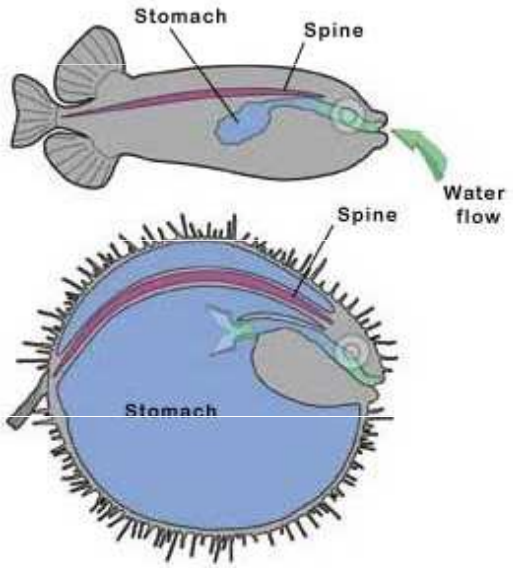
Mechanické namáhání ***stěn cév*** je přímo úměrné tlaku a poloměru cévy.

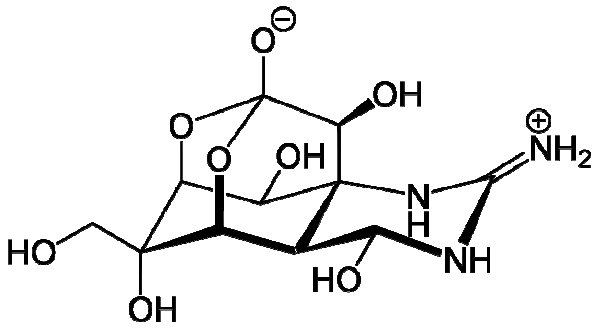


Příklad

Ryby **fugu** (Tetraodontidae) v případě ohrožení zvětšují svůj objem naplněním svého žaludku vodou nebo vzduchem (v závislosti na prostředí).







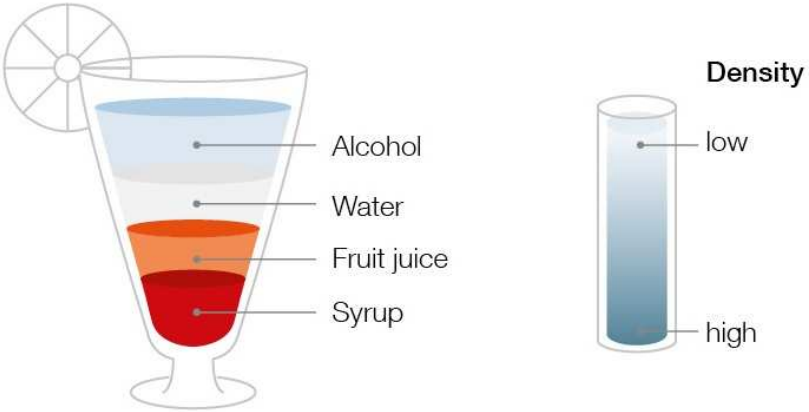
tetrodotoxin

Hustota kapalin

Hustota (objemová hmotnost, měrná hmotnost) je fyzikální veličina určená podílem hmotnosti a objemu kapaliny.

$$\varrho = \frac{m}{V}$$

$$[\varrho] = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$



	ρ [g/cm³]
Air	0.00120
Ethanol (alcohol)	0.79
Water	0.99820
Fruit juice	1.042
Syrup	1.40

Měření hustoty kapalin pyknometrem je založené na vážení hmotnosti kapaliny o známém objemu.

$$\rho = (m_2 - m_1)/V$$

kde m_1 je hmotnost dokonale suchého pyknometru, m_2 hmotnost osušeného pyknometru naplněného zkoumanou kapalinou. Objem pyknometru (V) je uveden na nádobce.

Hustota plynů

Výpočet pomocí stavové rovnice ideálního plynu

$$p.V = n.R.T = (m/M).R.T$$

$$\rho = m/V = p.M/(R.T)$$

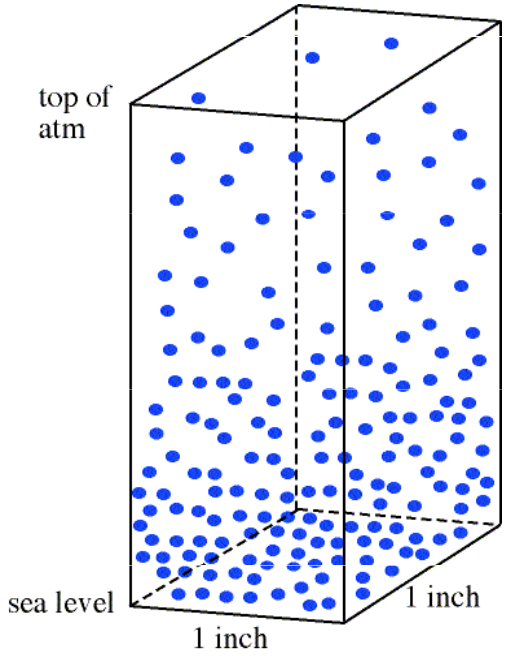
Za **normálních podmínek** ale stačí vyjít ze vztahu, že 1 mol plynu zaujímá objem 22,4 l.

$$\rho = M/22,4$$

M je molární hmotnost daného plynu.

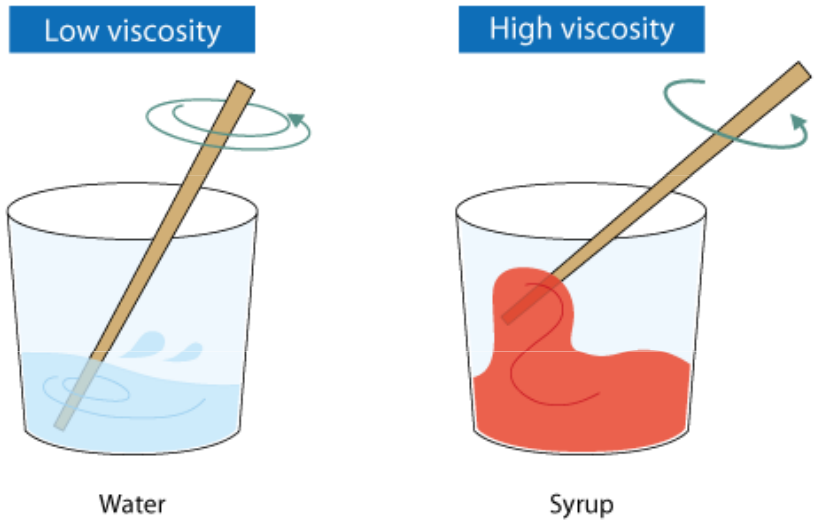
Hustota vzduchu

Na úrovni moře při teplotě 20 °C má **suchý vzduch** hustotu přibližně 1,2 kg.m^{-3}. Hustota vzduchu závisí na jeho tlaku, teplotě a vlhkosti, s rostoucí nadmořskou výškou klesá.



Viskozita

Viskozita je veličina charakterizující vnitřní tření a odpor proti změně tvaru. Závisí především na přitažlivých silách mezi částicemi. Kapaliny s větší přitažlivou silou mají větší viskozitu, větší viskozita znamená větší brzdění pohybu kapaliny nebo těles v kapalině. Viskozita se projevuje jen pokud není tekutina v klidu. **Viskózní síla** má snahu zmenšit vzájemný rozdíl rychlostí v proudící tekutině, je tudíž analogií k třecí síle, která je součástí mechaniky pevných látek. Tekutinu, u které se neprojevují viskózní síly, nazýváme **dokonalou**.



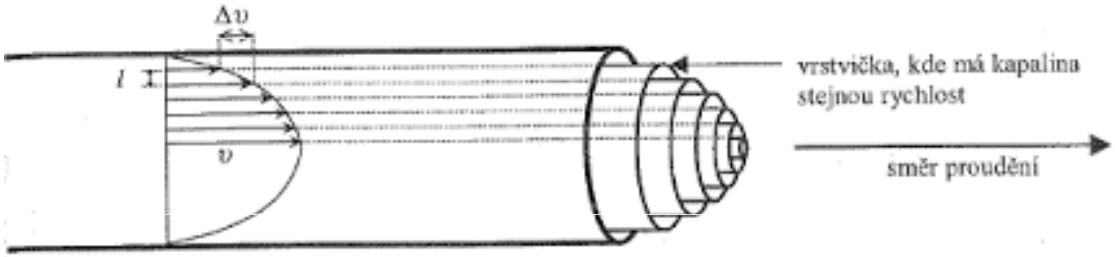
Newtonův zákon viskozity

Newtonův zákon viskozity stanovuje vztah mezi napětím a rychlostí deformace jako přímou úměru, kde konstantou úměrnosti je **dynamická viskozita**

$$\tau = -\eta \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$$

[η] = N.s.m^{-2} = Pa.s

kde τ je tečné (smykové, tangenciální) napětí v tekutině, *u* je rychlost toku, *x* je souřadnice ve směru kolmém na směr proudění a η je dynamická viskozita, která je pro danou teplotu konstantou.



Obr. 13 Rychlostní profil kapaliny proudící kapilárou

Převrácená hodnota dynamické viskozity se nazývá **tekutost**

$$\varphi = \frac{1}{\eta}$$

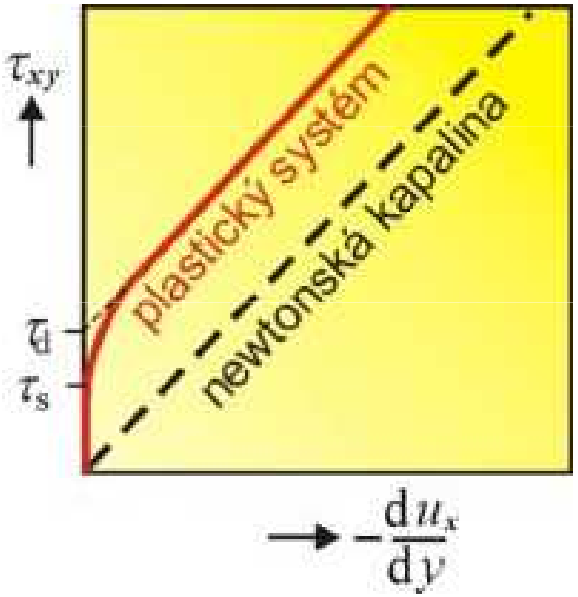
Podíl dynamické viskozity a hustoty kapaliny se nazývá **kinematická viskozita** (nebo součinitel kinematické viskozity).

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

[*v*] = m^2·s^{-1} = 10^4 St (stokes)

Uvedený vztah platí pro velkou většinu kapalin (i plynů). Takové tekutiny se nazývají **newtonské** tekutiny (newtonovské). Dynamická viskozita u nich nezávisí na gradientu rychlosti. Existují však také anomální tekutiny, u nichž je viskozita na gradientu rychlosti závislá. Takové kapaliny se nazývají **nenewtonské**.

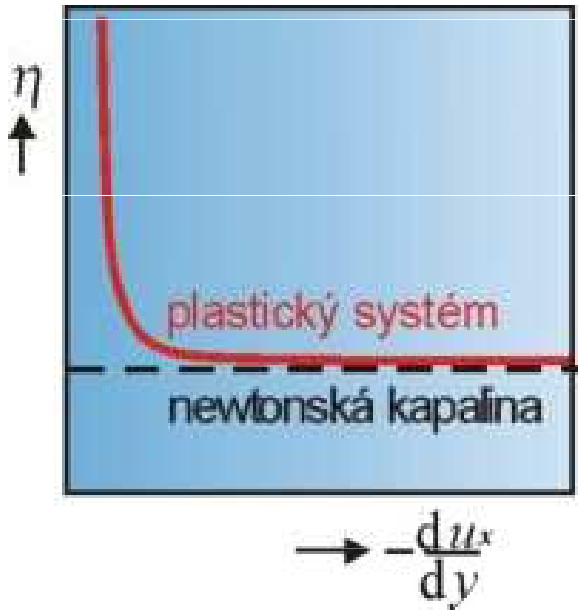
Binghamovské (plastické) kapaliny



Vůči malým napětím chovají jako tuhá tělesa a deformují se jen elasticky. Počínaje určitou hodnotou napětí (***statická mez toku*** τ_s) se začíná rozrušovat struktura a rychlostní gradient vzrůstá - nejprve zvolna, až křivka dosáhne rychle stoupající přímkové části.
Hodnota napětí odečtená jako průsečík přímkové části s osou se označuje jako ***Binghamova*** neboli ***dynamická mez toku*** τ_d

$\tau_{xy} < \tau_d$ látka teče jako newtonská kapalina $\tau_{xy} = -\eta\frac{du_x}{dy} + \tau_d$

$\tau_{xy} < \tau_s$ látka zůstává tuhá $\frac{du_x}{dy} = 0$



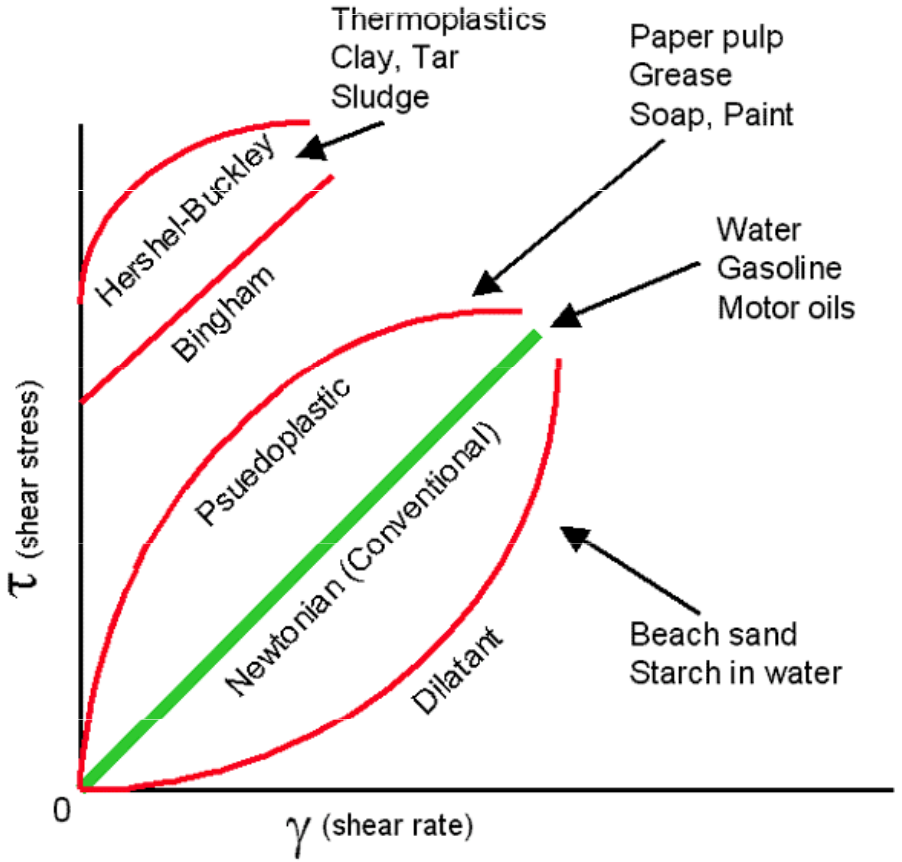
kde τ_{xy} je tečné napětí (N m^{-2}) působící ve směru osy x v rovině kolmé k ose y, u_x je rychlost toku ve směru osy x a du_x/dy je gradient rychlosti.

Plasticita předpokládá vytvoření úplné struktury s asociačními spoji, která odolává napětím menším než statická mez toku, ale rozrušuje se při větších napětích, kdy se systém začíná chovat jako kapalina, zpočátku vysoce viskózní, později dobře tekutá.

Příklad

Majonéza je binghamovská kapalina. Na povrchu má hrany a výstupky protože se binghamovská kapalina chová při malém smykovém napětí jako pevná látka.

Další příklady



Příklad

Bude-li tlak tělesa ponořeného v **bažině** malý, bude malé i smykové napětí, kapalina nebude téci a bažina se bude chovat jako pevné těleso. Lehký předmět tak může ležet na povrchu bažiny a nepotopí se, ani když není nadlehčován dostatečně velkou vztlakovou silou.

Překročí-li tlak jistou hodnotu, začne se bažina chovat jako binghamovská kapalina a těleso se bude nezadržitelně ponořovat, aniž by tomu mohla vztlaková síla zabránit (přestože hustota bažin je 1500 - 2000 $kg.m^{-3}$).

Pokud by byl člověk v bažině absolutně nehybný, chovala by se bažina jako pevné těleso. Začne-li se však člověk do bažiny ponořovat, sebemenší pohyb nohy či ruky zvýší reakční silou tlak na kapalinu, k čemuž přispěje i přilnavost a viskozita kapaliny, jejichž překonávání vyžaduje další úsilí. Jakmile se člověk ponoří pod úroveň, při níž vztlaková síla vyrovnává jeho tíhu, je další ponořování nezadržitelné (stačí k němu pouhé dýchání).

Viskozita plynů

U plynů lze viskozitu považovat za nezávislou na tlaku plynu (s výjimkou velmi nízkých a velmi vysokých tlaků). Viskozita plynů stoupá s rostoucí teplotou, čímž se odlišuje od viskozity kapalin, u nichž viskozita s rostoucí teplotou klesá.

Einsteinova rovnice pro viskozitu zředěných disperzních systémů

Závislost viskozity zředěných disperzních systémů na objemovém zlomku disperzního podílu popisuje **Einsteinova rovnice** pro viskozitu

$$\eta = \eta_o (1 + 2{,}5 \cdot \varphi)$$

kde η_o je viskozita čistého disperzního prostředí a φ je objemový zlomek disperzního podílu.

Při vyšších koncentracích se uplatňuje i vzájemné ovlivňování částic a Einsteinovu rovnici je třeba rozšířit o další členy

$$\eta_i = 2{,}5 \cdot \varphi + k_2 \cdot \varphi^2 + k_3 \cdot \varphi^3 + \cdots$$

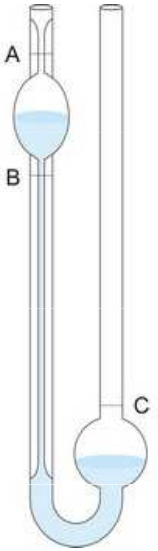
Kapilární viskozimetry

Měření viskozity je založeno na **Poiseuillově rovnici** pro průtok kapaliny kapilárou o poloměru r a délce ℓ:

$$\eta = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot \Delta p \cdot \tau}{8 V \cdot \ell}$$

$\Delta p = h.\rho.g$

kde Δp rozdíl tlaků, daný hydrostatickým tlakem kapaliny ve svislé kapiláře, V objem kapaliny, který proteče kapilárou za čas τ.

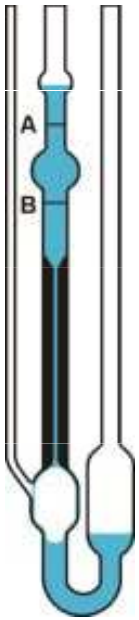


Ostwaldův viskozimetr

Viskozita je tedy úměrná hustotě kapaliny a době průtoku. Obvykle se provádí měření relativní, při němž se na stejném viskozimetru porovnává viskozita měřené kapaliny η se známou viskozitou srovnávací kapaliny η_{ref}

$$\frac{\eta}{\eta_{ref}} = \frac{\tau}{\tau_{ref}} \cdot \frac{\rho}{\rho_{ref}}$$

kde τ, τ_{ref} jsou doby průtoku určitého objemu měřené a srovnávací kapaliny, vymezené dvěma ryskami A a B, ρ a ρ_{ref} hustoty měřené a srovnávací kapaliny.



Ubbelohdeho viskozimetr

Kapilární viskozimetry nemohou být použity pro nenewtonské kapaliny.

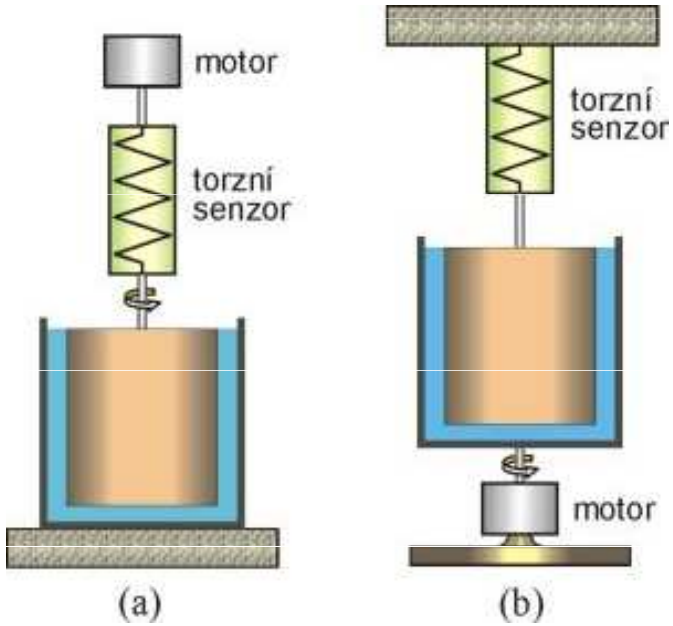
Rotační viskozimetr

Principem je měření momentu síly, který musí překonávat rotující těleso ponořené do kapaliny. Za ideálních podmínek pro velikost tohoto momentu platí:

$$M = konst.\omega.\eta$$

kde M je moment síly, ω je úhlová frekvence rotujícího tělesa, η je dynamická viskozita a k je konstanta přístroje zahrnující především jeho geometrii.

(a) Systém Couett s otáčivým vnitřním válcem
(b) Systém Searle s otáčivým vnějším válcem



Rotace tělesa musí být pomalá, aby nedocházelo k turbulentnímu proudění. Rotační viskozimetry jsou schopny měřit i viskozitu nenewtonovských kapalin.

Stlačitelnost kapalin a plynů

Stlačitelnost (objemová stlačitelnost, Pa^{-1}) je definována jako záporná hodnota relativní změny objemu vzhledem ke změně tlaku

$$\gamma = -\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p}$$

kde V je původní objem tekutiny před stlačením, dV představuje změnu objemu při stlačení a dp je změna tlaku.

Převrácená hodnota stlačitelnosti se nazývá **modul objemové pružnosti**

$$K = \frac{1}{\gamma}$$

Kapaliny jsou stlačitelné jen nepatrně, kdežto **plyny** jsou stlačitelné velmi jednoduše.

Ideální kapalina je zcela nestlačitelná, tzn. $\gamma = 0$

Ideální plyn je dokonale stlačitelný.

Tlaková síla u kapalin a plynů

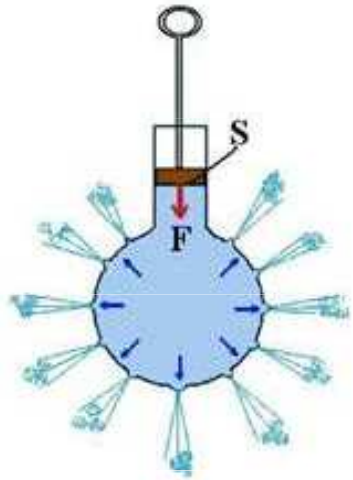
Tlaková síla je síla, působící kolmo na určitou plochu povrchu tekutiny. Její působení v tekutině se vyjadřuje veličinou **tlak**, nezávislou na velikosti plochy. Tlaková síla má velikost

$$F_{tl} = p.S$$

kde p je tlak a S je obsah plochy.

Tlaková síla může být např. způsobena změnou termodynamického stavu tekutiny doprovázenou změnou tlaku (princip pístových tepelných strojů), vnějším silovým polem (např. u hydrostatického tlaku) nebo může být reakcí (podle třetího pohybového zákona) tekutiny na působení vnější síly na povrch tekutiny (princip hydraulických zařízení).

Pascalův zákon

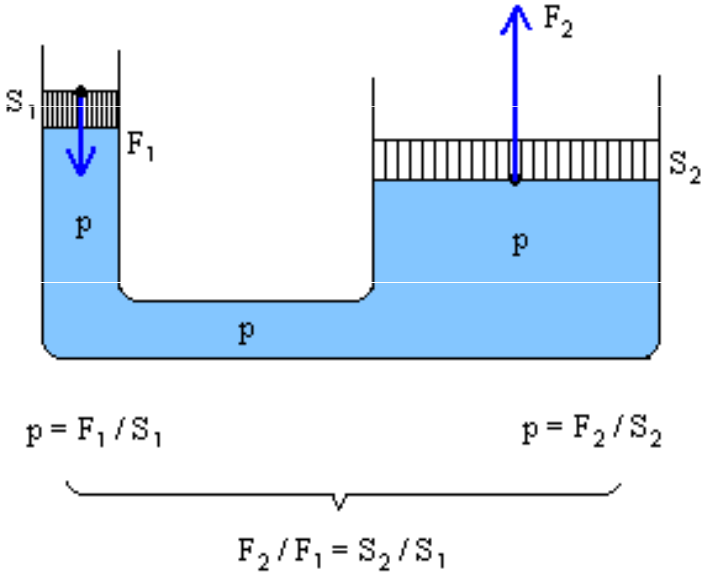


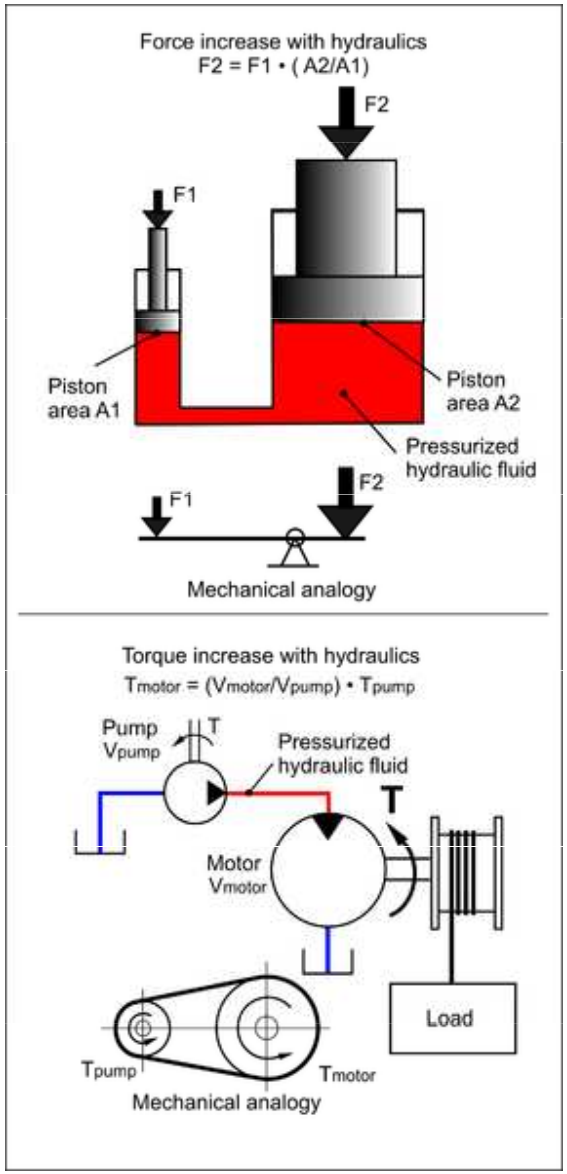
Jestliže na kapalinu působí vnější tlaková síla, pak tlak v každém místě kapaliny vzroste o stejnou hodnotu.

Zákon platí pro kapaliny i pro plyny. Přenos tlaku je umožněn pohybem částic kapaliny a rozkladem vzájemných sil mezi nimi do všech směrů.

Pascalův zákon je základem hydraulických zařízení, která využívají přenosu tlaku a tím i tlakové síly od jednoho pístu k druhému. Velikostí pístu se dá ovlivnit i velikost tlakové síly.

Pro ideální kapalinu platí tento zákon zcela přesně. Reálné kapaliny však nejsou zcela nestlačitelné a změny tlaku se v nich šíří konečnou rychlostí.

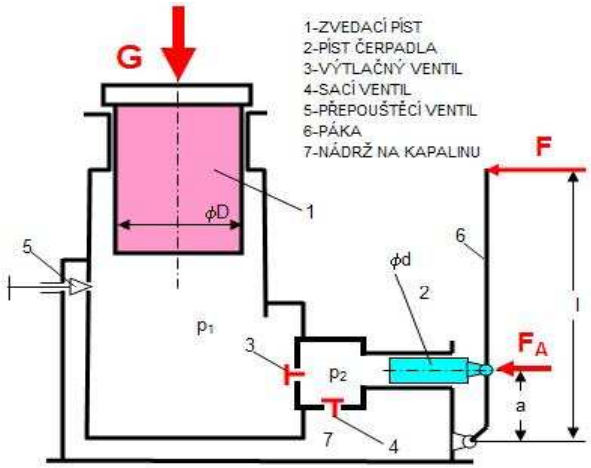




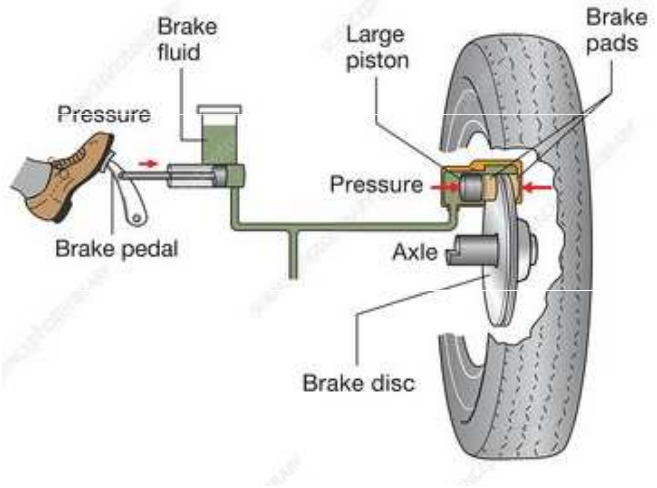
Příklad

Nahuštěná pneumatika má ve všech místech stejný tlak. Její stěny se napínají ve všech místech stejně. Tlaková síla působí vždy kolmo na stěny pneumatiky.

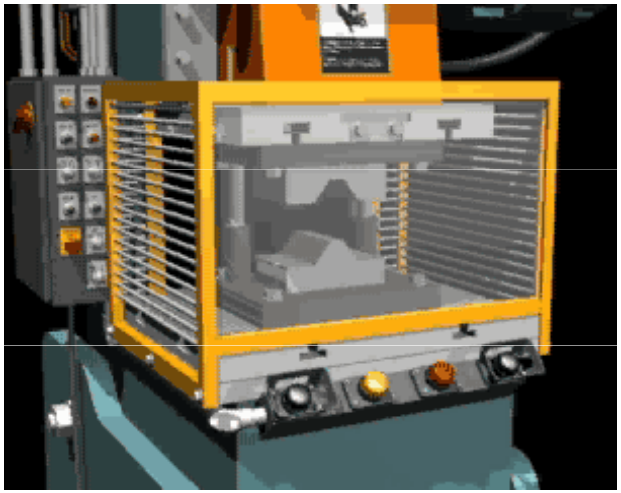
Hydraulický zvedák

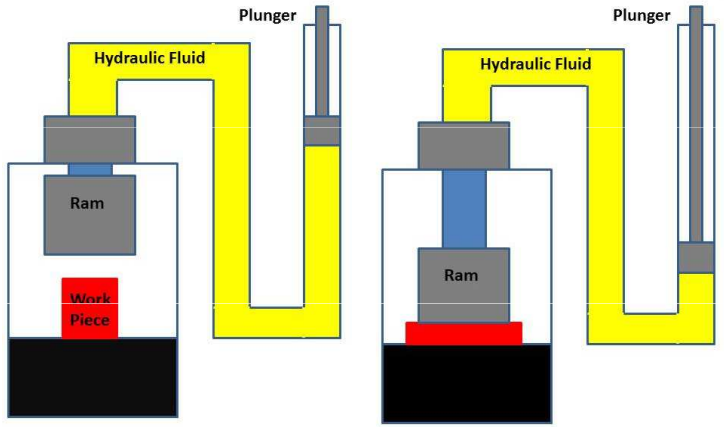


Brzdy u automobilu



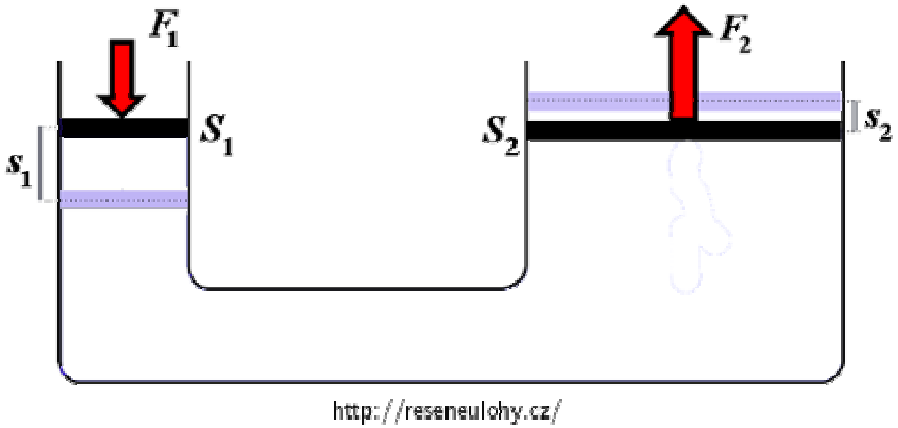
Hydraulický lis





Příklad

Obsahy průřezů válců hydraulického lisu jsou 20 cm^2 a 800 cm^2. Na menší píst působí síla o velikosti 100 N. Určete: a) tlak, který tato síla vyvolá v kapalině, b) velikost tlakové síly působící na větší píst, c) dráhu, o kterou se posune větší píst, jestliže se menší píst posune o 8 cm a práci, kterou při tomto posunutí vykoná tlaková síla.



$S_1 = 20\ cm^2$
$S_2 = 800\ cm^2$
$F_1 = 100\ N$
$p = ?$
$F_2 = ?$
$s_2 = ?$
$W = ?$

$\Delta V = S_1.s_1 = S_2.s_2$
$s_2 = s_1.S_1/S_2 =$
$8 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}/8 \cdot 10^{-2}\ m = \underline{2\ mm}$

$p = F_1/S_1 = 100/2 \cdot 10^{-3}\ Pa = \underline{50\ kPa}$

$p = F_1/S_1 = F_2/S_2$
$F2 = F_1 \cdot S_2/S_1 = 100 \cdot 8 \cdot 10^{-2}/2 \cdot 10^{-3}\ N = \underline{4\ kN}$

$W = F_1.s_1 = 100 \cdot 8 \cdot 10^{-2}\ J = \underline{8\ J}$
$W = F_2.s_2 = 4000 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ J = \underline{8\ J}$

Tlak ideálního plynu

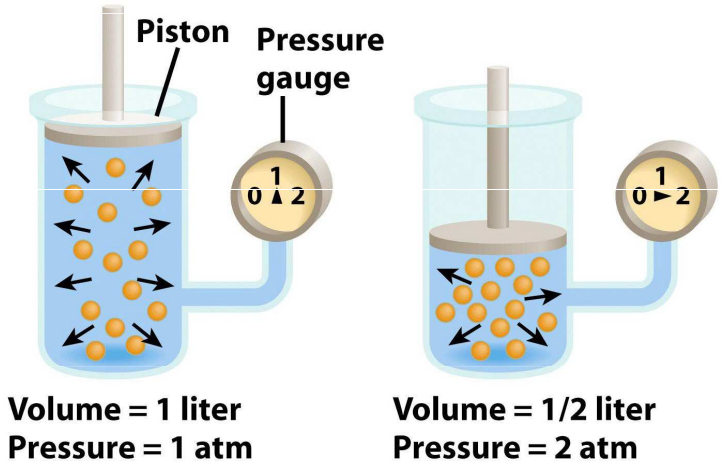
Boyleův zákon: za stálé teploty je **objem** určitého množství plynu **nepřímo úměrný** jeho **tlaku**:

$$P.V = konst$$

Boyleův zákon platí pouze v oblasti nízkých tlaků, je to zákon mezní (limitní):

$$\lim_{P \to 0}(P.V) = A$$

A je konstanta závislá na množství plynu a na teplotě.

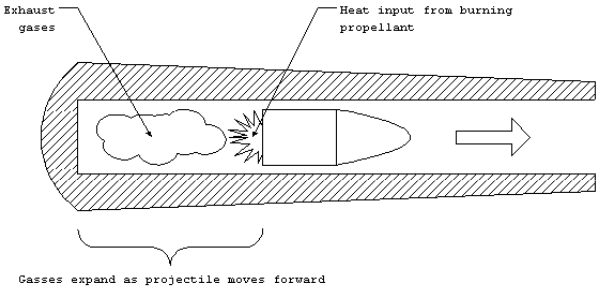


Daltonův zákon: celkový tlak *P* směsi *n* plynů můžeme definovat jako součet parciálních tlaků jednotlivých plynů obsažených ve směsi.

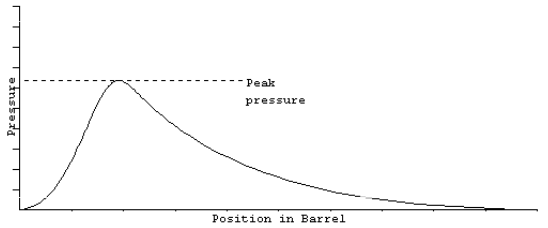
$$P = p_1 + p_2 + \ldots + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i$$

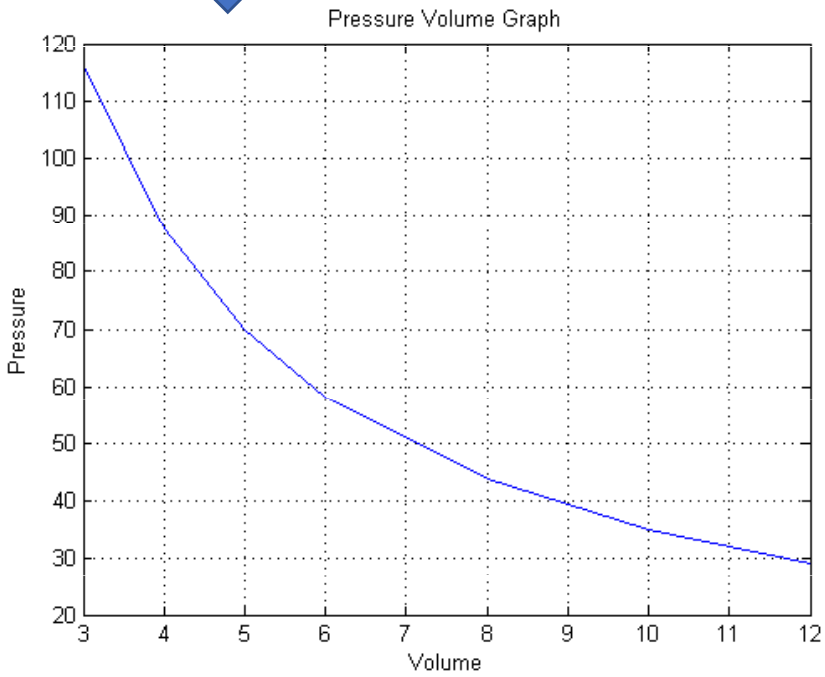
Příklad

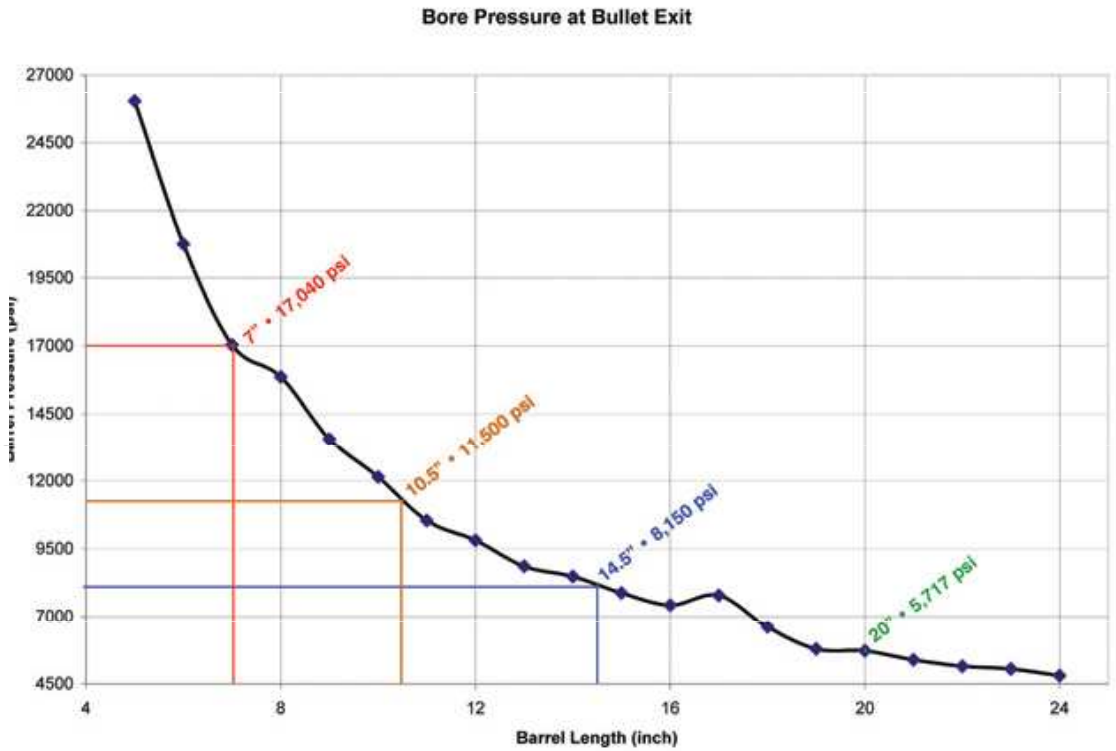
Změna tlaku v hlavni po výstřelu odpovídá **Boyleovu zákonu**.



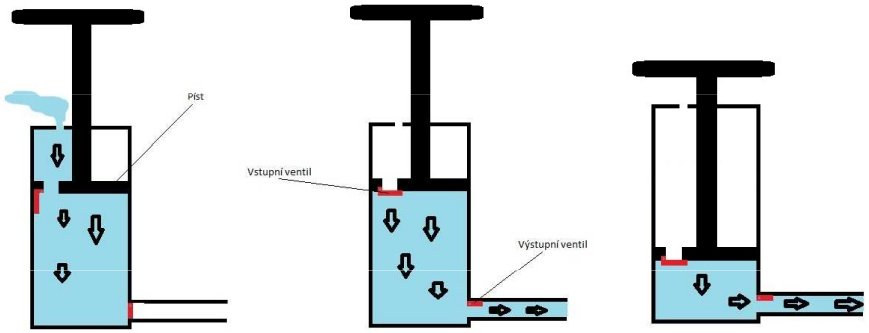
20-inch barrel length in the AR-15/M16 weapon systems chambered for the 5.56×45 NATO cartridge to progressively shorter barrels



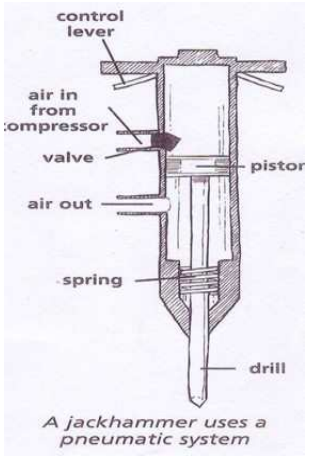


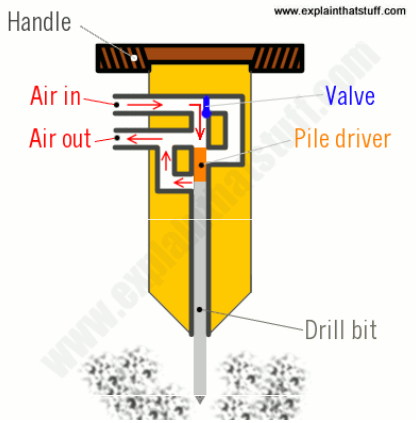


Ruční hustilka

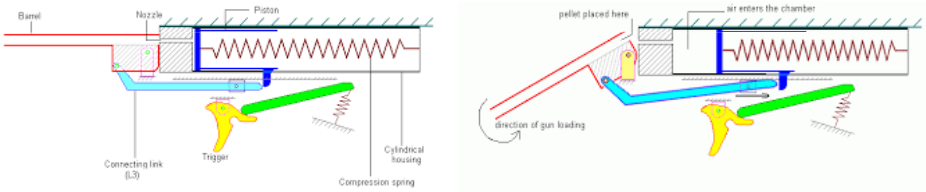


Pneumatické kladivo (sbíječka)

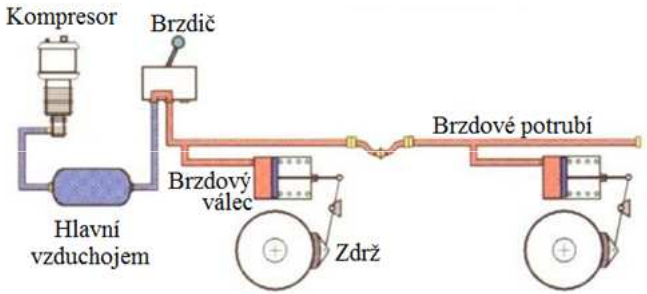




Vzduchovka



Tlaková brzda železničních vagónů



Příklad

Jaký je tlak vzduchu v pneumatice nákladního automobilu při teplotě 20 °C a hustotě 8,0 kg·m^{-3} ? Molární hmotnost vzduchu M ≐ 29 · 10^{-3} kg·mol^{-1} .

t = 20 °C → T = 293 K
ρ = 8,0 kg m^{-3}
Mm ≐ 29·10 $^{-3}$ kg·mol^{-1}
p = ?

$$p = \frac{m}{M_m} \cdot \frac{R_m \cdot T}{V} = \rho \frac{R_m \cdot T}{M_m}$$

$$p = 8 \cdot \frac{8,31 \cdot 293}{29 \cdot 10^{-3}} \text{Pa} = \underline{\underline{0,67 \text{MPa}}}$$

Hydrostatický tlak a tlaková síla

V tíhovém poli Země působí na kapaliny tíhová síla. Molekuly kapalin jsou těsně vedle sebe a proto každá molekula tlačí svou tíhou na částice pod ní. Tlak, vyvolaný vlastní tíhou kapaliny, se nazývá **hydrostatický tlak**. Jeho velikost závisí na hloubce pod povrchem kapaliny **h**, hustotě kapaliny **ρ** a tíhovém zrychlení **g**

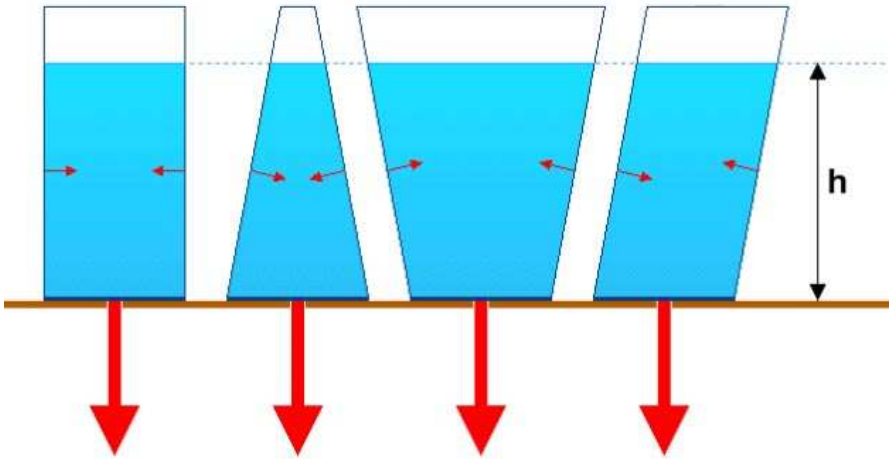
$$p_h = h\rho g$$

Na vodorovné dno nádoby působí **tlaková síla**

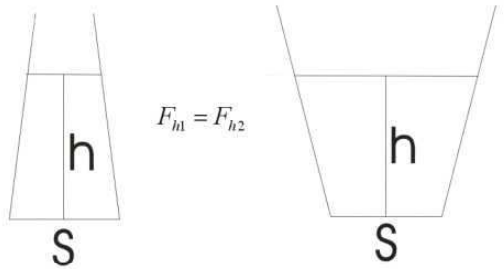
$$F = S.p_h = S.h.\rho.g.$$

Z tohoto vztahu je zřejmé, že tlaková síla na dno nezávisí na tvaru objemu a nádoby, ani na hmotnosti kapaliny v ní.

Ať už má nádoba jakýkoliv tvar, hydrostatický tlak a tedy hydrostatická síla na dané ploše je vždy stejná. Tento jev se někdy označuje jako **hydrostatický paradox**.



Nádoby stejně vysoké se stejně velkým dnem se mohou lišit jedině tvarem nádoby - nahoře *zužující se* nádoba pojme *menší* množství kapaliny, nahoře *rozšiřující se* nádoba pojme větší množství kapaliny. Tíha kapalin v těchto nádobách bude *různá*, tlaková síla na dno však bude naprosto *stejná*. Rozdíl mezi tíhou kapaliny a tlakovou silou kapaliny na dno je způsoben silou reakce stěn, která u rozšiřující se nádoby působí na kapalinu směrem šikmo *vzhůru* (kapalinu nadlehčuje), u zužující se nádoby působí na kapalinu šikmo *dolů* (kapalinu přitlačuje na dno).

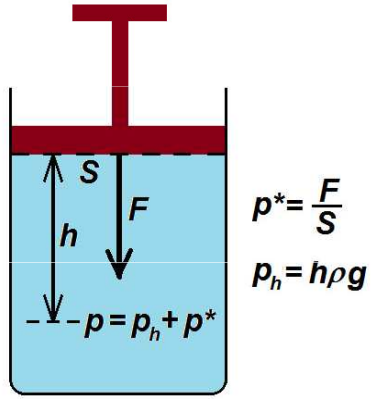


Pascalův zákon a hydrostatický tlak

Působením vnější síly na kapalinu vzroste tlak ve všech místech stejně, ale rozdíly dané odlišnými hodnotami hydrostatického tlaku zůstanou. **Pascalův zákon** potom může být vyjádřen rovnicí:

$$p_2 - p_1 = -\rho g(h_2 - h_1)$$

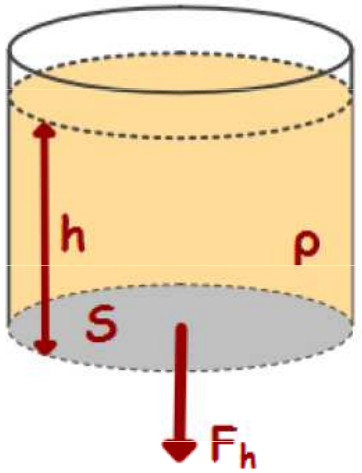
kde h_1 a h_2 jsou dvě rozdílné výšky kapaliny, ρ je hustota kapaliny a g je tíhové zrychlení.



Válcová nádrž má obsah dna 250 m^2 a je naplněna naftou do výšky 10 m. Urči tlakovou sílu, kterou působí nafta na dno nádrže. Hustota nafty je 900 $kg.m^{-3}$.

$S = 250\ m^2$
$h = 10\ m$
$\rho = 900\ kg.m^{-3}$
$g = 10\ N.kg^{-1}$
$F_h = ?$

$\mathbf{F_h = S \cdot h \cdot \rho \cdot g}$
$F_h = 250 \cdot 10 \cdot 900 \cdot 10 =$
$= 22500000\ N = \underline{22{,}5\ MN}$

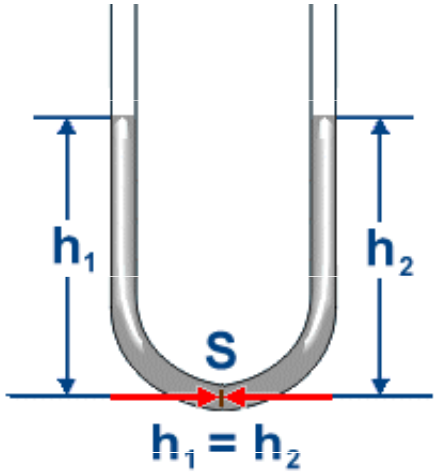


Hydrostatický tlak u dna řeky je 42 kPa. Jak hluboká je řeka v tomto místě?
$p_h = 42\ kPa = 42\ 000\ Pa$
$\rho = 1\ 000\ kg.m^{-3}$
$g = 10\ N.kg^{-1}$
$h = ?$

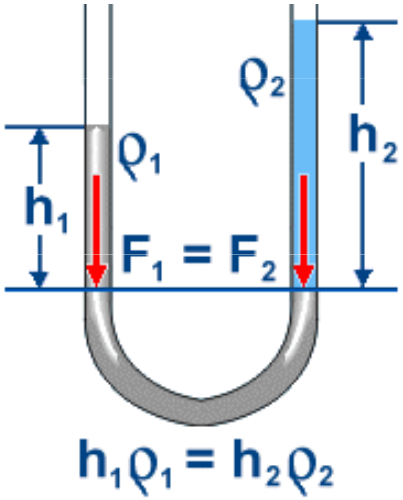
$\mathbf{h = p_h\ /(\rho \cdot g)} = 42\ 000\ /(1\ 000 \cdot 10) = \underline{4{,}2\ m}$

Spojené nádoby

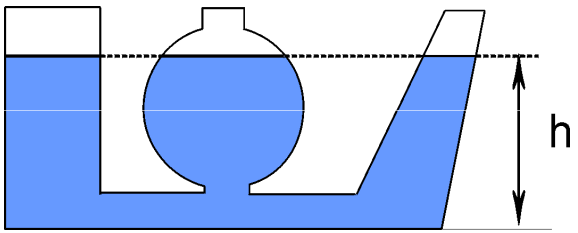
Spojíme-li dvě nádoby u dna trubicí, může kapalina volně přetékat z jedné do druhé. Taková sestava dvou (nebo i více) nádob se nazývá **spojené nádoby**, jednotlivým nádobám říkáme **ramena**. Naplníme-li spojené nádoby kapalinou, mohou nastat dva případy:

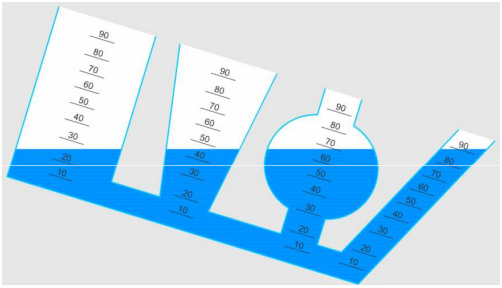


- **Ve všech ramenech je stejná kapalina:** Kapalina přetéká mezi rameny tak dlouho, až ve všech ramenech vystoupí hladiny do stejné výšky. To znamená až je hydrostatický tlak u dna všech ramen stejný. Platí to i v případě, že jsou ramena šikmá, různě zakřivená a s různým průřezem.



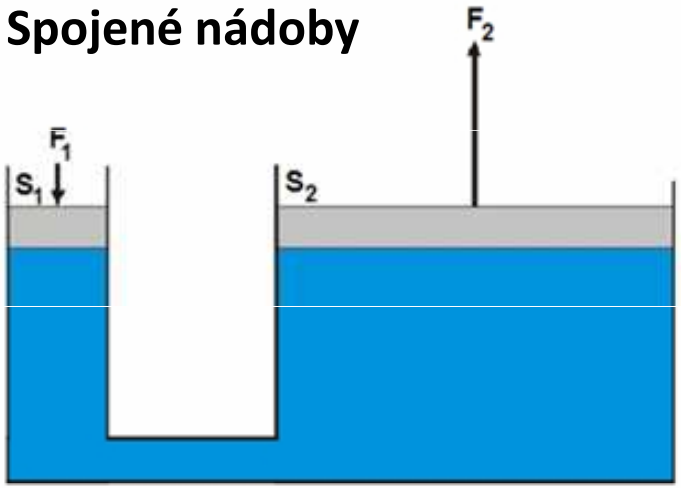
- **V ramenech jsou různé nemísící se kapaliny:** Aby došlo k ustálení, musí být hydrostatické tlaky na rozhraní obou kapalin stejné. Ze vztahu pro rovnost hydrostatických tlaků vyplývá, že výšky sloupců kapalin v obou ramenech závisí na hustotách kapalin.





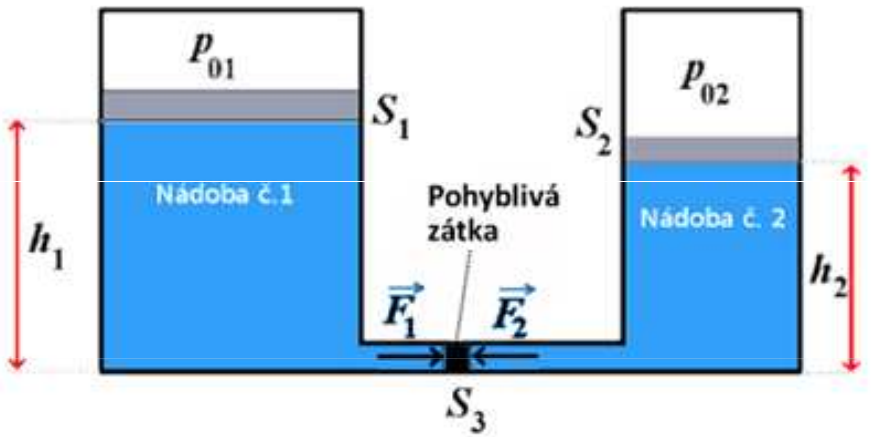
Výška hladin ve spojených nádobách je důsledkem hydrostatického tlaku, jehož velikost závisí na hloubce a ne na množství kapaliny. Důležitou podmínkou je nehybnost kapalin, při proudění mohou být tlaky kapalin v různých nádobách různé díky Bernoulliho jevu.

Spojené nádoby



$p_1 = p_2$

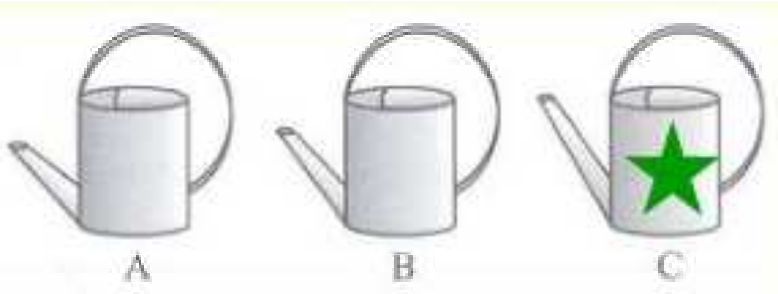
Nádoby oddělené pohyblivou zátkou

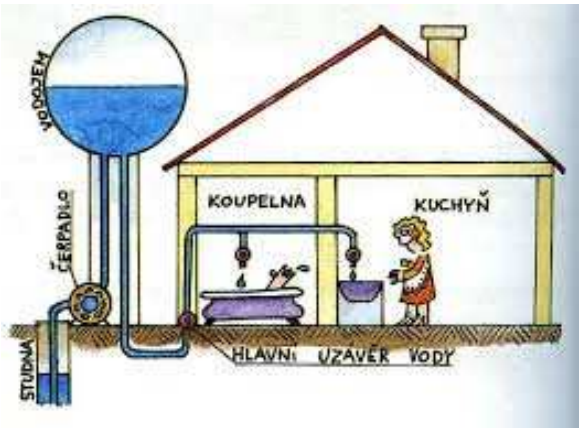


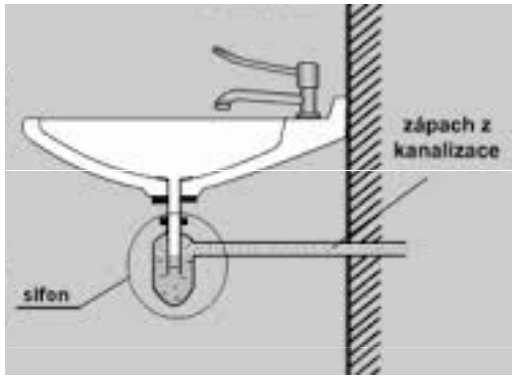
$F_1 = F_2$

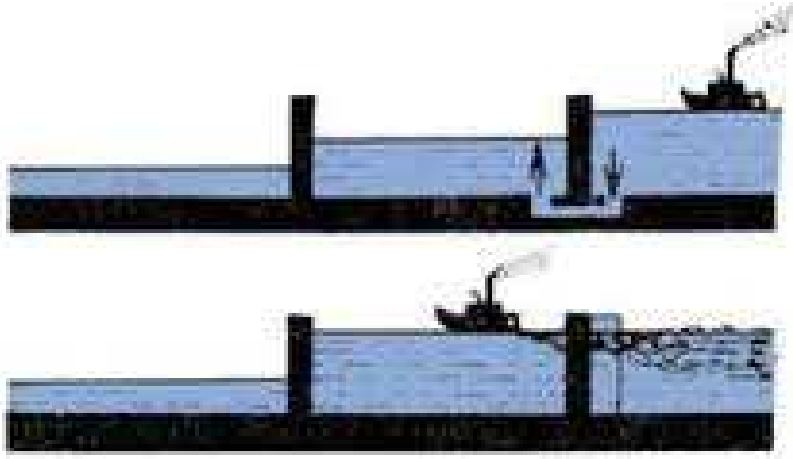
Příklad

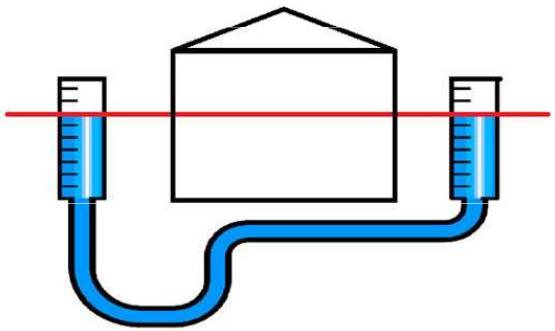
Která konev je nejvhodnější ?

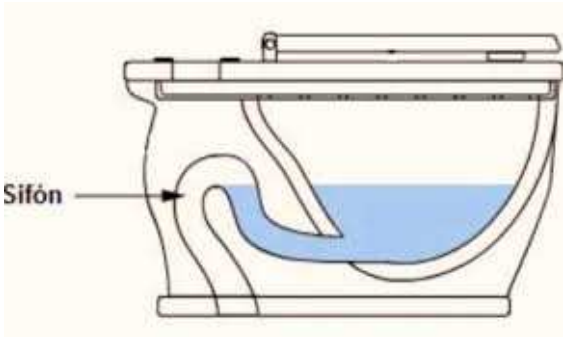


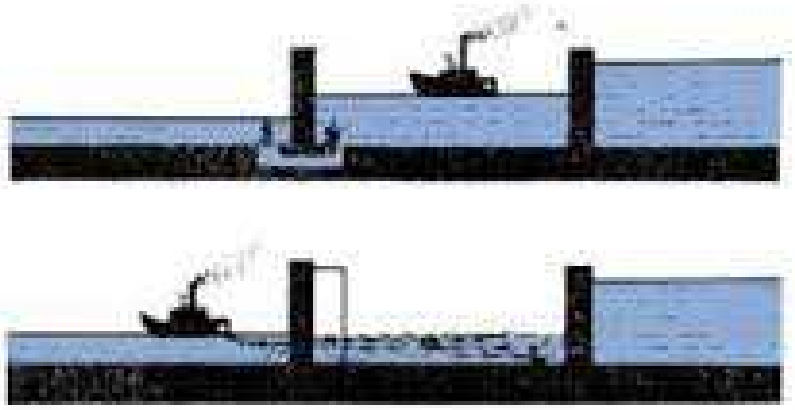






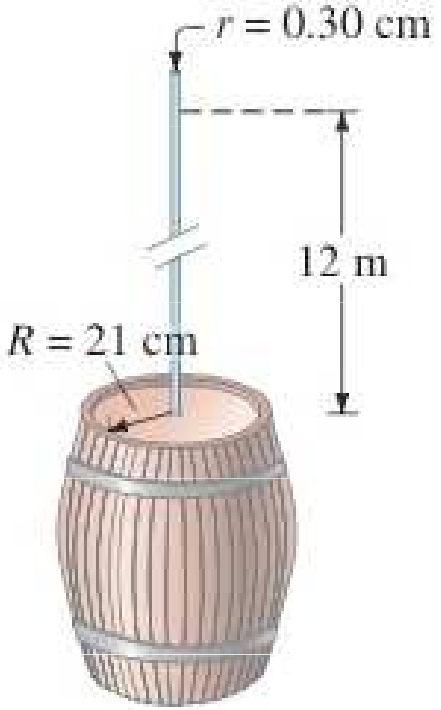






Příklad

B. Pascal umístil dlouhou tenkou trubici o poloměru 0.30 cm vertikálně do vinného sudu poloměru 21 cm. Sud byl plněn vodou až hladina v trubici dosáhla výšky 12 m, potom sud praskl. Určete množství vody v trubici a sílu kterou působila voda na víko sudu těsně před prasknutím.

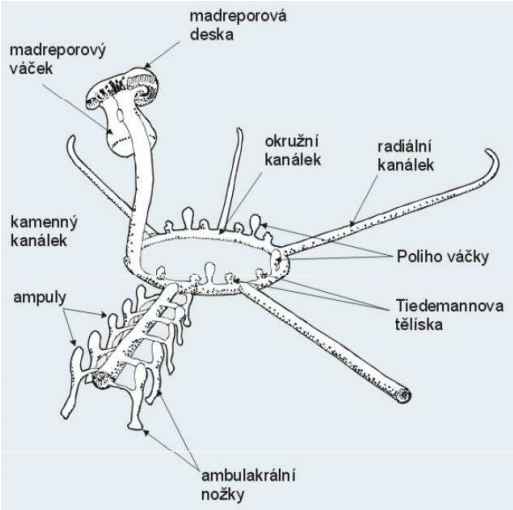


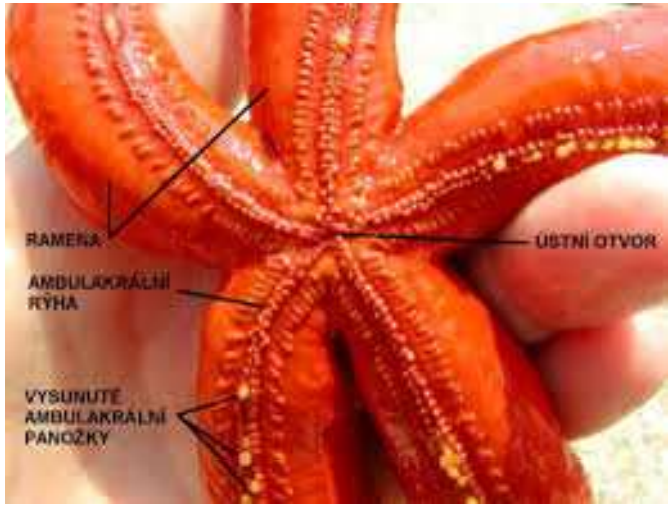
r = 0.30 cm = 0,0003 m
R = 21 cm = 0,21 m
h = 12 m
$\rho_w = 1000\ kg.m^{-3}$
m = ?
F = ?

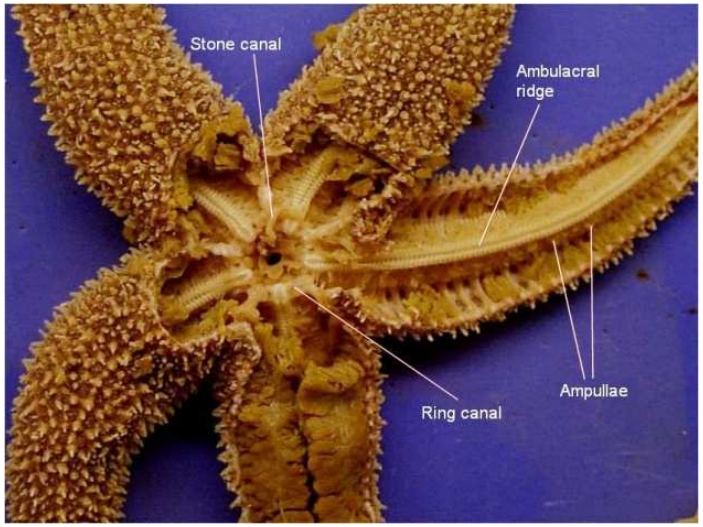
$m = V.\rho_w = \pi.r^2.h.\rho_w = \underline{0.41\ kg}$

Příklad

Kromě tlaku krve vytvořeného srdcem působí na krev i hydrostatický tlak. Žirafa měří asi 4 metry, krk má dlouhý přibližně 2 velký. Aby nedošlo k poškození krevního oběhu, jsou žirafy vybaveny soustavou chlopní v cévách a pružnějšími žilními stěnami.



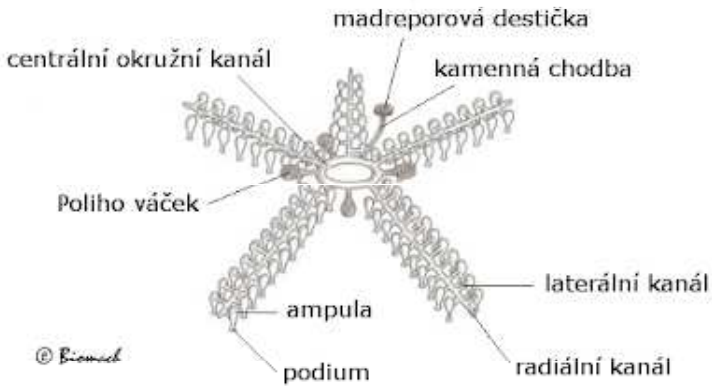


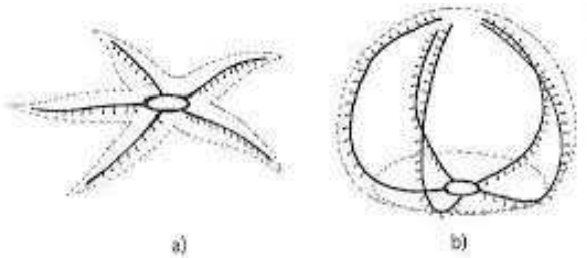


Uvnitř těla **hvězdice** se nachází síť tzv. coelomálních kanálků, které po těle rozvádí roztok s vysokým obsahem bílkovin. Soustava trubic vede k panožkám na spodní straně všech pěti ramena hvězdice a dalším výrůstkům na jejím těle, které se pohybují podle změn tlaku kapaliny.

Hydraulika těchto ostnokožců se označuje jako tzv. *ambulakrální soustava*. Ambulakrální kanálky ústící do panožek jim umožňují se při vytlačení vody přisát k podkladu a při nasátí se uvolnit.

AMBULAKRÁLNÍ SOUSTAVA

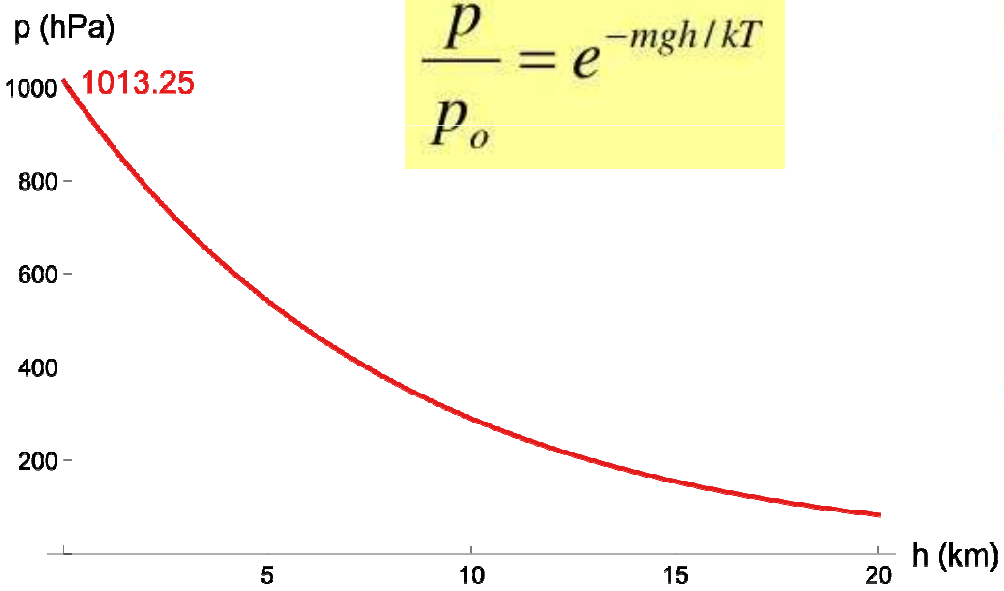




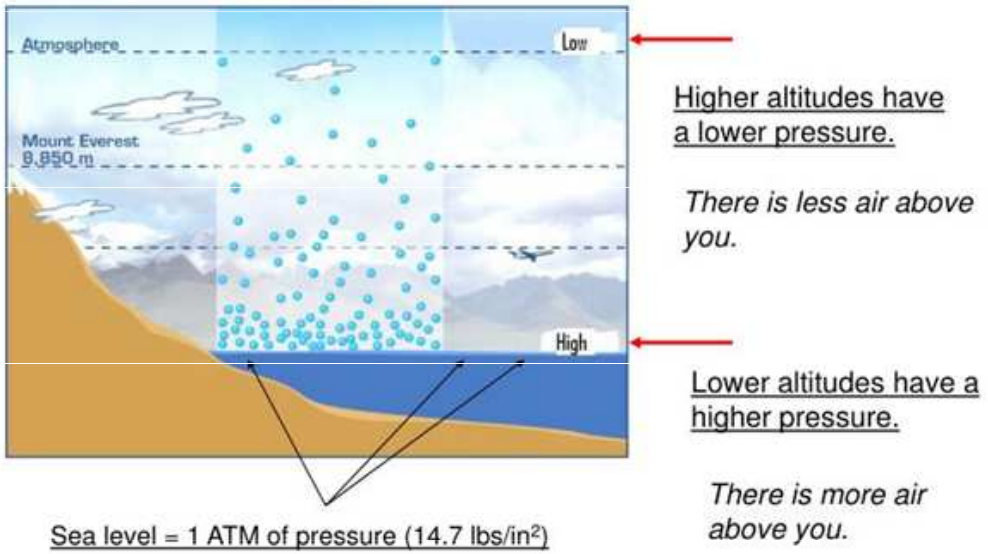
Obr. 5.497 Ostnokožci (Echinodermata). Ambulakrální soustava ostnokožců je unikátní systém vodních cév: (a) hvězdice, (b) ježovka.

Atmosférický tlak

Atmosféra je poutána k Zemi působením tíhového pole a spolu s ní koná rotační pohyb. **Atmosférický tlak** je síla, kterou působí atmosféra planety (obvykle chápána Země) na jednotkovou plochu v daném místě. Atmosférický tlak dosahuje nejvyšších hodnot při hladině moře (popř. povrchu planety) a s rostoucí výškou klesá.



$$\frac{p}{p_o} = e^{-mgh/kT}$$



Tlak menší než barometrický (průměrný atmosférický tlak) se nazývá **podtlak**, tlak větší než barometrický se nazývá **přetlak**.

Hustota vzduchu se mění s nadmořskou výškou $\rho = M.p / R.T$

Normální tlak vzduchu (**normální atmosférický tlak**) p_n (též p_0)

$$p_\mathrm{n} = 101325\,\mathrm{Pa} = 1013,25\,\mathrm{hPa} = 101{,}325\ \mathrm{kPa}$$

$$p_\mathrm{n} = 1013,25\,\mathrm{mbar} = 760\,\mathrm{torr} \doteq 1,033227\,\mathrm{at}$$

Parameter	Symbol	Value	Unit
Average sea level pressure	P_0	101,325	kPa
Gravitational acceleration	g	9.807	m/s^2
Molar mass of Earth's air	M	0.02896	kg/mol
Standard temperature	T	288.15	K
Universal gas constant	R	8.3143	(N*m)/(mol*K)

Příklad

Určete tlak vzduchu v dole hlubokém 1 km při teplotě 40 °C.

h = -1 km = - 1000 m
T = 40 °C = 313,15 K
p_0 = 101,325 kPa
p = ?

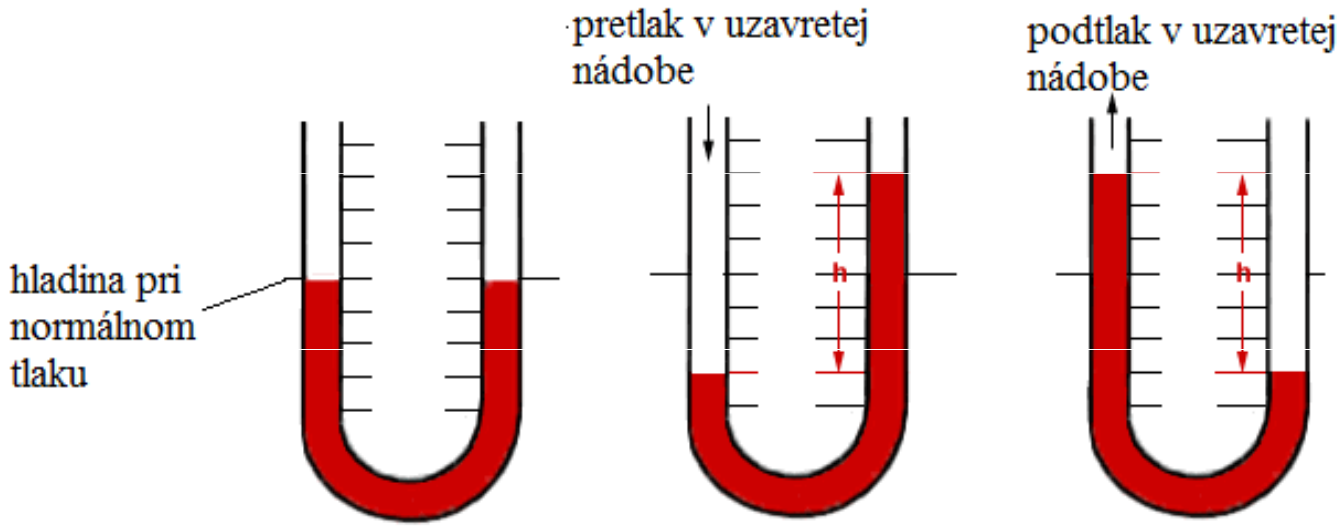
$p = p_0.\exp(-M.g/(R.T) \,.\, h) =$
$101{,}325.\exp[-0{,}029\cdot 9{,}81/(8{,}314\cdot 313{,}15)(-1000)]$
$\approx$ <u>113 kPa</u>

Tlak plynu v uzavřené nádobě

Pascalův zákon platí i pro plyny. Při stlačování plynu (vzduchu) dojde ke zmenšení objemu plynu a k zvětšení tlaku. Tlak takto vyvolaný v uzavřené nádobě působí všemi směry a je ve všech místech stejný.

Plyny však nelze použít v hydraulickém zařízení, protože jsou stlačitelné na rozdíl od kapalin.

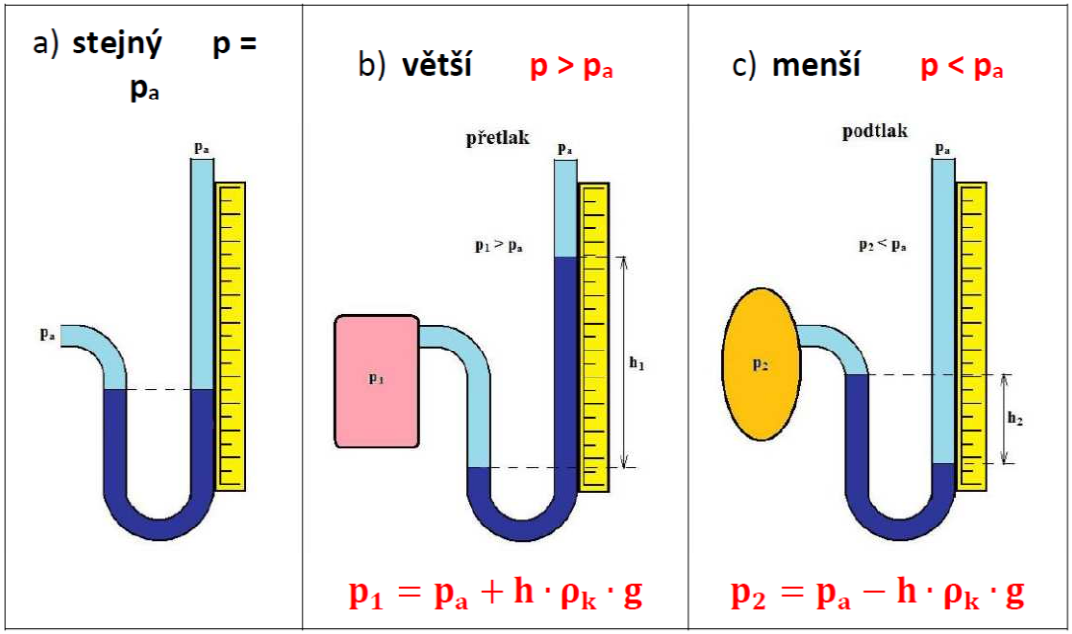
otevřený manometr



Tlak plynu v nádobě je **stejně velký jako atmosférický tlak** – kapalina v obou ramenech trubice dosahuje do stejné výšky.

Tlak plynu v nádobě je větší než atmosférický tlak (**přetlak**). Jeho velikost odpovídá hydrostatickému tlaku kapaliny o sloupci h.

Tlak plynu v nádobě je menší než atmosférický tlak (**podtlak)**. Jeho velikost odpovídá hydrostatickému tlaku kapaliny o sloupci h.



Příklad

Jak velký je rozdíl tlaku plynu uvnitř a vně nádoby? Rozdíl hladin rtuti je 20 cm?

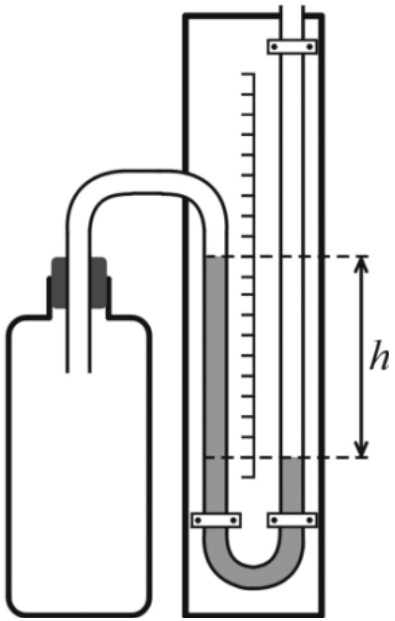
$\rho_{Hg} = 13500\ kg.m^{-3}$
$h = 20\ cm = 0{,}2\ m$
$g = 10\ m.s^{-2}$

$\Delta p = h \cdot \rho_k \cdot g = p_a - p$

rozdíl tlaků = **podtlak** = hydrostatickému tlaku v hloubce h:

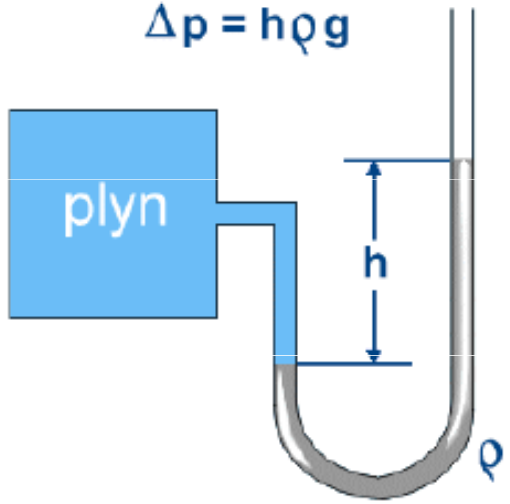
$\Delta p = h \cdot \rho_{Hg} \cdot g$

$\Delta p = 0{,}2 \cdot 13\,500 \cdot 10 = 27\,000 = \underline{27\ kPa}$



Příklad

Rozdíl hladin rtuti v otevřeném kapalinovém tlakoměru je 15 cm. Jak velký je tlak plynu v uzavřené nádobě, je-li atmosférický tlak 100 kPa.



ρ_{Hg} = 13 500 kg.m-3

h = 15 cm = 0,15 m

g = 10 N.kg-1

p_a = 100 kPa = 100 000 Pa

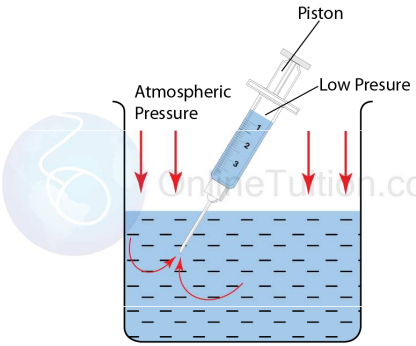
p = ?

p = p_a + Δp **= p_a + h·ρ_{Hg}·g**

p = 100 000 + 0,15 · 13 500 · 10 = 120 250 Pa =

= <u>120,25 kPa</u>

Podtlak: v uzavřeném prostoru je tlak menší než je tlak atmosférický. Podtlak se využívá v mnoha zařízeních, např. u pump, u vysavače, u přísavek, uplatňuje se při dýchání, zvířata jej využívají při pití z volné hladiny, při lezení po svislém povrchu, savci při kojení.



When the piston is pulled up, the atmospheric pressure inside the cylinder will decrease. The atmospheric pressure outside pushes the liquid up into the syringe.

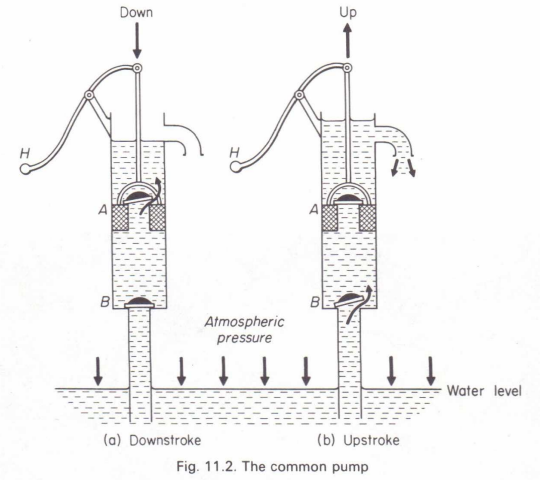
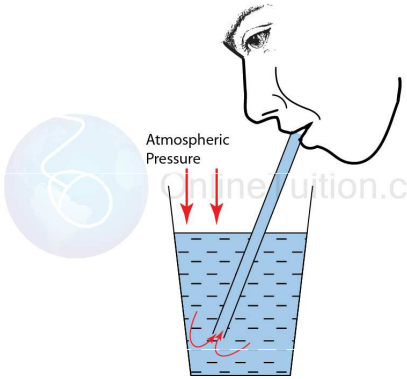


Fig. 11.2. The common pump



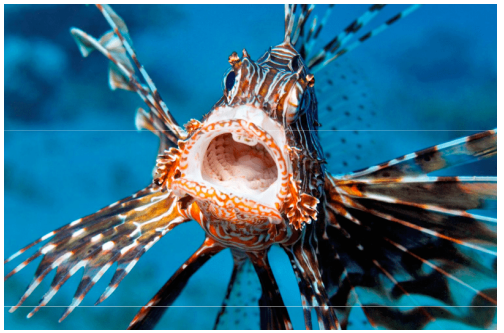
When a person suck through the straw, the pressure in the straw become low. The atmospheric pressure outside which is higher will force the water into the straw and consequently into the mouth.

Přiklad

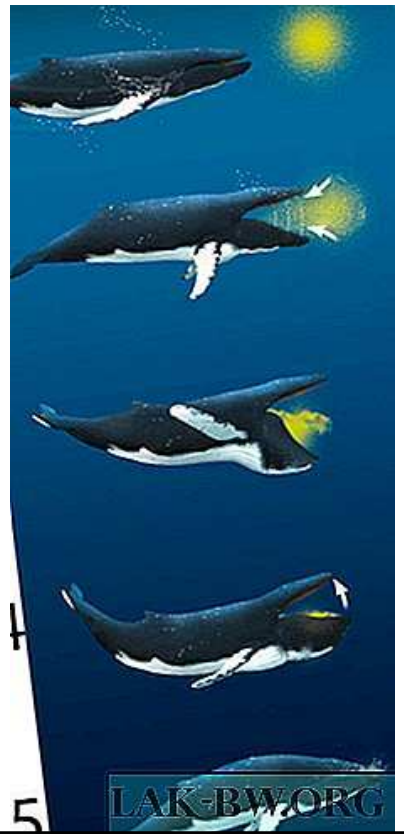
Během **zavařování** např. marmelád, okurek, zelí, apod. na začátku ještě víčko nedrží tak pevně a z nádoby je vytlačován přebytečný vzduch, který se vlivem vysoké teploty roztahuje. Během zchladnutí sklenice dojde ke smrštění vzduchu uvnitř sklenice, a protože je uzavřena víčkem, sníží se v ní tlak. Okolní atmosférický tlak přitlačí víčko pevně ke sklenici.

Při otevírání zavařených sklenic používáme např. zastrčení nože pod víčko, čímž pustíme dovnitř sklenice trochu vzduchu, nebo bouchání hranou víčka o něco pevného, čímž jej mírně zdeformujeme a umožníme tak vzduchu vniknout dovnitř.

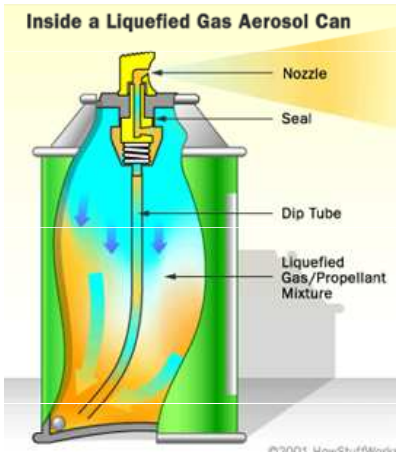
Perutýn ohnivý (Pterois volitans) je jedovatá dravá ryba z čeledi ropušnicovitých (Scorpaenidae), které loví převážně malé rybky, korýše, krevety, kraby či garnáty. Ke kořisti se pomalu přiblíží a následně velmi rychlým otevřením tlamy nasaje vodu i s kořistí do jícnu, kde je voda následně vyloučena a ponechána pouze kořist.

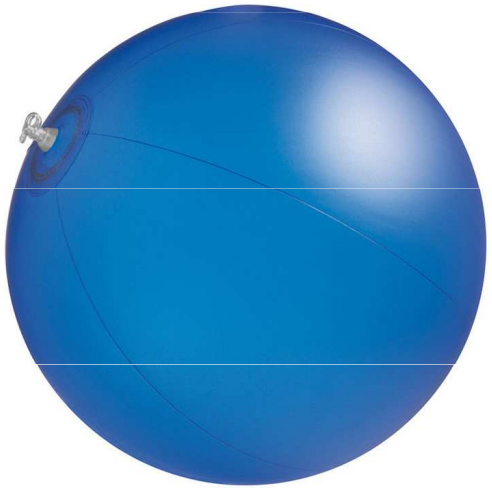


Plejtvák obrovský (modrá velryba, Balaenoptera musculus) je mořský savec z řádu kytovců. Velryba plave do formace krillu vysokou rychlostí, rychle otevírá pět metrů dlouhé čelisti. Dno ústní dutiny je elastické a rozpíná se a tím vytváří podtlak. Plejtvák pohltí asi 80 kubických metrů vody s krilem, jedno nabrání (směsi krilu a vody) může mít hmotnost až 40 tun. Toto množství pak přecedí pomocí jazyka přes kosticovité zuby, jako přes mohutné síto.



Přetlak: v uzavřeném prostoru je tlak větší než tlak atmosférický. Přetlak je v pneumatikách, ve sprejích, v uzavřených lahvích s nápoji s obsahem oxidu uhličitého, přetlaku se využívá při stříkání barev, v pneumatických nástrojích, nádoby s velkým přetlakem využívají potápěči, kosmonauti, lékaři, svářeči.

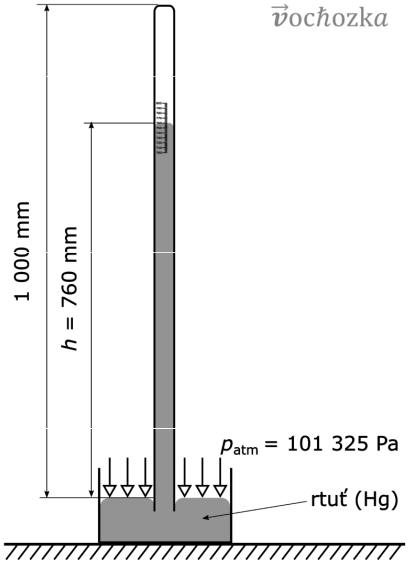




Vakuum (vzduchoprázdno) znamená prázdný prostor, ve fyzice prostor s velmi malou hustotou částic. V technické praxi se jím rozumí prostor, v němž je tlak plynu podstatně nižší než při normálním atmosférickém tlaku (podtlak).

Torricelliho pokus

Skleněná trubice cca 1 m dlouhá, na jednom konci zatavená, byla naplněna rtutí. Trubice byla uzavřena, obrácena zataveným koncem vzhůru a ponořena do rtuti v nádobě. Po uvolnění zátky část rtuti vytekla do nádoby. Rtuť se v trubici ustálila tak, že **vzdálenost mezi hladinou rtuti v trubici a v nádobě byla asi 76 cm**. Tato vzdálenost zůstávala stejná, i když trubice byla delší nebo byla nakloněná. V Torricelliho pokusu nad rtutí není dokonalé vakuum (jsou zde molekuly rtuťových par).



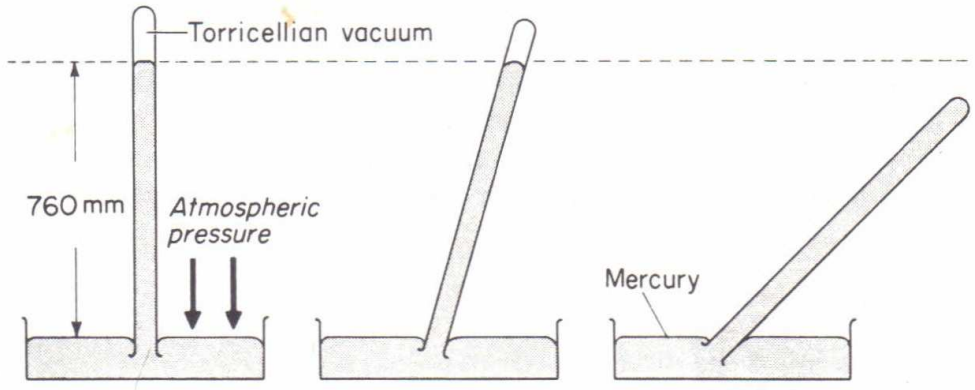
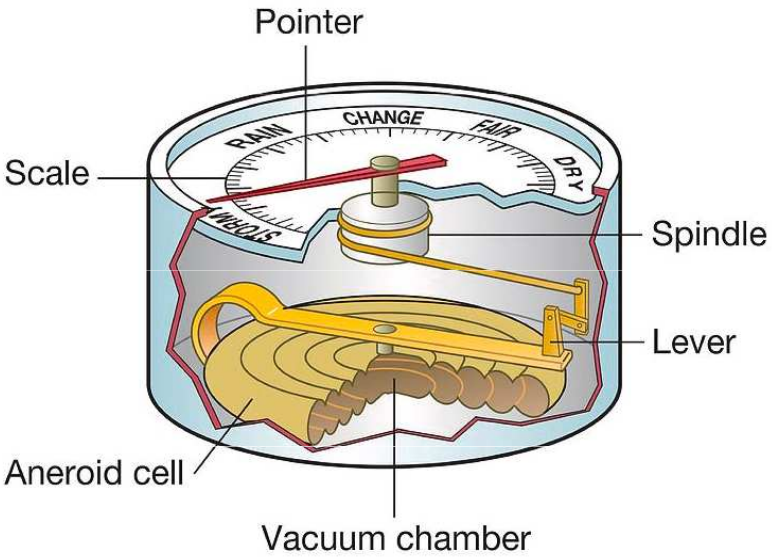


Fig. 10.12. Simple barometer

Rtuťový barometr

Aneroid je přístroj k měření atmosférického tlaku (pérový tlakoměr). Principem je tenkostěnná kovová krabička (Vidieho dóza), uvnitř vzduchoprázdná, která se působením atmosférického tlaku více nebo méně deformuje. Velikost deformace je přenášena na ručičku ukazující velikost tlaku na stupnici.



Příklad

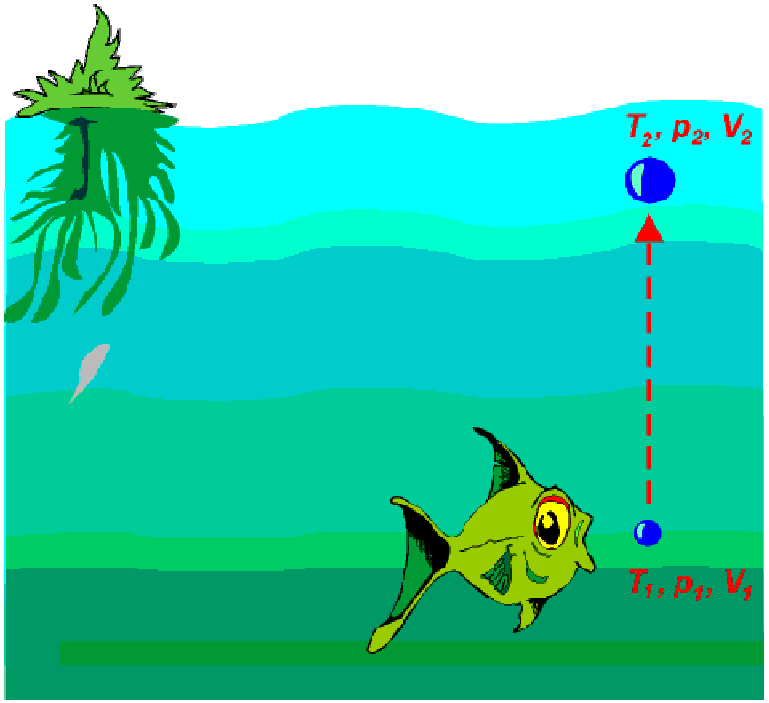
Ryba vypustí na dně rybníka, v hloubce 5 m, bublinu (T = 10 °C, V = 1 cm^3). Určete objem této bubliny na povrchu rybníka (T = 20 °C). Absorpci molekul plynu do vody zanedbejte (N = const).

$p_1 = p_{atm} + h\rho g = 1{,}5.10^5$ Pa
$p_2 = p_{atm} = 1{,}0.10^5$ Pa
$T_1 = 283$ K
$T_2 = 293$ K
$V_1 = 1$ cm^3

$$p_1 V_1 / T_1 = p_2 V_2 / T_2$$

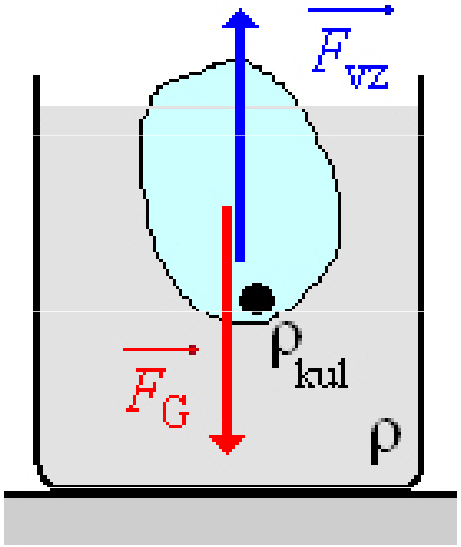
$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1} V_1$$

$$V_2 = \underline{1{,}55 \text{ cm}^3}$$



Vztlaková síla v kapalinách, Archimedův zákon

„Těleso ponořené do tekutiny, která je v klidu, je nadlehčováno silou rovnající se tíze tekutiny stejného objemu, jako je ponořená část tělesa.“

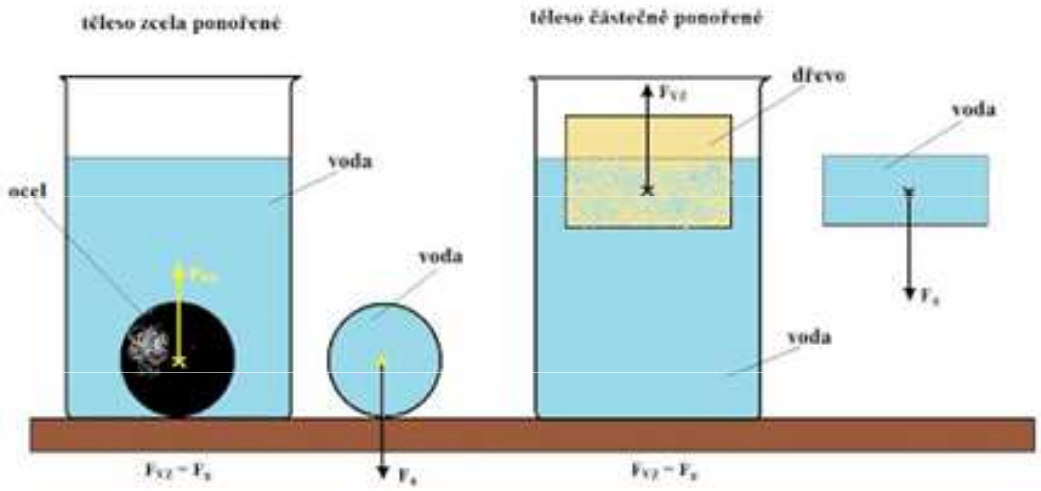


Archimédův zákon platí pro kapaliny i pro plyny.

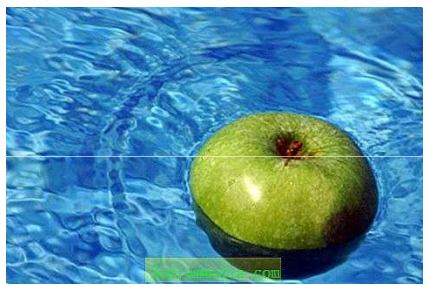
Protože je těleso nadlehčováno vztlakovou silou, má tato síla vždy opačný směr než síla tíhová.

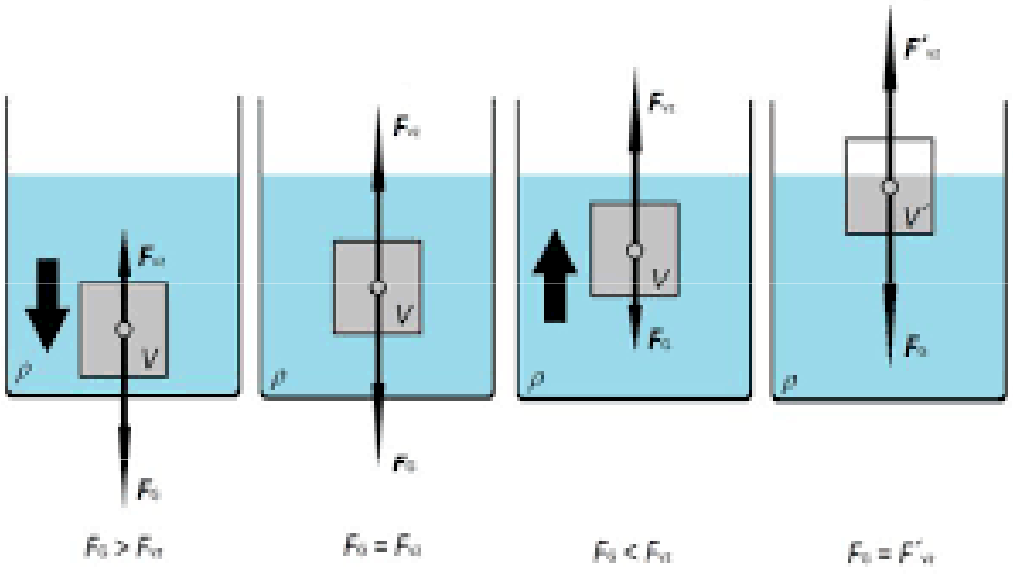
$$F_{vz} = V_t \cdot \rho_k \cdot g$$

kde V_t je ponořený objem tělesa, ρ_k hustota kapaliny (případně plynu) a g je tíhové zrychlení.

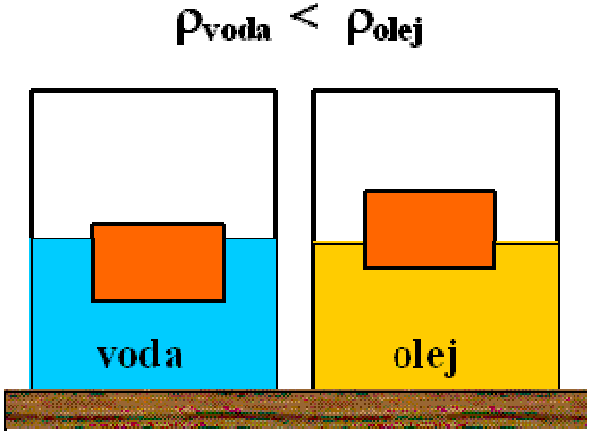


$$\frac{V_{ponor}}{V_t} = \frac{\rho_t}{\rho_k}$$

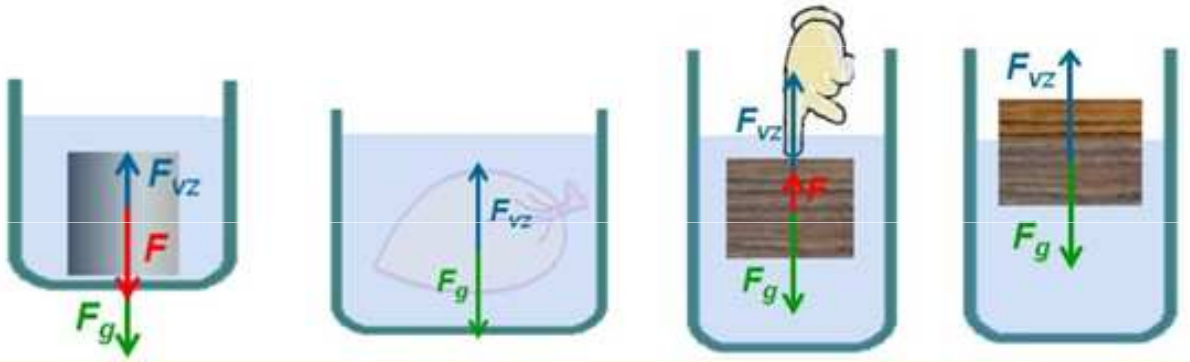




$F_G > F_{vz}$ $F_G = F_{vz}$ $F_G < F_{vz}$ $F_G = F'_{vz}$

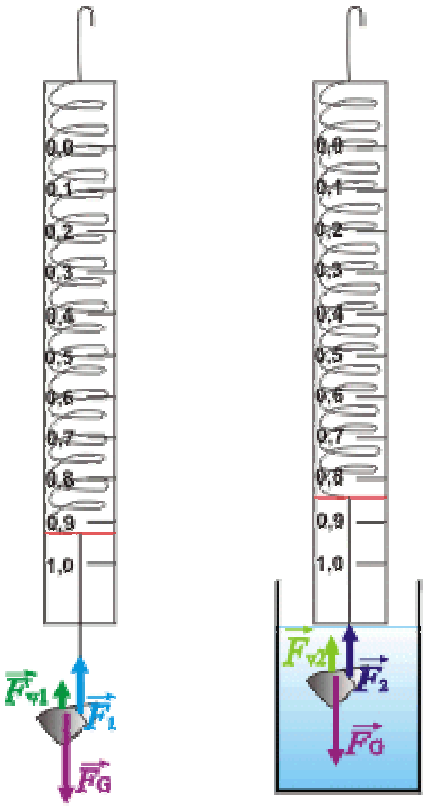


Vztah hustoty látky ρ a hustoty kapaliny ρ_k	Vztah sil působících na těleso	Výslednice sil	Chování tělesa v kapalině
$\rho > \rho_k$	$F_g > F_{vz}$	směřuje svisle dolů	**potápí se**
$\rho = \rho_k$	$F_g = F_{vz}$	je nulová	**vznáší se**
$\rho < \rho_k$	$F_g < F_{vz}$	směřuje svisle vzhůru	**stoupá**



Příklad

Při vykopávkách nalezl archeolog úlomek kovu. Chtěl určit, o jaký kov se jedná. Zavěsil úlomek kovu na siloměr a zjistil výchylku 0,92 N. Potom ponořil úlomek do vody, kde siloměr ukázal 0,84 N. O jaký kov se jednalo? Hustota vzduchu je 1,2 kg.m^{-3}, hustota vody 998 kg.m^{-3}.



F_1 = 0,91 N
F_2 = 0,83 N
ρ_a = 1,2 kg.m^{-3}
ρ_w = 998 kg.m^{-3}
ρ = ?

Metal	Density (g/cm^3)
Aluminum	2.70
Copper	8.95
Gold	19.3
Iron	7.87
Lead	11.3
Magnesium	1.74
Silver	10.5
Tin	7.26

Vzduch

$F_g = F_1 + F_{v1}$
$m.g = F_1 + V.\rho_a.g$
$\rho.V.g = F_1 + V.\rho_a.g$
$F_1 = V.g.(\rho - \rho_a)$

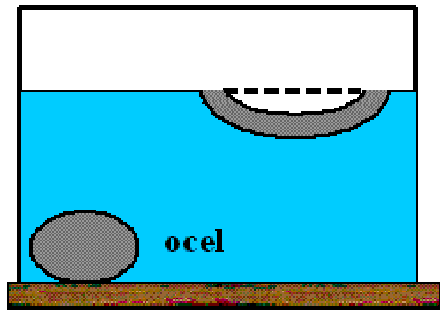
Voda

$F_g = F_2 + F_{v2}$
$m.g = F_2 + V.\rho_w.g$
$\rho.V.g = F_2 + V.\rho_w.g$
$F_2 = V.g.(\rho - \rho_w)$

$F_1/F_2 = V.g.(\rho - \rho_a) / V.g.(\rho - \rho_w)$
$F_1/F_2 = (\rho - \rho_a)/(\rho - \rho_w)$

$\rho = (F_1.\rho_w - F_2.\rho_a)/ (F_1 - F_2)$
$\rho = (F_1.\rho_w - F_2.\rho_a)/ (F_1 - F_2)$
$\rho = (0{,}91.998 - 0{,}83.1{,}2)/ (0{,}91 - 0{,}83)$
$\rho = \underline{11{,}3.10^3 \text{ kg.m}^{-3}}$

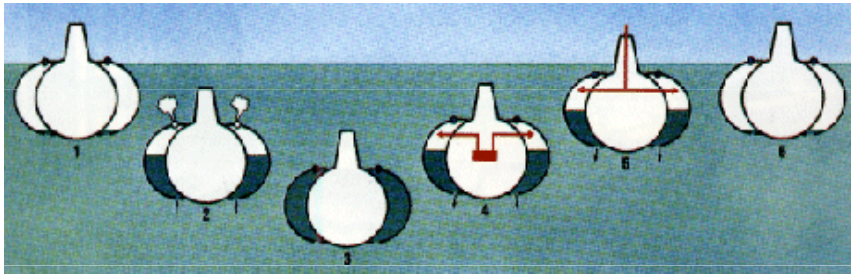
Plování nestejnorodých těles

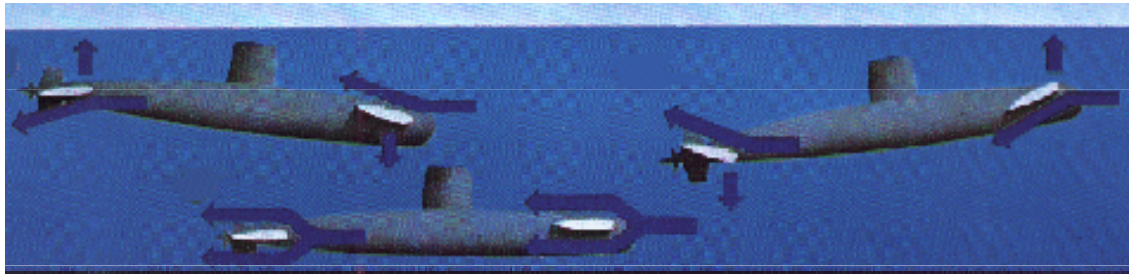


Při vhodném tvaru mohou plovat i tělesa, která mají větší hustotu než kapalina ($\rho_T > \rho_k$), protože ponořenou část tělesa tvoří i vzduch s malou hustotou ρ_{vz} je měrná hmotnost („hustota“) ponořeného celku menší než hustota kapaliny. Těleso plovoucí v různých kapalinách se ponoří tím větší částí svého objemu do kapaliny, čím menší je hustota kapaliny. Této skutečnosti se využívá u lodí, ponorek, plovoucích plošin, apod.

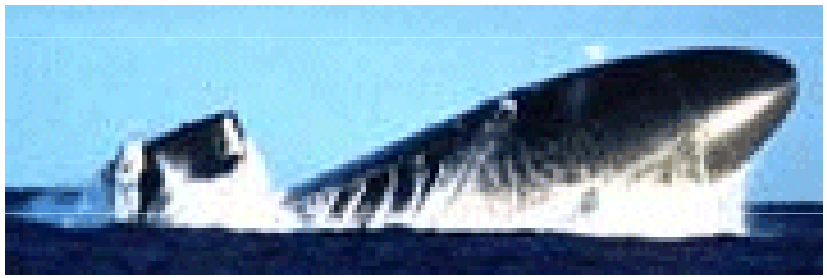
Příklad

Při plavbě na hladině má **ponorka** balastní nádrže naplněny vzduchem. Váha ponorky je menší než její výtlak a plavidlo je ponořeno jen asi z 80 %. Před ponořením se otevřou ventily hlavních nádrží na horní straně trupu odkud uniká vzduch vytlačovaný vodou, vnikající do nádrží otvory ve spodní straně trupu ponorky. S přibývající hmotností se ponorka začne ponořovat. Za normálních okolností se do nádrží načerpá tolik vody, aby se váha ponorky vyrovnala vztlakové síle a plavidlo zůstalo ponořené.





Každá ponorka má dva druhy balastních nádrží, do kterých se voda napouští - hlavni balastní nádrže (velké nádrže,které pojmou dostatečné množství vody, potřebné k ponoření ponorky) a vyvažovací nádrže. Dříve byly balastní nádrže umístěny na bocích ponorek, ale současné moderní ponorky mají tyto nádrže na přídi a zádi, čímž se podstatně zrychlily ponořovací a vynořovací operace. Při běžném vynoření se do balastních nádrží začne vhánět vzduch pod vysokým tlakem (4 000 psi), který vytlačí mořskou vodu přes zaplavovací otvory zpět do moře. Hmotnost ponorky se tím zmenší a ta je vztlakovou silou vytlačena k hladině. Jakmile se nad hladinou objeví věž ponorky, je možné vhánět pomocí nízkotlakého kompresoru venkovní vzduch a dokončit vynoření ponorky.



Příklad

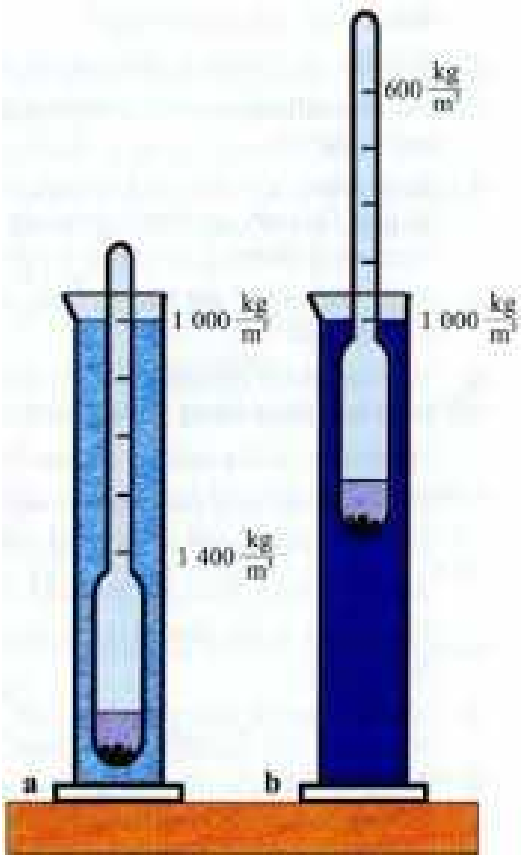
Do plechového sudu o objemu 200 l a hmotnosti 20 kg uzavřeme mrtvolu o hmotnosti 90 kg a sud hodíme do přehrady. Co se se sudem stane? Hustota vody je ρ = 1000 kg.m^{-3}.

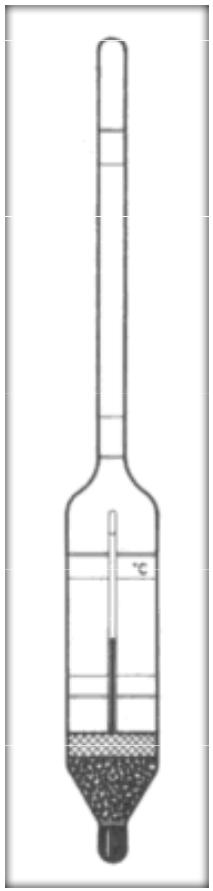
V = 200 l = 0,2 m^3
m = 20 kg + 90 kg = 110 kg
ρ = 1000 kg.m^3
F_v = ? N
F_g = ? N
$F_v = V.\rho.g$ = 0,2 · 1000 · 10 = 2000 N
$F_g = mg$ = 110 · 10 = 1100 N

$F_v > F_g$ => <u>sud se nepotopí</u>

Hustoměr

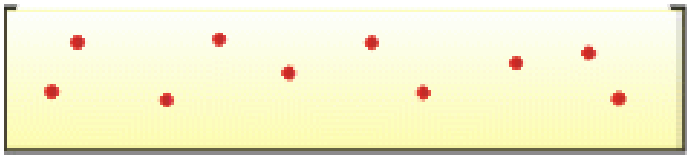
Hustoměr (nazývaný také areometr) je ponorné těleso většinou ve tvaru baňky s vystupující stopkou, ve které je umístěna stupnice udávající naměřenou hustotu kapaliny.
Hustoměry slouží k měření hustoty kapalin na základě Archimédova zákona. Hloubka ponoru baňky a stopky se stupnicí závisí na hustotě kapaliny.





Příklad

Pro určení hustoty krve, byly její kapky přidány do směsi xylenu o hustotě 0,867 g.cm^{-3} a bromobenzenu o hustotě 1,497 g.cm^{-3}. Poměr xylenu a brombenzenu se měnil, dokud kapky nepřestaly stoupat či klesat. Když směs obsahovala 72 % (V/V) xylenu a 28 % (V/V) brombenzenu, kapky byly v rovnováze. Jaká byla hustota krve?



http://reseneulohy.cz/

φ_b = 72 % = 0,72
ρ_b = 1,497 g.cm^{-3}
φ_x = 28 % = 0,28
ρ_x = 0,867 g.cm^{-3}
ρ_k = ?

Protože kapky krve byly v rovnováze, velikost tíhové síly F_g byla rovna velikosti vztlakové síly F_v

$$F_g = F_v$$
$$\rho_k.V_k.g = \rho.V_k.g$$
$$\rho_k = \rho$$

kde V_k je objem kapky krve a g je tíhové zrychlení.

Pro 1 cm^3 směsi:

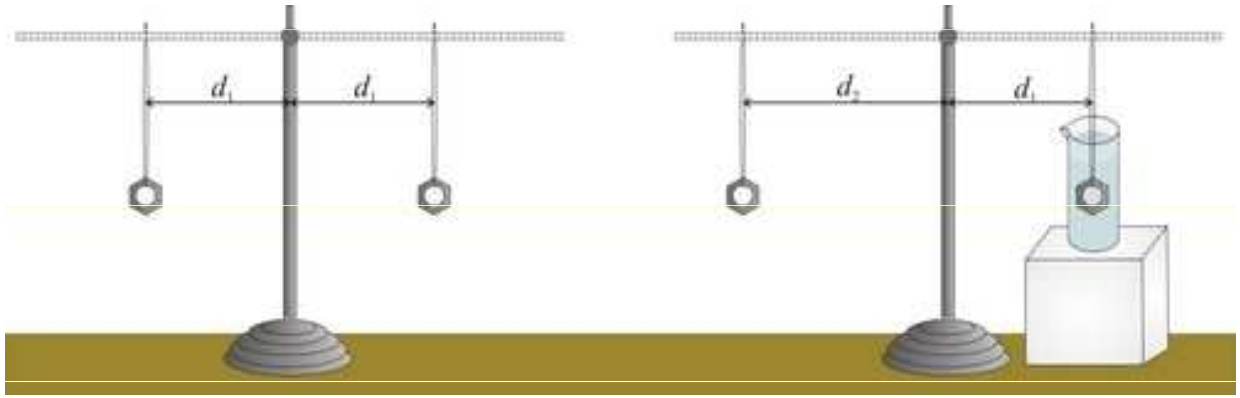
$m_b = \rho_b.V_b = 1{,}497 \cdot 0{,}28 = 0{,}419$ g

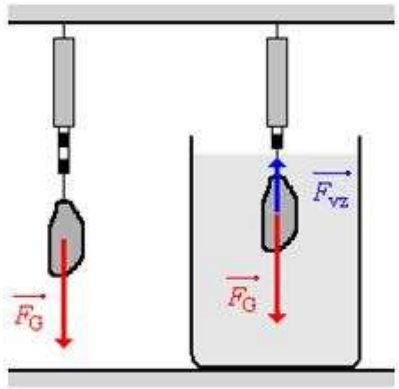
$m_x = \rho_x.V_x = 0{,}867 \cdot 0{,}72 = 0{,}624$ g

$m = m_x + m_b = 0{,}624 + 0{,}419 = 0{,}104$ g odtud $\rho_k = \underline{0{,}104 \text{ g. cm}^{-3}}$

Hydrostatické váhy

Metoda se používá k přesnému určení hustoty pevné látky i nepravidelného tvaru nebo kapaliny. K vážení se používá rovnoramenných vah, které jsou mírně upraveny tak, aby se předmět mohl ponořit do kapaliny známé hustoty a mohl se tedy vážit ve vzduchu nebo v kapalině.





Na začátku měření, kdy jsou obě tělesa ve vzduchu, je počáteční vzdálenost pro obě ramena stejná ($d_1 = d_2$). Jedno z těles následně celé ponoříme do vody o hustotě ρ_v, tím se poruší rovnováha ($d_1 \neq d_2$).

$$\rho_t = (\rho_k.m_{z1} - \rho_{VZ}.m_{z2})/(m_{z1} - m_{z2})$$

Pokud se rozhodneme zanedbat vztlak ve vzduchu

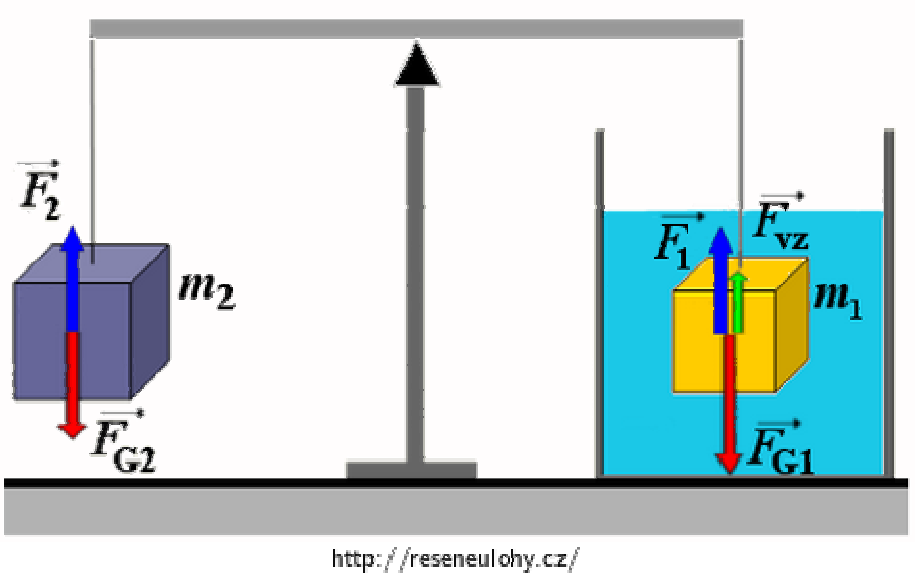
$$\rho_t = m_{z1}/(m_{z1} - m_{z2})$$

Příklad

Zlatý předmět má na vzduchu hmotnost 96,25 g. Ponořen ve vodě je vyvážen závažím o hmotnosti 90,25 g. Rozhodněte, zda je předmět dutý. Pokud ano, určete objem dutiny. Hustota zlata je 19,25 g·cm^{-3}.

$m_1 = 96{,}25\ g = 0{,}09625\ kg$
$m_2 = 90{,}25\ g = 0{,}09025\ kg$
$\rho = 1000\ kg \cdot m^{-3}$
$\rho_{Au} = 19{,}25\ g \cdot cm^{-3} = 19250\ kg \cdot m^{-3}$

$F_G = m.g$
$F_{vz} = V.\rho.g$



http://reseneulohy.cz/

zlatý předmět

$F_{G1} = F_{vz} + F_1$

$F_1 = F_2$

$F_{G2} = F_{G1} - F_{vz}$

závaží

$F_{G2} = F_2$

$m_2.g = m_1.g. - V.\rho.g$

$V = (m_1 - m_2)/\rho$

Objem V´ pro těleso bez dutiny:

$\rho_{Au} = m_1.V' \Rightarrow V' = m_1/\rho_{Au}$

Zlatý předmět dutý je a objem dutiny je přibližně 1 cm^3.

$\Delta V = V - V' = (m_1 - m_2)/\rho - m_1/\rho_{Au} =$
$= (0{,}09625 - 0{,}09025)/1000 - 0{,}09625/19250 = \underline{1cm^3}$

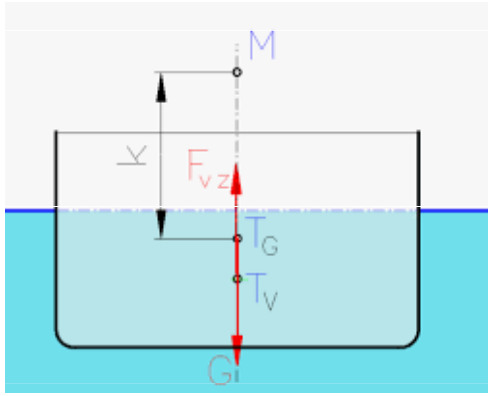
Rovnováha plovoucích těles

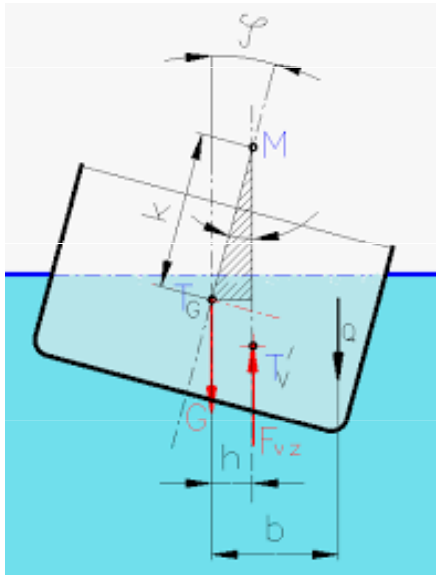
Podle principu akce a reakce působí plovoucí těleso na kapalinu svou tíhou soustředěnou v jeho těžišti a rovněž kapalina působí na těleso vztlakem rovným tíze tělesa. V obecném případě tvoří tyto dvě síly dvojici, která natáčí plovoucí těleso do takové polohy, v níž obě síly leží na společné svislici, kterou nazýváme **osou plování**. O stabilitě plování tělesa rozhoduje vzájemná poloha tzv. metacentra a těžiště. **Metacentrum** je průsečík vztlakové síly s osou plování při vychýlení osy plování ze svislé polohy.

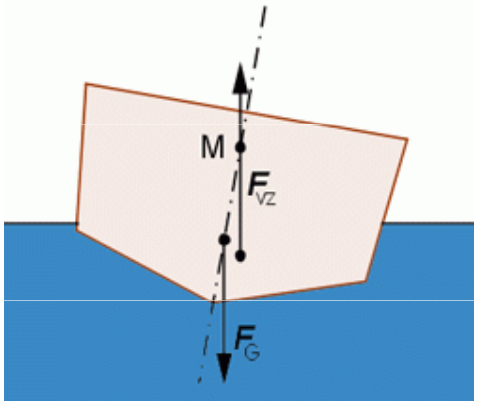
Je-li *metacentrum nad těžištěm*, stáčí dvojice sil, vzniklá vychýlením osy plování, těleso zpět do původní polohy = **stabilní poloha**.

Pokud leží metacentrum pod těžištěm, pak by dvojice sil výchylku ještě zvětšovala tak dlouho, pokud by těleso nepřešlo do nějaké stabilní polohy = **poloha labilní** (vratká).

Pokud metacentrum splývá s těžištěm tělesa = **poloha indiferentní** (volná).



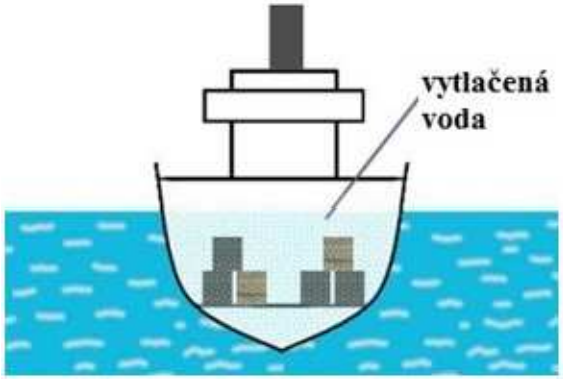




Příklad

Švédská válečná loď *Vasa* vyplula na svou první plavbu dne 10. srpna 1628 v doprovodu několika dalších lodí. Vypálila jednu slavnostní salvu a když opouštěla přístav, zasáhly ji postupně dva poryvy větru. Prvnímu ještě dokázala odolat, při druhém se ale naklonila tak, že do ní otevřenými dělovými střílnami vnikla voda a *Vasa* se potopila. Na její palubě zahynulo nejméně 30 členů posádky.

Jednou z příčin byla nedostatečná balastní zátěž (cca 1/3 nutného balastu).



Korekce přesného vážení

Při vážení těles ve vzduchu na těleso nepůsobí pouze síla tíhová svisle dolů, ale také **vztlaková síla** svisle vzhůru, kterou je nutno v případě vysoce přesného vážení (zejména u těles s velkým objemem) vzít v úvahu. Výsledná síla působící na vážené těleso má velikost

$$F_T = G_T - F_{vz1}$$

$$F_T = m_T g - \rho V_T g = m_T g - \rho \frac{m_T}{\rho_T} g == m_T g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_T}\right)$$

kde ρ je hustota vzduchu, ρ_T je hustota tělesa a V_T je objem tělesa.

Výsledná síla působící na závaží, kterým se těleso vyvažuje, má velikost

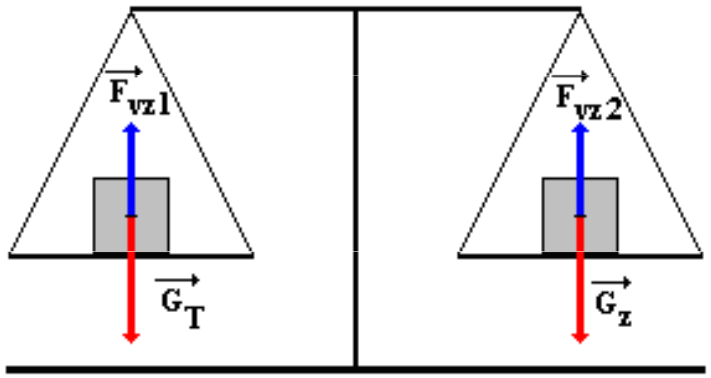
$$F_Z = G_Z - F_{vz2}$$

$$F_Z = m_Z g - \rho V_Z g = m_Z g - \rho \frac{m_Z}{\rho_Z} g = m_Z g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_Z}\right)$$

kde ρ_Z je hustota závaží a V_Z je jeho objem.

$$m_T = \frac{\rho_T (\rho_Z - \rho)}{\rho_Z (\rho_T - \rho)} m_Z$$

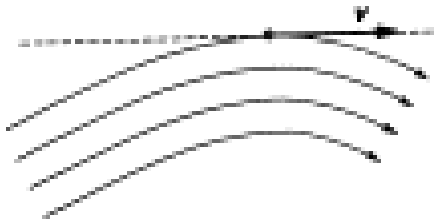
Pokud je hustota ρ plynu (vzduchu zanedbatelně malá vzhledem k hustotě tělesa ρ_T a hustotě závaží ρ_Z, dostáváme běžný vztah $m_T = m_Z$.

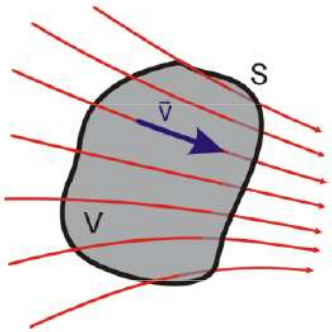


Proudění kapalin a plynů

Proudění je takový pohyb tekutin, kdy u částic převažuje pohyb v jednom směru. Proudí např. voda v řekách a potocích, voda a plyn potrubím. Pohyb tekutin je složitější než pohyb pevných látek, protože jednotlivé částice mohou měnit vzájemnou polohu. Každá částice v proudící tekutině má určitou rychlost ***v***, jejíž velikost a směr se může v závislosti na místě a čase měnit. Pokud je rychlost ***v*** částic stálá, jde o **ustálené,** neboli **stacionární proudění**.

Trajektorie jednotlivých částic proudící tekutiny znázorňujeme proudnicemi. **Proudnice** je myšlená čára, jejíž tečna v libovolném bodě má směr rychlosti *v* pohybující se částice. Každým bodem proudící tekutiny prochází při ustáleném proudění jen jedna proudnice Þ proudnice se nemohou navzájem protínat.

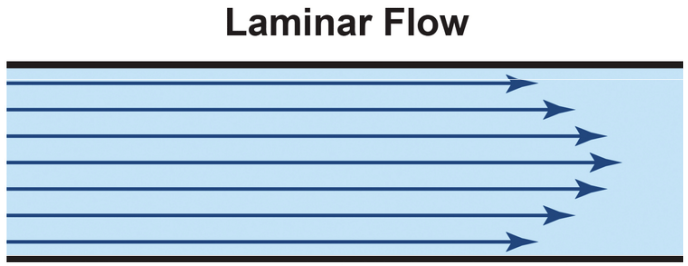




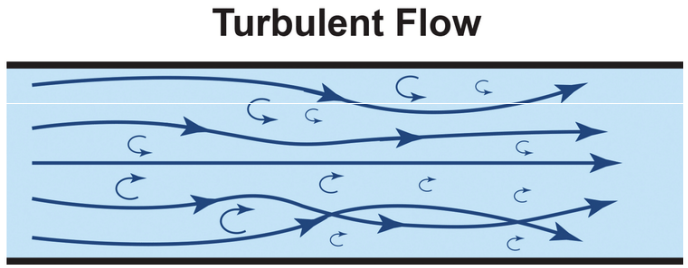
Proudové vlákno je průřez trubice, kterou proudí kapalina; plocha, kterou proudí kapalina. Ustálené proudění ideální kapaliny je nejjednodušším případem proudění kapalin. Při něm protéká každým průřezem trubice stejný objem kapaliny.

Laminární proudění – dráhy jednotlivých částic kapaliny jsou navzájem rovnoběžné; částice se tedy pohybují ve vzájemně rovnoběžných vrstvách, aniž by přecházely mezi jednotlivými vrstvami.

Turbulentní proudění – částice přecházejí mezi různými vrstvami kapaliny, čímž dochází k promíchávání jednotlivých vrstev kapaliny.

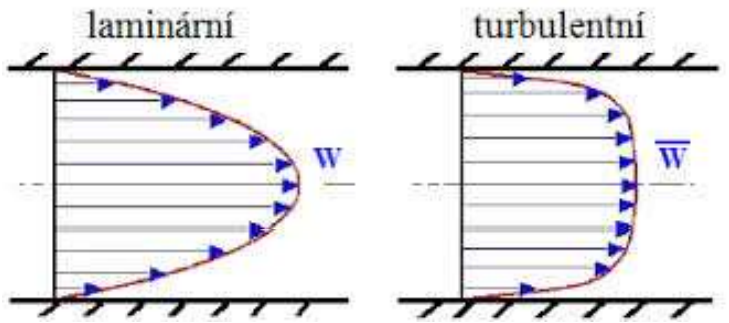


Jako kritérium pro odlišení laminárního proudění od proudění turbulentního lze použít **Reynoldsovo číslo**:



(r – hustota kapaliny, v_s – střední rychlost toku, r – poloměr cévy, h – koeficient dynamické viskozity)

Hranice mezi těmito dvěma případy se označuje jako **kritická hodnota Reynoldsova čísla**. Tato hodnota je pro různé kapaliny a různé typy potrubí různá a zjišťuje se experimentálně. Kritická hodnota se obvykle pohybuje kolem hodnoty 2000.



Objem kapaliny, který proteče daným průřezem trubice za jednotku času se nazývá **objemový průtok** Q_V. Protéká-li průřezem o plošném obsahu *S* kapalina rychlostí *v*, je objemový průtok

$$Q_V = S.v$$

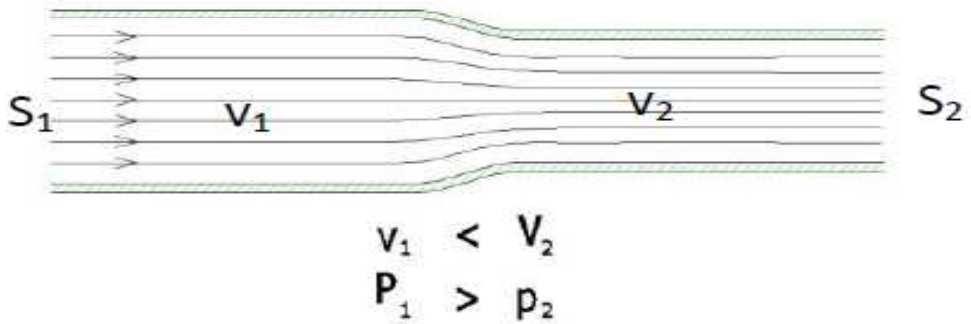
$$[Q_V] = m^3.s^{-1}$$

Objem vody, který potrubím proteče za libovolnou dobu měříme **vodoměrem**, objem plynu **plynoměrem**.

Rovnice spojitosti

Ideální kapalina je nestlačitelná, proto se na žádném místě nemůže hromadit, proto je objemový průtok v každém průřezu stejný. Platí Q_V = konst., což je ***rovnice spojitosti toku*** (rovnice kontinuity):

$$S_1.v_1 = S_2.v_2 = S.v = \text{konst.}$$



Při ustáleném proudění ideální kapaliny je součin obsahu průřezu *S* a rychlosti proudu *v* v každém místě trubice stejný. V místě, kde se zúží průřez trubice, se zvětší rychlost proudění.
Toho lze využít na zahradě, když chceme dostříknout dál – stačí hadici zčásti ucpat.

Plyny jsou stlačitelné, proto se používá spíše **hmotnostní průtok** Q_m = hmotnost látky, která projde průřezem trubice za jednotku času. $[Q_m] = kg.s^{-1}$. Mezi hmotnostním a objemovým průtokem je vztah:

$$Q_m = \rho . Q_V$$

Ideální kapalina má konstantní hustotu, proto v rovnici spojitosti stačí uvažovat s objemem, ale u plynů jejich hustota závisí na míře stlačení. Hmotnostní průtok se nemění ani u plynů (vychází to ze zákona zachování hmotnosti). Rovnice kontinuity kapalin i plynů:

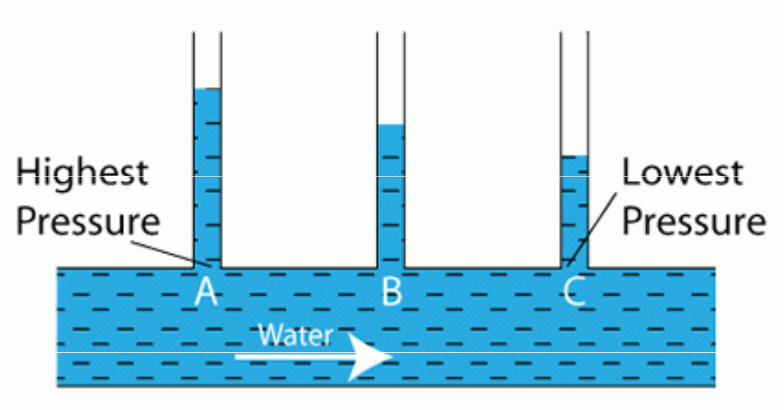
$$Q_m = konst.$$

$$r_1 . S_1 . v_1 = r_2 . S_2 . v_2 = r . S . v = konst.$$

Tlaková potenciální energie

Tlaková potenciální energie je potenciální energie kapaliny nebo plynu, vznikající z tlaku, kterým kapalina nebo plyn tlačí na stěny nádoby.

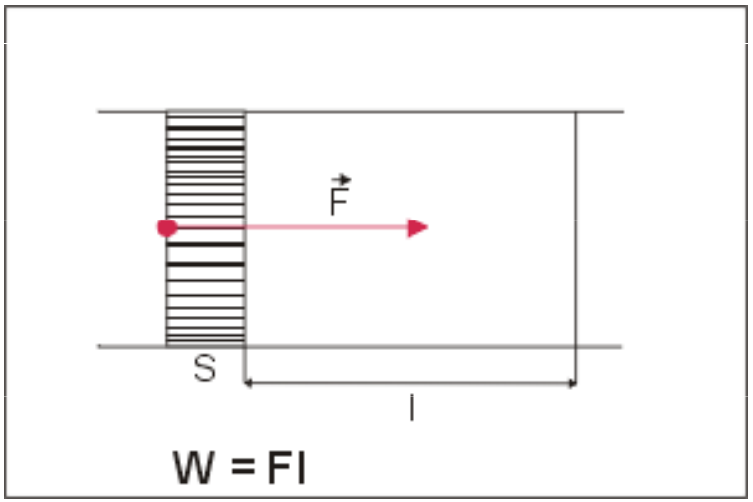
$$E_{pt} = pV$$



kde *p* je tlak (rozdíl vyššího počátečního a nižšího koncového tlaku), *V* je objem kapaliny nebo plynu při počátečním tlaku.

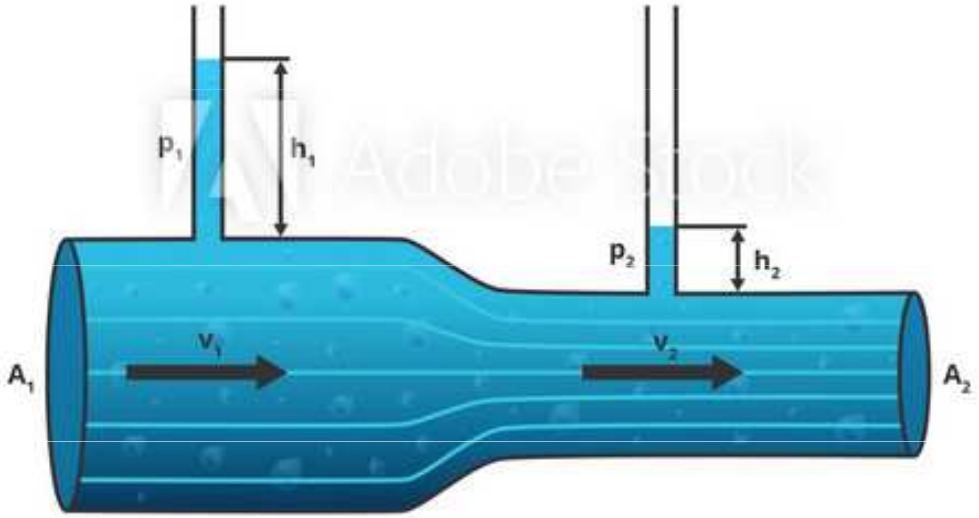
Může-li se stěna nádoby pohybovat (např. píst), pak kapalina nebo plyn posouváním pístu koná práci.

$$W = pSl = pV$$



Tlaková potenciální energie se mění na kinetickou energii pístu a pohybující se kapaliny nebo plynu.

Bernoulliho rovnice pro vodorovnou trubici



Bernoulliho rovnice vyjadřuje zákon zachování mechanické energie pro ustálené proudění ideální kapaliny (energie je v rovnici přepočtena na objemovou jednotku kapaliny.).

Zvětší-li se kinetická energie kapaliny v zúžené části, zmenší se její tlaková potenciální energie a platí:

$E_k + E_p = \text{konst.}$ ⟶ $\frac{1}{2}\rho V v^2 + pV = \text{konst.}$

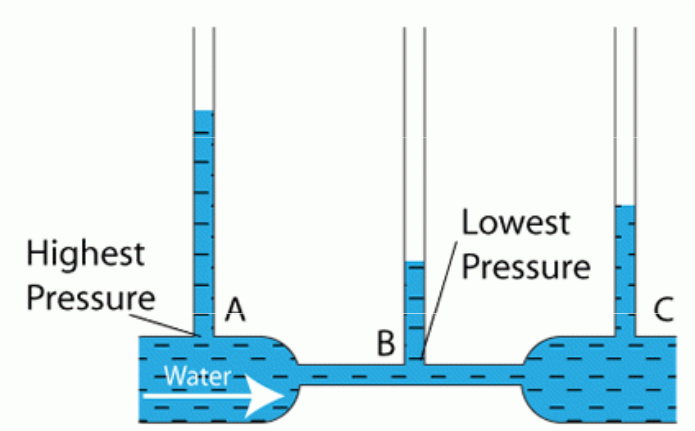
$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = konst.$

statický tlak

dynamický tlak

Pro potrubí se dvěma průřezy:

$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$



Tlak je větší v širší části potrubí, kde je rychlost menší a naopak.

Příklad

Ve vodovodní trubce proudí voda rychlostí 2,24 ms^{-1} a má tlak 0,1 MPa. Jak velkou rychlostí proudí voda v zúženém místě trubice, kde je tlak 0,09 MPa?

$v_1 = 2{,}24\ m.s^{-1}$
$p_1 = 0{,}1\ MPa = 0{,}1.10^6\ Pa$
$p_2 = 0{,}09\ MPa = 0{,}09.10^6\ Pa$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho.v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho.v_2^2 \;/.2$$

$$2p_1 + \rho.v_1^2 = 2p_2 + \rho.v_2^2$$

$$2(p_1 - p_2) + \rho.v_1^2 = \rho.v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2) + \rho.v_1^2}{\rho}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2.(0{,}1.10^6\,Pa - 0{,}09.10^6\,Pa) + 1000kg.m^{-3}.(2{,}24m.s^{-1})^2}{1000kg.m^{-3}}}$$

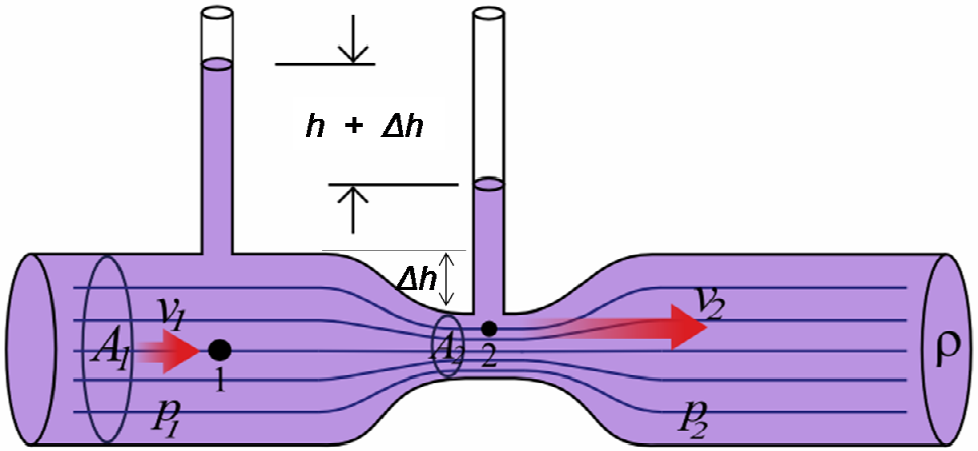
$$v_2 = \sqrt{\frac{2.10^6.0{,}01Pa + 5.10^3\,Pa}{1000kg.m^{-3}}} = \sqrt{\frac{20.10^3\,Pa + 5.10^3\,Pa}{10^3\,kg.m^{-3}}} = \sqrt{\frac{25.10^3\,Pa}{10^3\,kg.m^{-3}}} = \sqrt{25m^2.s^{-2}}$$

$$v_2 = 5m.s^{-1}$$

Venturiho jev

Vychází ze skutečnosti, že tlak v proudící tekutině je nepřímo úměrný rychlosti proudění tekutiny. Vztah pro pokles tlaku u Venturiho trubice plyne přímo z Bernoulliho rovnice.

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

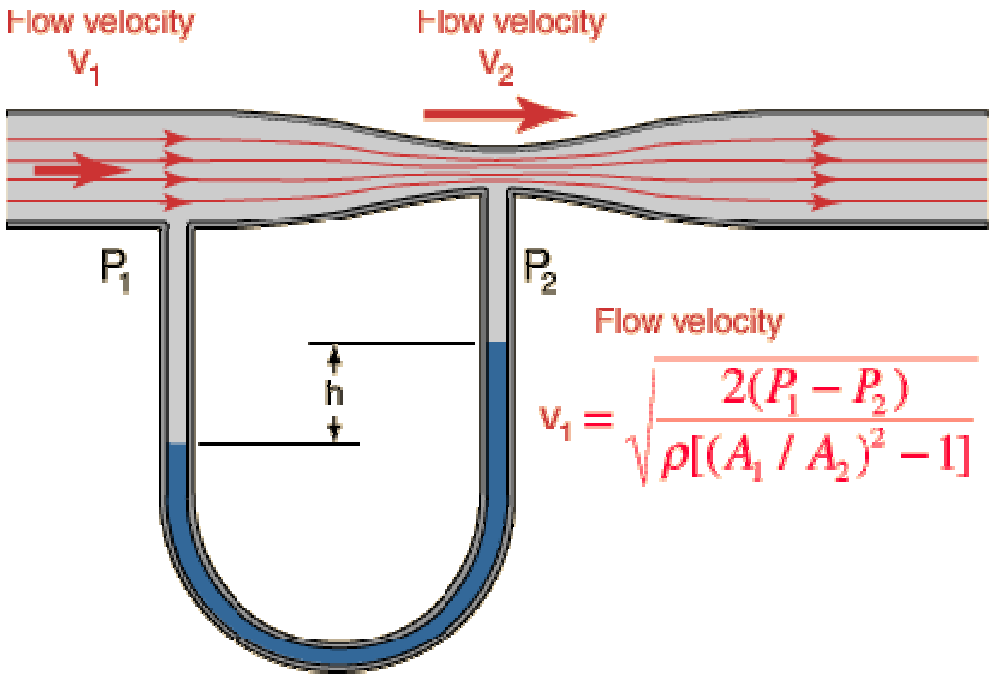


Aby menším průřezem trubice prošlo za jednotku času stejné množství kapaliny (jinak by docházelo k hromadění), musí proudění zrychlit (viz rovnice kontinuity). Aby byl splněn všeobecně platný zákon zachování energie, musí být takto získaná kinetická energie vyrovnána snížením tlaku.

Hydrodynamický paradox: Při velkém zúžení trubice, kde rychlost kapaliny značně vzroste, může tlak klesnout pod hodnotu atmosférického tlaku. Ve zúženém místě trubice vzniká podtlak, který se projeví tak, že kapalina do manometrické (tlakoměrné) trubice nevystoupí, ale naopak se do ní nasává vzduch.

Venturiho průtokoměr

Venturiho jevu lze využít k měření **objemového průtoku** Q_V v potrubí



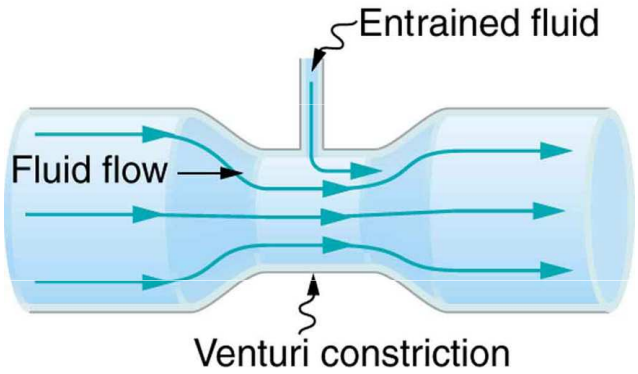
$$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2$$

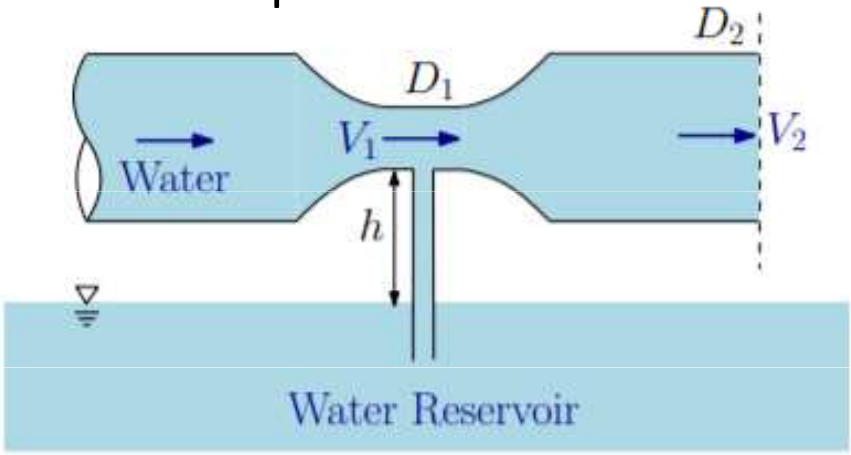
$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$Q = A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \frac{p_1 - p_2}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}} = A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \frac{p_1 - p_2}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}}$$

Snížený tlak umožňuje i **přisávání kapaliny ze zásobníku** do potrubí

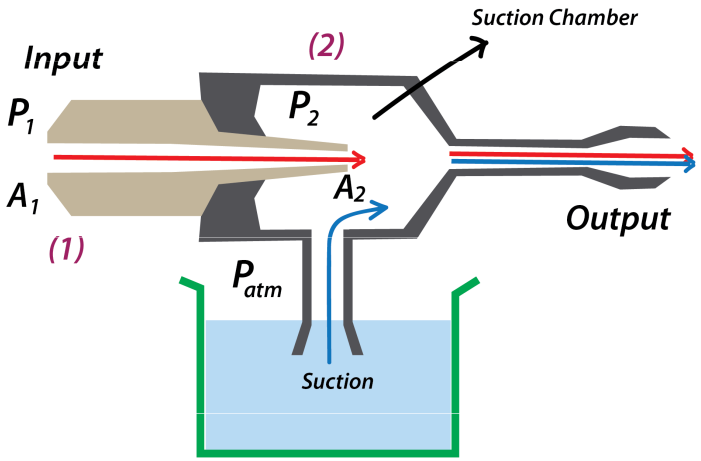
Vodní ejektor

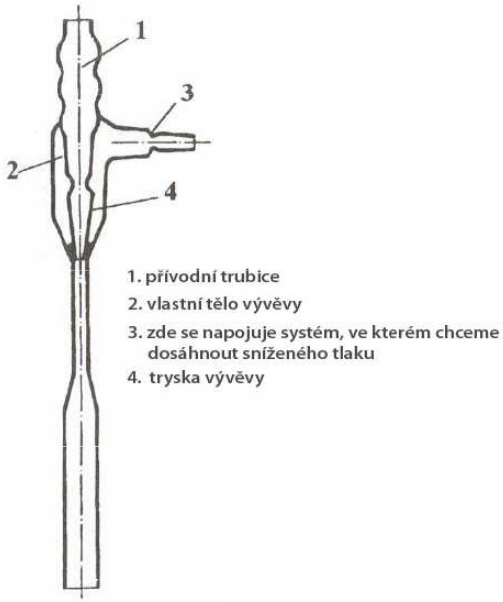




Vodní výveva

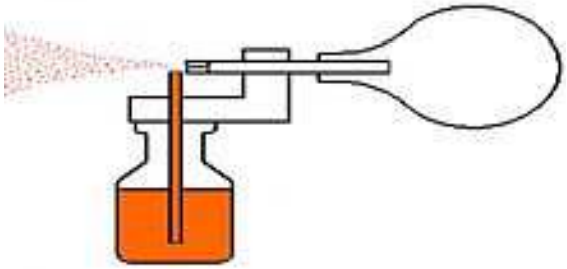
Na podobném principu je založena vodní výveva.

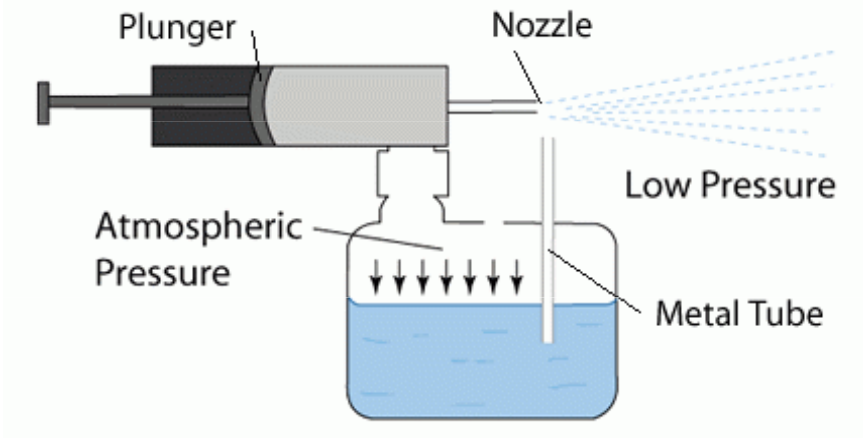




Zmlžovací tryska

Podtlak mezi atmosférickým tlakem uvnitř nádrže a sníženým tlakem v ústí trubičky táhne kapalinu z nádrže do ústí trubičky a do pohybujícího se proudu vzduchu, kde se kapalina rozbíjí na aerosol unášený proudem vzduchu.

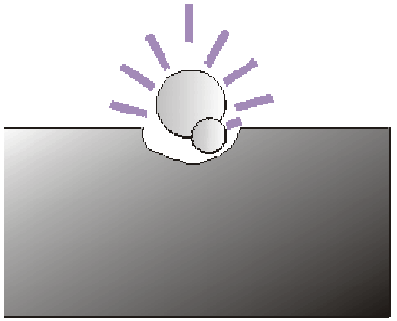


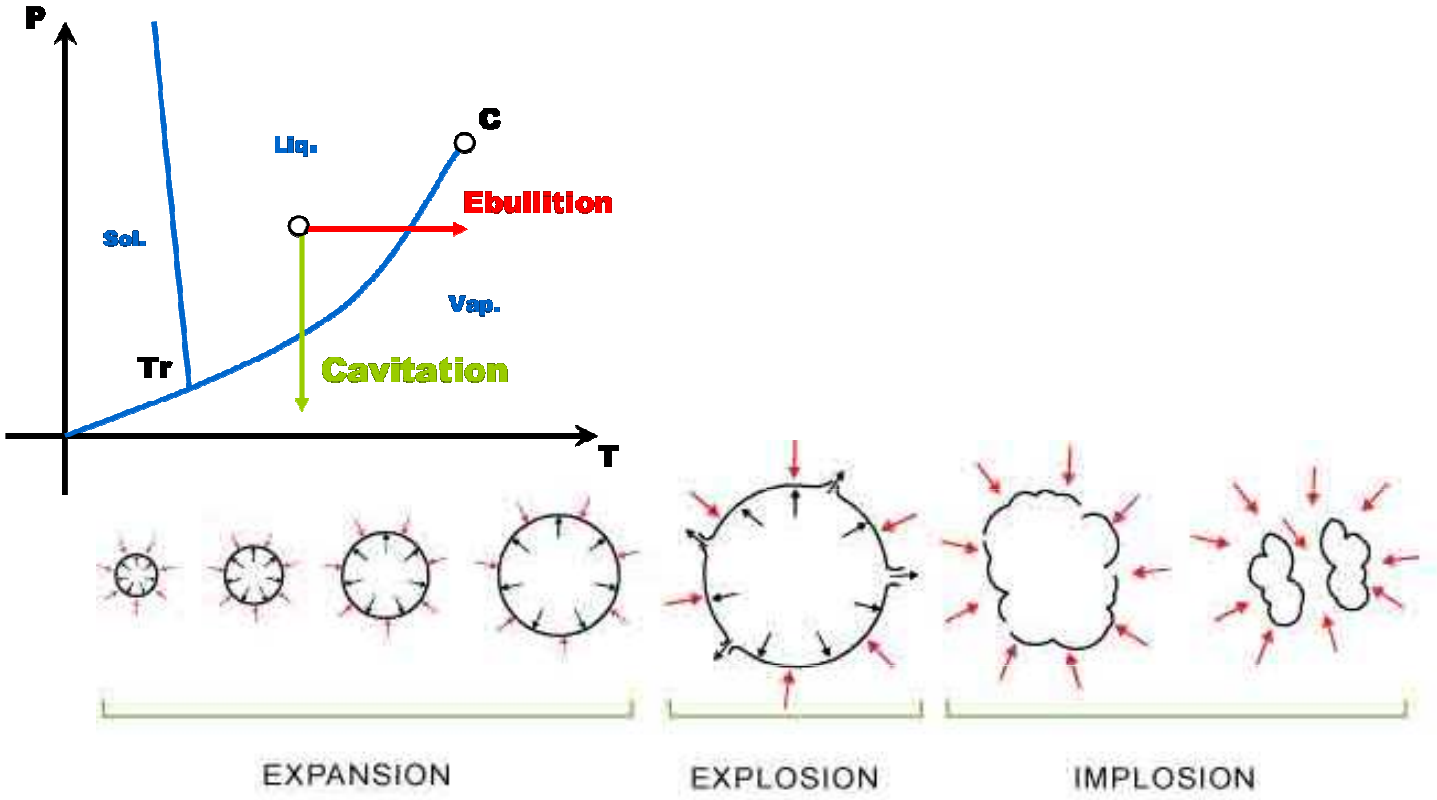


Zmlžovací trysky se používají např. k rozprašování parfémů, stříkání barev, v karburátorech automobilů, zmlžovače pro atomovou spektrometrii, provzdušňovací a skrápěcí zařízení, ...

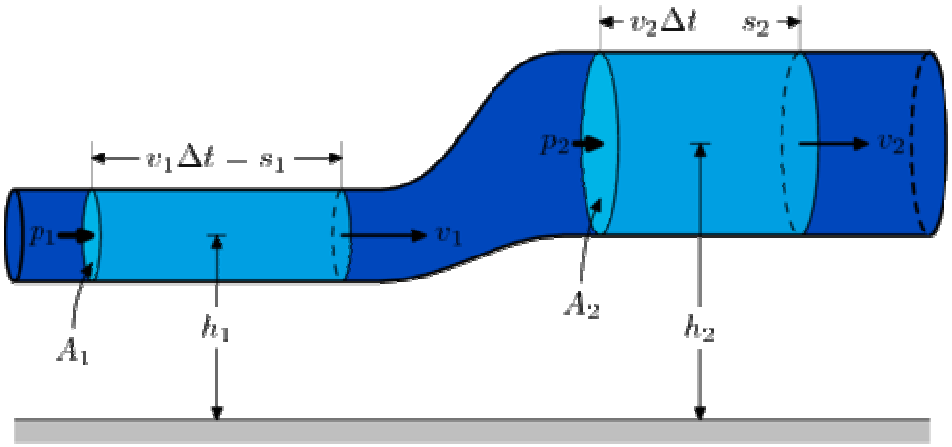
Kavitace

Kavitace je vznik dutin v kapalině při lokálním poklesu tlaku, následovaný jejich implozí. Pokles tlaku může být důsledkem lokálního zvýšení rychlosti (hydrodynamická kavitace), případně průchodu intenzivní akustické vlny v periodách zředění (akustická kavitace). Kavitace je zpočátku vyplněna vakuem, později se vyplní párou okolní kapaliny nebo do ní mohou difundovat plyny z okolní kapaliny. Při vymizení podtlaku, který kavitaci vytvořil, její bublina kolabuje za vzniku rázové vlny s destruktivním účinkem na okolní materiál.





Obecná Bernoulliho rovnice

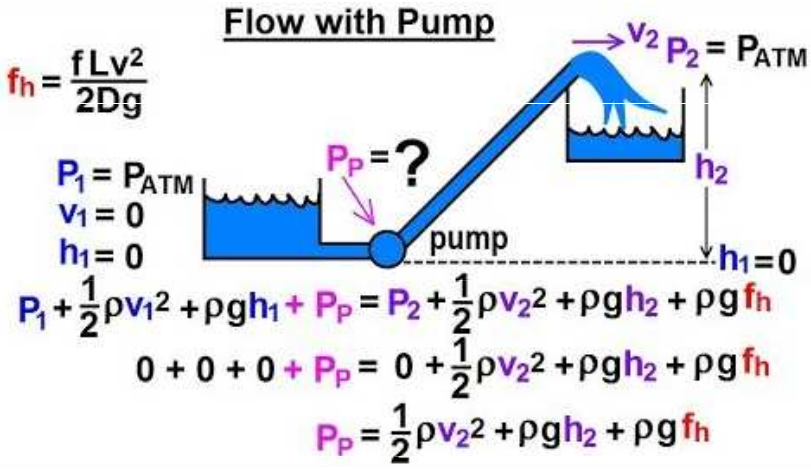


Obecná Bernoulliho rovnice zahrnuje i potenciální energii kapaliny (energie je v rovnici přepočtena na objemovou jednotku kapaliny.) jsou-li oba konce potrubí v různých výškách.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$E_k + E_p + E_g = \text{konst.}$$

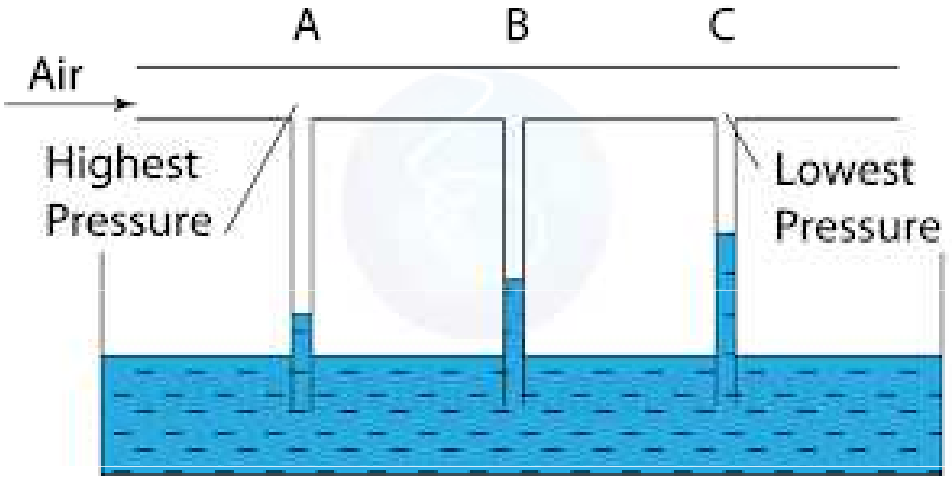
Bernoulliho rovnice pro potrubí s čerpadlem



Pro **reálnou kapalinu** se Bernoulliho rovnice doplňuje o ztrátovou výšku (f_h). Ke ztrátám dochází díky tření o stěny nádoby díky náhlé změně směru proudící kapaliny.

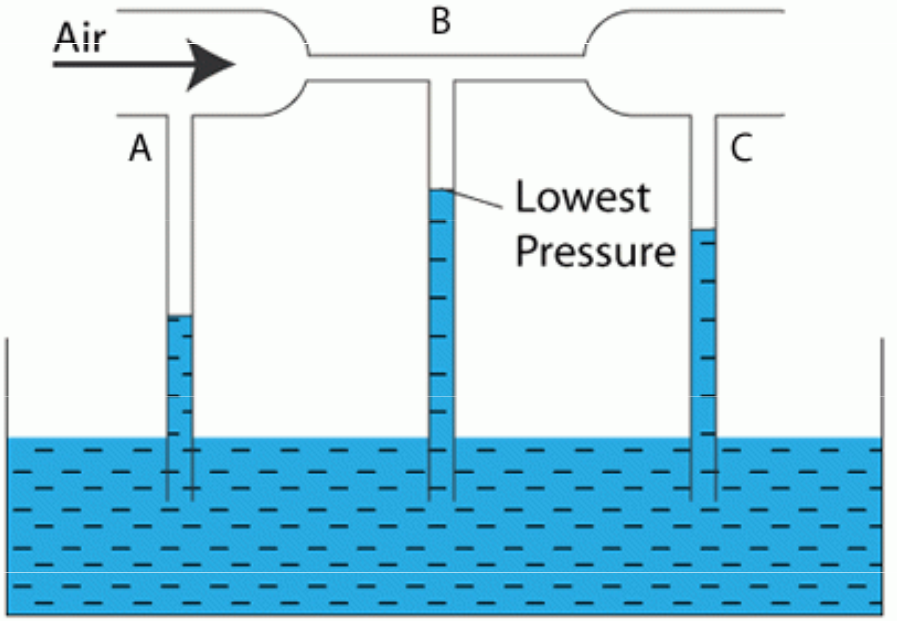
Tlaková potenciální energie a Bernoulliho rovnice pro plyny

Tlaková potenciální energie je definována stejně jako u kapalin. Prouděním vzduchu trubicí postupně také dochází k poklesu tlaku.

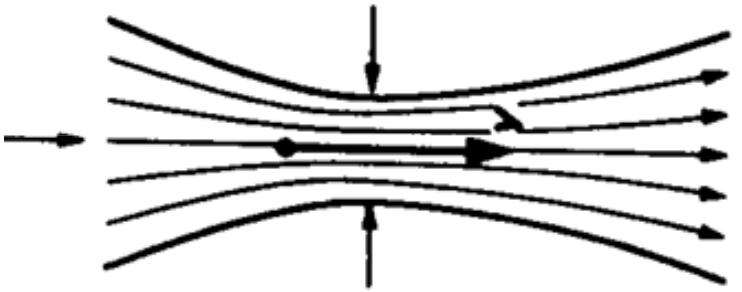


Vyjádření **Bernoulliho rovnice pro plyny** je složitější, protože u plynů se velmi podstatně se změnou tlaku mění i jejich hustota.

Obdobu hydrodynamického paradoxu je u plynů **aerodynamický paradox**.



Venturiho jev v plynech



V plynech dochází k Venturiho jevu obdobně jako u kapalin.

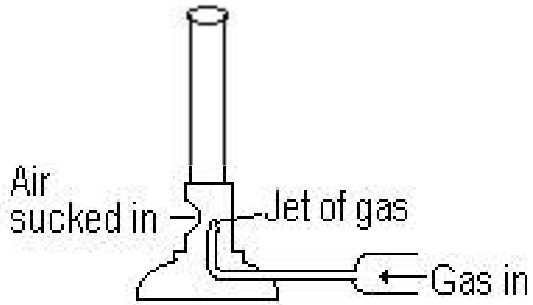
Příklady

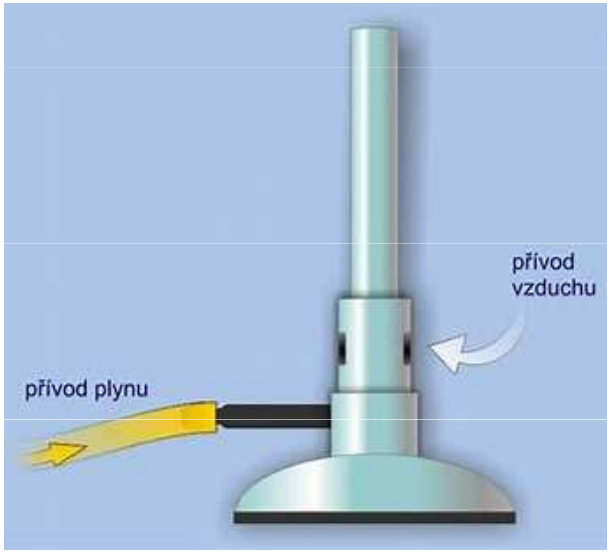
Fouknutím mezi zavěšené listy papíru tlak mezi listy klesne a protože okolní atmosférický tlak je větší, listy se k sobě přiblíží (oproti předpokladu).

U lodí plujících těsně vedle sebe dojde mezi oběma plavidly k poklesu tlaku (a ke zvýšení rychlosti proudící vody). Tlak "zvnějšku" lodí je větší než tlak mezi nimi a tento rozdíl natlačí lodi k sobě.

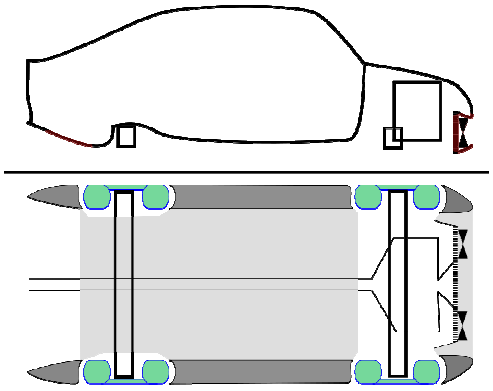
Bunsenův kahan

Průchodem plynu přes trysku dojde ke snížení tlaku oproti atmosférickému, což umožní přisávání vzduchu do kahanu.





Automobilový difuzor je speciálně tvarovaná část podvozku, která zlepšuje aerodynamické vlastnosti vozidla. Je to de facto rozšiřující se kanál směrem k zádi (nemusí být ani uzavřený, neboť jeho spodní část může tvořit samotná vozovka). Vzduch nasávaný pod automobil se zde urychluje a tudíž má nižší tlak než okolní vzduch. Kvůli podtlaku vzniká síla, která se snaží vůz přitlačit k vozovce (přítlak).



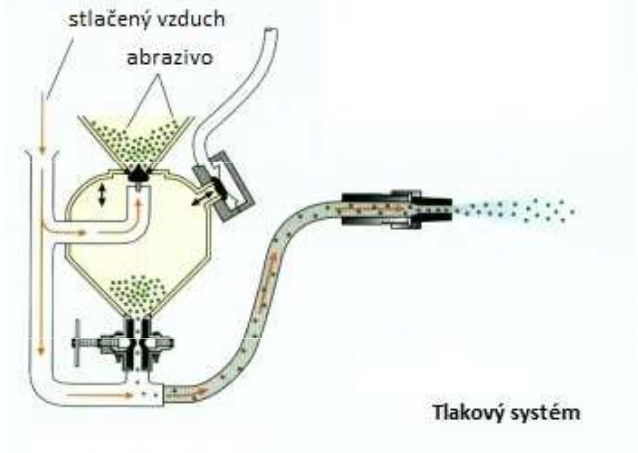
Další aplikace

Dechové hudební nástroje (klarinet, trombon)

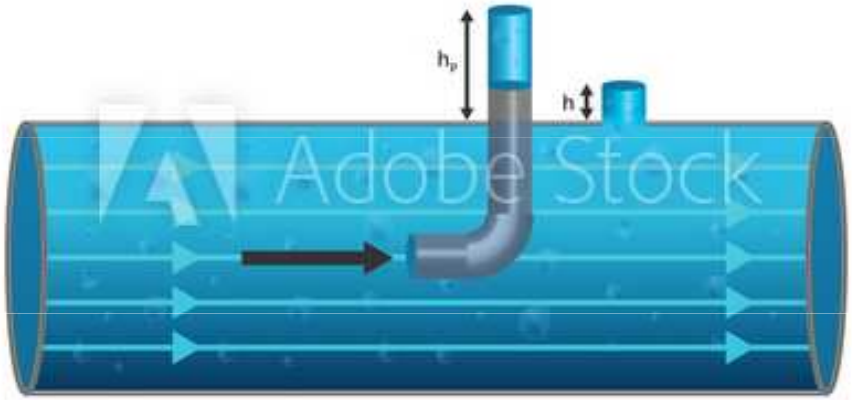
Sací brzda u vlaku

Vzduchový ejektor (fukar)

Otryskávačka (pískováčka)



Pitotova trubice

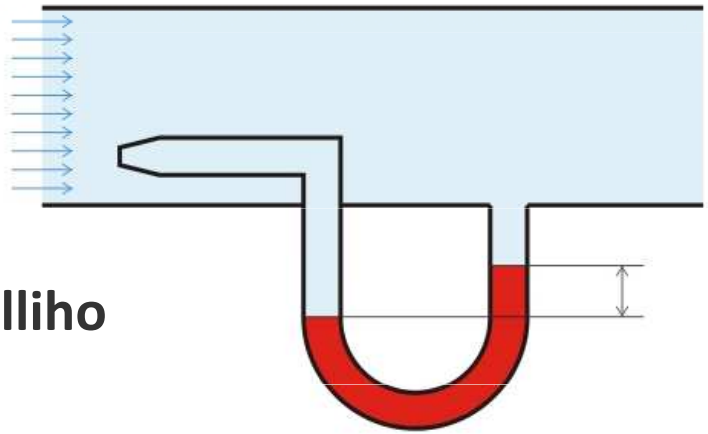


Pitotova trubice je měřicí přístroj, který umožňuje měřit rychlost proudění média jeho převedením na tlak.

Jedná se o spojení dvou trubic, každé s vodorovným a svislým ramenem. Hladina ve svislém rameni vnější trubice ukazuje **výšku volné hladiny** (h). Vodorovné rameno vnitřní trubice má otvor proti proudu, takže hladina ve svislém rameni ukazuje **hydrodynamickou výšku** (h_p). Kapalina má v místě ohnuté trubice nulovou rychlost, zatímco u rovné trubice má kapalina rychlost proudění. Svou energii si kapalina zachovává. Rychlost proudící kapaliny (plynu) se určuje na základě rozdílu tlaků pomocí Bernoulliho rovnice.

celkový tlak p = statický tlak p_1 + dynamický tlak p_2

$$p = \frac{\varrho v_2^2}{2} + p_1$$

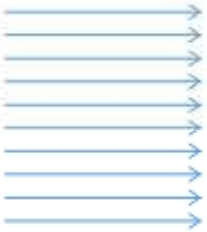


Rychlost proudící tekutiny se vypočítá podle **Torricelliho vzorce**

$$v = \sqrt{2g\Delta h}$$

Pitotova trubice

Největší význam má používání Pitotovy trubice jako rychloměru u letadel.

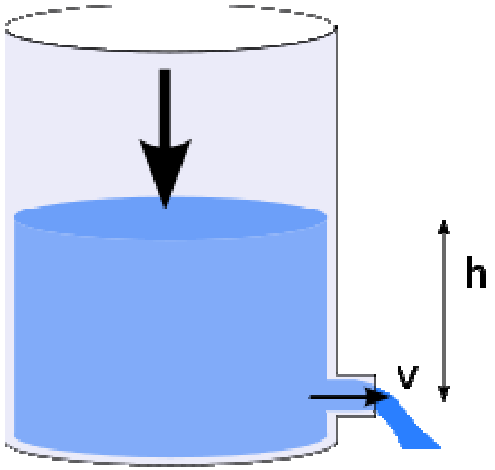


Statický tlak se měří mimo trubici, pomocí tzv. statických portů obvykle na boku trupu letadla. Dynamický tlak se určuje pomocí membrány v uzavřené nádrži. Pokud je tlak z jedné strany membrány ustálený na statický tlak, potom je deformace membrány úměrná dynamickému tlaku, tento se přepočítá (nebo mechanicky převede) na ukazatel rychlosti.

Nejčastější poruchou rychloměrného systému bývá zablokování Pitotovy trubice.

Velké havárie se selháním systému Pitotovy trubice jsou např. let Air France 447 a let Aeroperú 603.

Torricelliho zákon



Torricelliho zákon charakterizuje výtokovou rychlost ideální kapaliny

$$v = \sqrt{2gh}$$

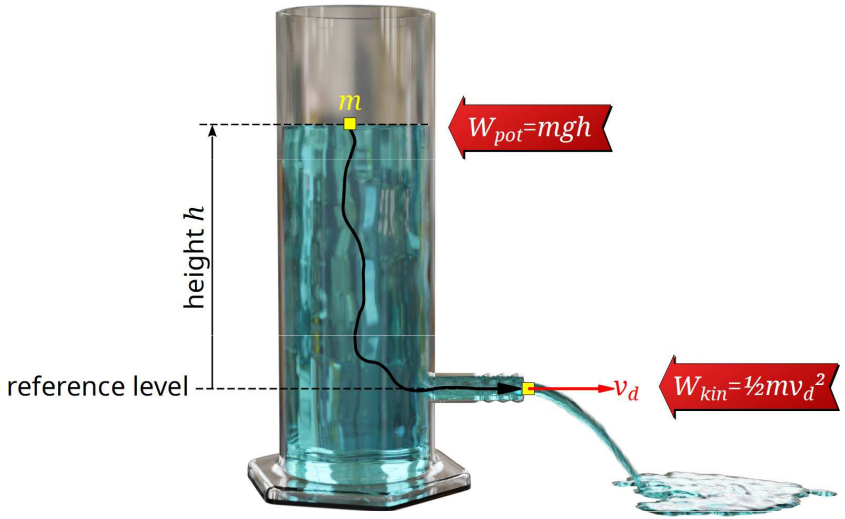
kde v - rychlost, g - gravitační zrychlení a h - výška vodního sloupce

Předpokládejme, že plocha nádoby je mnohem větší než otvor, kterým kapalina vytéká, pak lze pokles hladiny kapaliny pokládat za zanedbatelný a proto $v_0 = 0$. Atmosférický tlak lze při malém rozdílu výšek také pokládat za konstantní, takže $p_0 = p_1$. Protože $h_0 - h_1 = h$, získáme z Bernoulliho rovnice

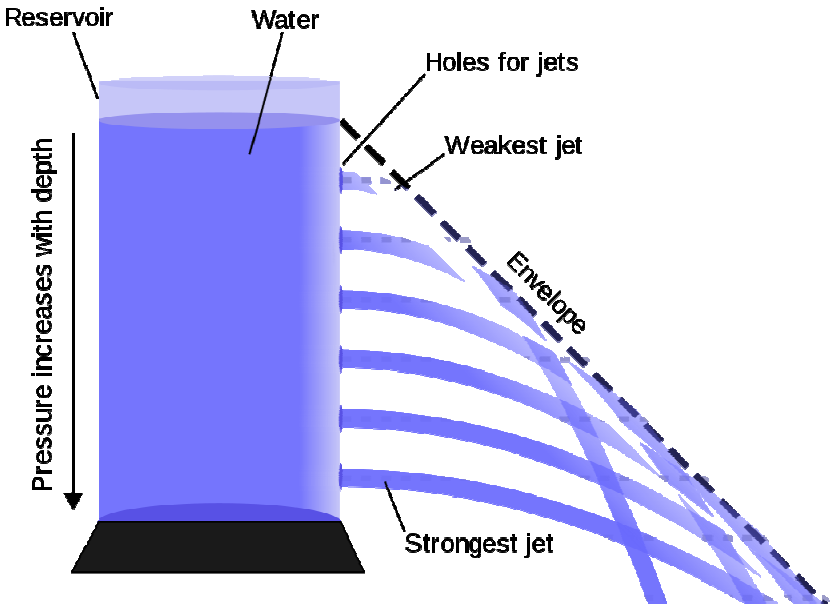
$$\frac{1}{2}\rho v_0^2 + p_0 + \rho g h_0 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g h_1$$

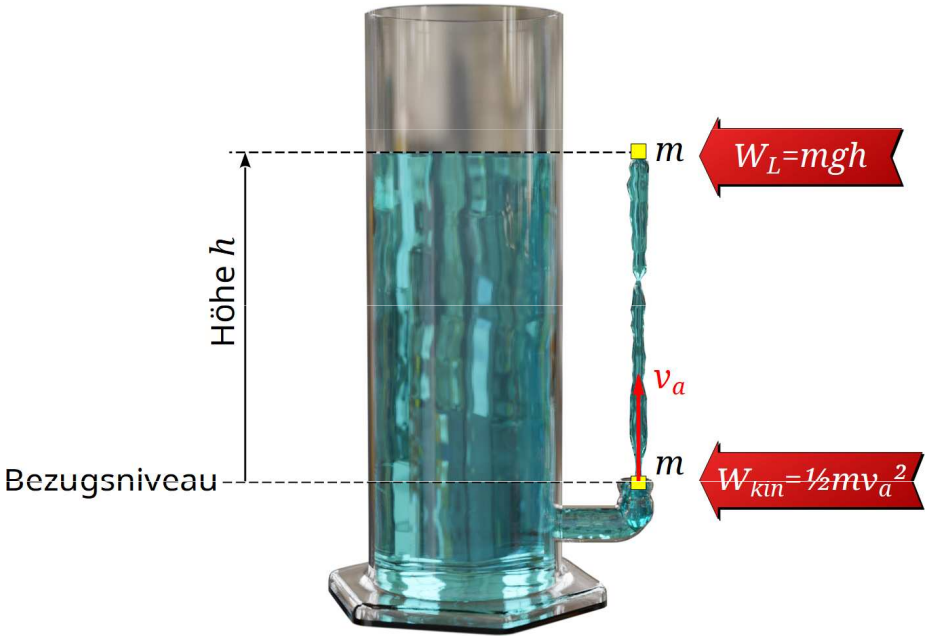
$$\frac{v_0^2}{2} + g(h_1 - h_2) = \frac{v^2}{2}$$

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g h \qquad gh = \frac{v^2}{2}$$



Pro reálnou kapalinu bude rychlost výtoku nižší vzhledem k její viskozitě.


Reservoir
Water
Holes for jets
Weakest jet
Envelope
Pressure increases with depth
Strongest jet


m
$W_L=mgh$
Höhe h
v_a
m
$W_{kin}=½mv_a^2$
Bezugsniveau

Příklad

Ve vodorovné trubici s průměrem d_1 = 5 cm teče voda rychlostí v_1 = 2m.s^{-1} a tlaku $p_1 = 2.10^5$ Pa. Jaký tlak je v užší části trubice s průměrem d_2 = 2 cm?

$$d_1 = 5cm = 0{,}05m,\ d_2 = 2cm = 0{,}02m,\ p_1 = 200000Pa,\ v_1 = 2m.s^{-1}$$

$$v_2 = ?,\ \ p_2 = ?$$

$$S_1.v_1 = S_2.v_2$$

$$v_2 = \frac{S_1.v_1}{S_2} = \frac{\frac{\pi.d_1^2}{4}}{\frac{\pi.d_2^2}{4}}.v_1 = \frac{d_1^2}{d_2^2}.v_1$$

$$v_2 = \frac{(0{,}05m)^2}{(0{,}02m)^2}\cdot 2m.s^{-1} = \frac{0{,}0025}{0{,}0004}\cdot 2m.s^{-1} = 12{,}5m.s^{-1}$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho.v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho.v_2^2$$

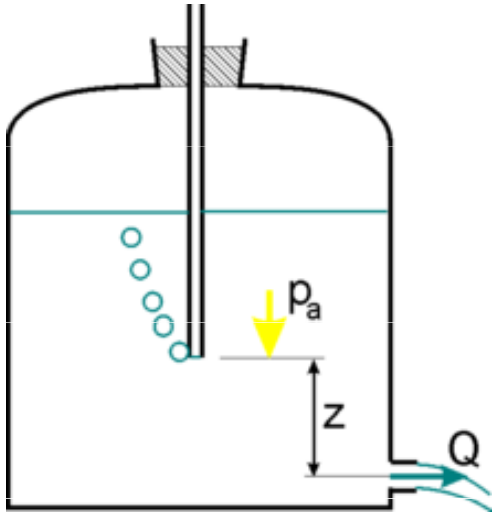
$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho.\left(v_1^2 - v_2^2\right)$$

$$p_2 = 200000Pa + \frac{1}{2}1000kg.m^3\left[\left(2m.s^{-1}\right)^2 - \left(12{,}5m.s^{-1}\right)^2\right] = 123875Pa$$

$$p_2 = 1{,}24.10^5 Pa$$

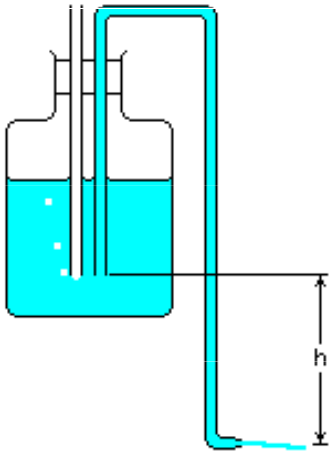
Mariottova láhev

Mariottova láhev je nádoba, do níž je umístěna úzká skleněná trubice. Kapalina vytéká stejnou rychlostí tak dlouho, dokud hladina v nádobě nedosáhne až ke spodnímu konci trubice. Trubicí do nádoby neustále proudí vzduch, který vyrovnává tlak vzduchu uvnitř na atmosférický, proto rychlost výtoku vody závisí pouze na sloupci vody mezi otvorem a dolní částí trubice.



Množství kapaliny vyteklé z otvoru za dobu *t* o průřezu *S* se vypočítá

$$V = St\sqrt{2gh}$$



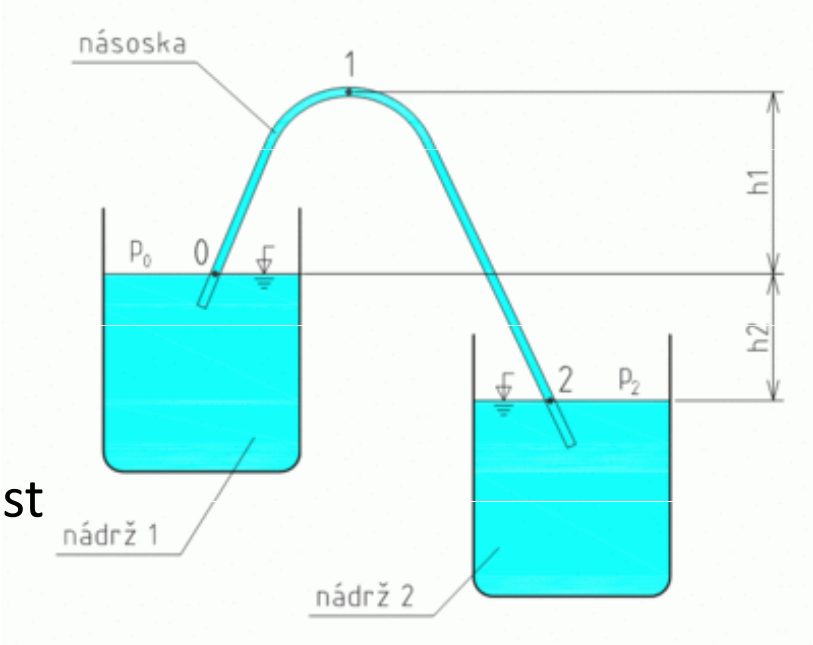
U reálných kapalin je díky tření výtoková rychlost i množství vyteklé kapaliny menší.

Mariottova láhev se běžně využívá pro dávkování menších průtoků kapalin.

Sifon

Sifon (násoska) je jednoduché zařízení, které slouží k přečerpávání kapaliny z nádob, v nichž je hladina kapaliny výše, do nádob, kde je hladina kapaliny níže. Hnací silou je rozdíl potenciálních energií kapalin v obou větvích sifonu (při stejném okolním tlaku).

$$\frac{p_0}{\rho} + gh_2 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$$



Při rovnosti okolních tlaků (nádoby otevřené do atmosféry) je pak rychlost vytékající kapaliny v bodě 2 :

$$v_2 = \sqrt{2gh_2}$$

proto při nulovém rozdílu hladin ($h_2 = 0$) je rychlost toku $v_2 = 0$. Průtok sifonem je

$$Q = v_2 \frac{\pi D^2}{4}$$

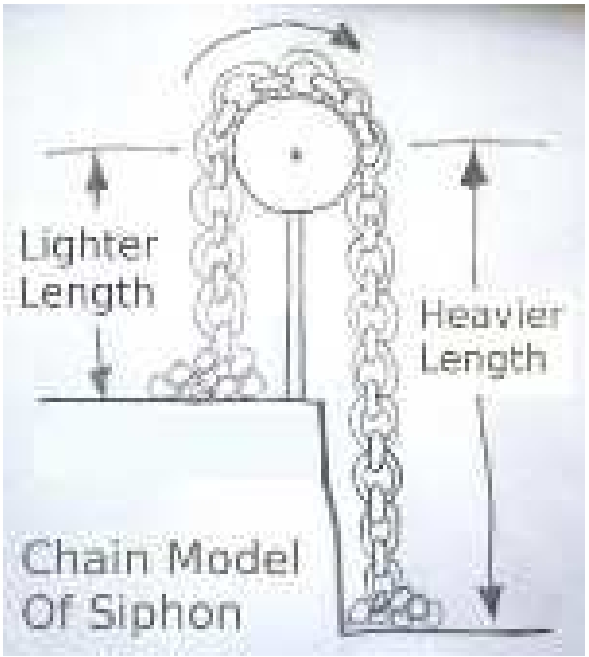
kde D je průměr trubice sifonu.

Maximální pracovní výška sifonu:

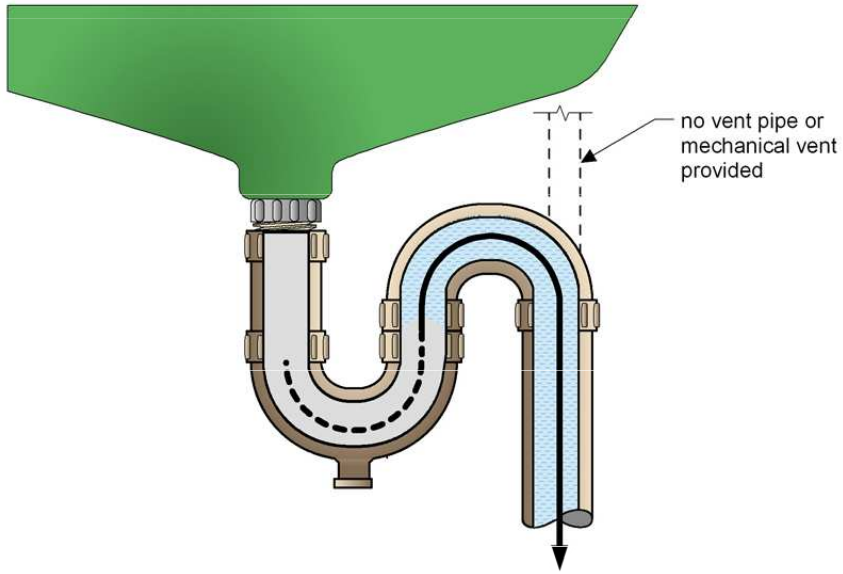
$$(h_1 + h_2) = \frac{p_{atm} - p_p''}{\rho g}$$

Aby mohl sifon fungovat, musí být tlak v bodě 1 vyšší než tlak sytých par kapaliny za dané teploty. V opačném případě dojde v bodě 1 ke kavitaci a přetržení vodního sloupce.

Pro uvedení násosky do chodu je nutné, aby byla trubice celá naplněna přečerpávanou kapalinou (například ponořením celé trubice pod hladinu, případně vysátím vzduchu výměvou - vysátím vzduchu vytvoříme tak podtlak). Jakmile voda překoná místo ohybu hadice je přitahována směrem dolu a začne tak vytékat do spodní nádoby. Tím, že voda vytéká z dolního konce hadice, udržuje podtlak v místě ohybu hadice. Násoska pak samočinně pracuje až do vyrovnání hladin ($h_2 = 0$) nebo poklesnutí hladiny v horní nádobě pod úroveň násosky.

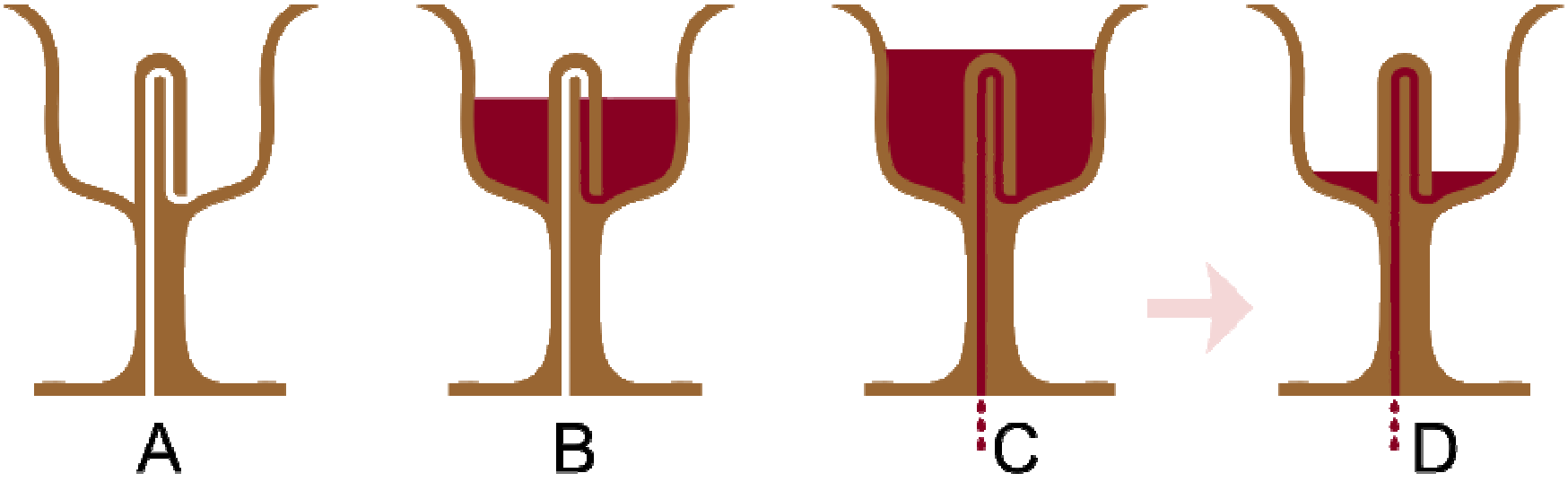


S-traps can lead to siphoning



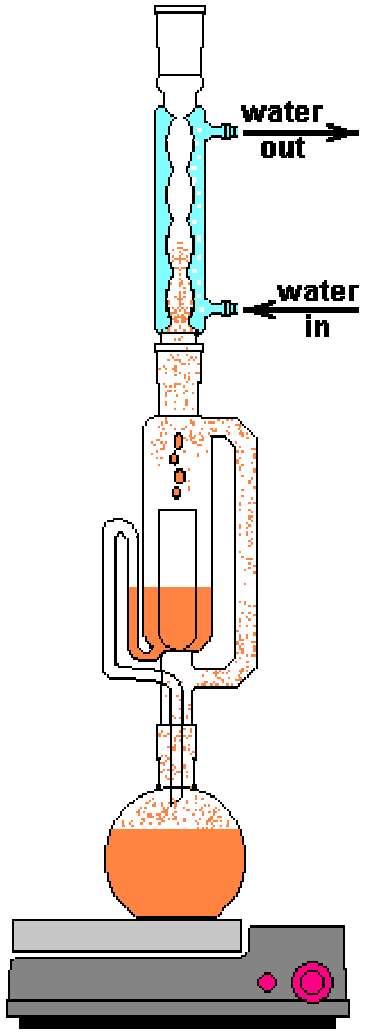
Pythagorovský pohár

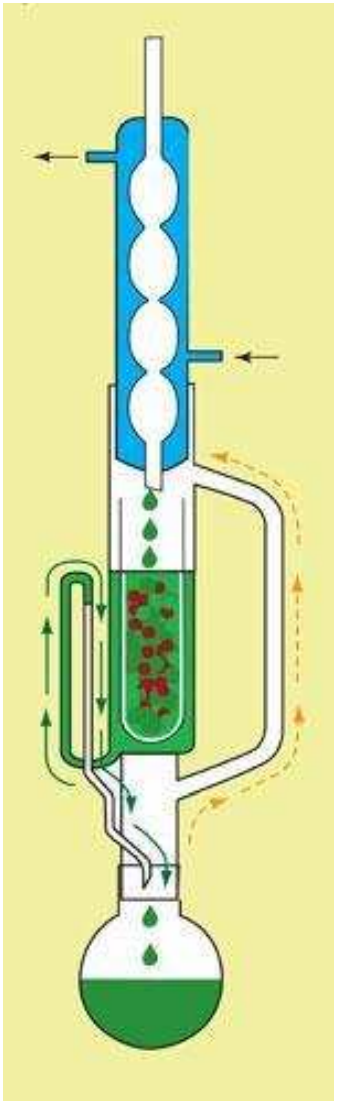
Když se pohár naplněn, kapalina stoupá vzhůru druhé trubky až do komory v horní části centrálního sloupu, po Pascalův princip ze spojité nádoby. Dokud hladina kapaliny nestoupne nad hladinu komory, funguje kalíšek jako obvykle. Pokud však hladina dále stoupá, kapalina se rozlije skrz komoru do první trubky a ze dna. Gravitace pak vytvoří sifon přes centrální sloup, což způsobí, že celý obsah šálku bude vyprázdněn otvorem ve spodní části stonku. Většina moderních toalet funguje na stejném principu: když hladina vody v misce stoupne dostatečně vysoko, vytvoří se sifon, který misku vyprázdní.



Soxhletův extraktor

Rozpouštědlo se zahřívá pod zpětným chladičem, jeho páry putují směrem nahoru destilačním ramenem do chladiče kde kondenzují a odkapávají do komory, kde se nachází papírová patrona se vzorkem extrahovaného materiálu. Komora se vzorkem se pomalu plní horkým rozpouštědlem, do kterého se extrahují aktivní látky. Ke konci plnění komory rozpouštědlem je dosaženo maximální pracovní výšky sifonu, díky čemuž dojde k vyprázdnění komory. Rozpouštědlo se vrací do destilační baňky, kde se postupně koncentrují aktivní láky .



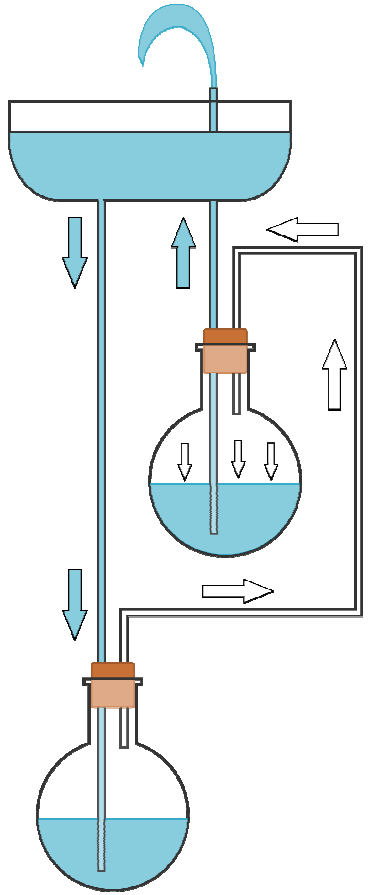


Heronova fontána

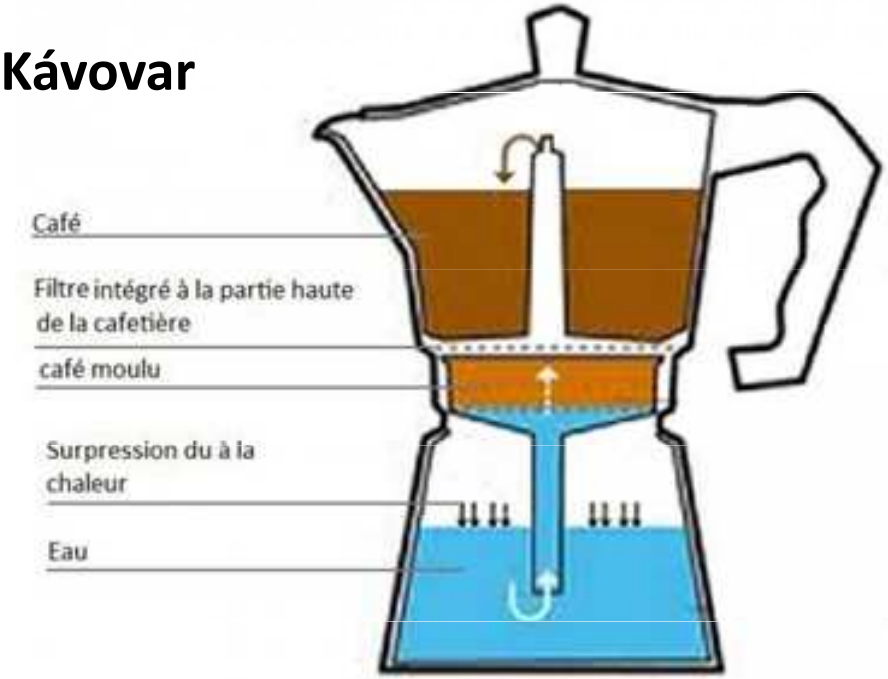
Heronova fontána je hydraulické zařízení využívající hydrostatického tlaku.

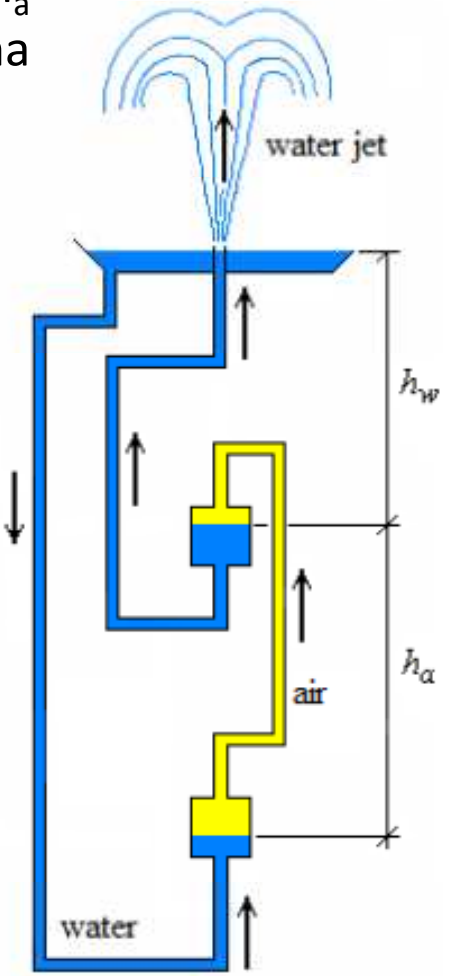
$$\Delta p = (\rho_w - \rho_a) g h_a$$

kde ρ_w je hustota vody, ρ_a je hustota vzduchu, h_a je výška sloupce vzduchu mezi dvěma uzavřenými nádržemi.



Kávovar

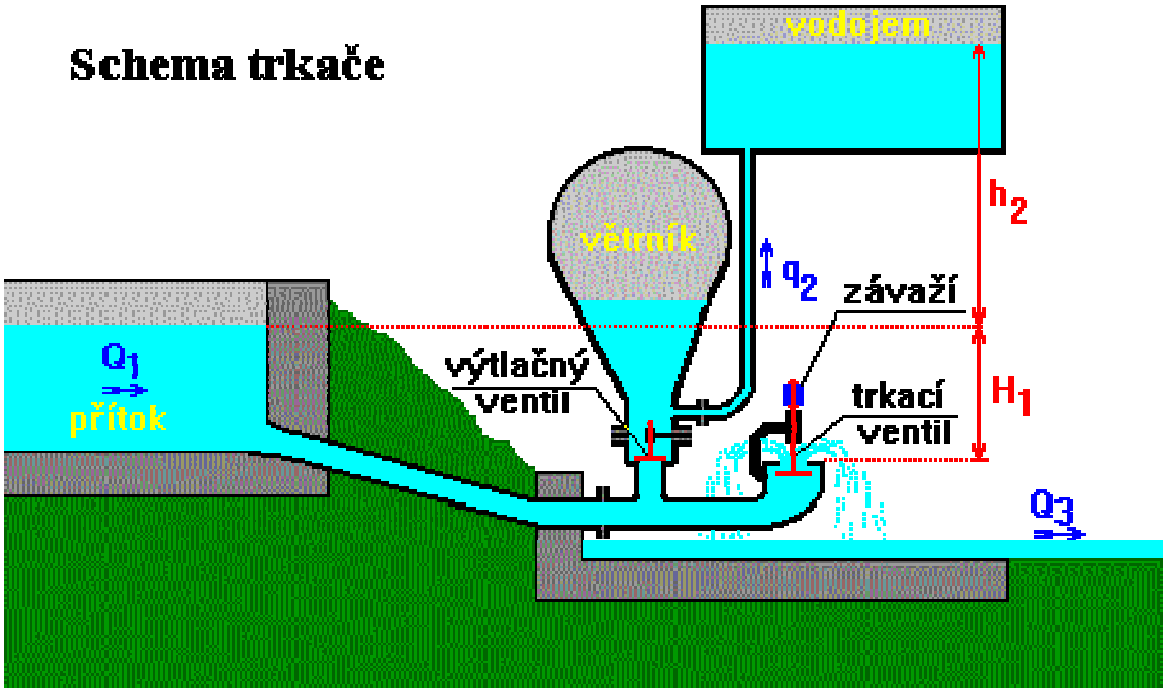




Vodní trkač

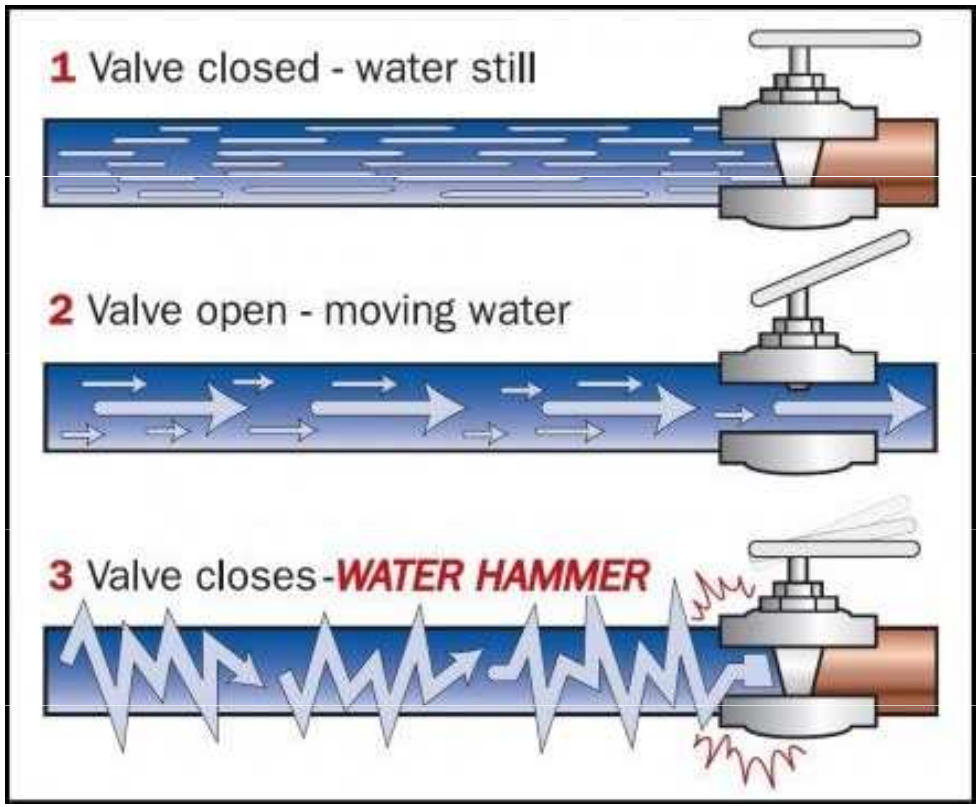
Vodní trkač je jednoduché vodní čerpadlo, poháněné vodou. Využívá kinetickou energii proudící vody a její přeměnu na energii tlakovou. Proud vody je pravidelně uzavírán trkacím ventilem. Vzniklé rázy slouží k čerpání vody přes výtlačný ventil do výšky několikanásobně vyšší, než je rozdíl hladin vody, která trkač pohání.

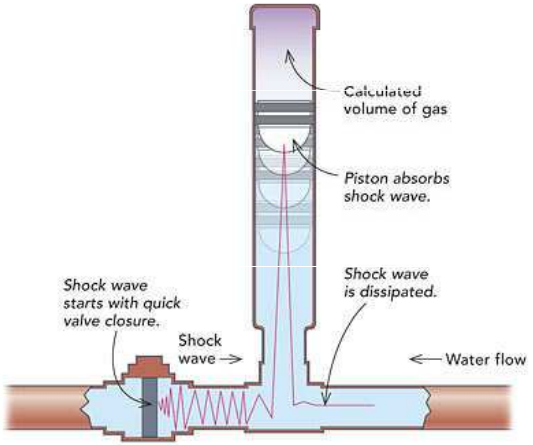
Trkač může pracovat od spádu h_1 minimálně 1 metr (optimálně od 2 metrů) a vytlačí vodu maximálně do 25-násobku původního spádu.

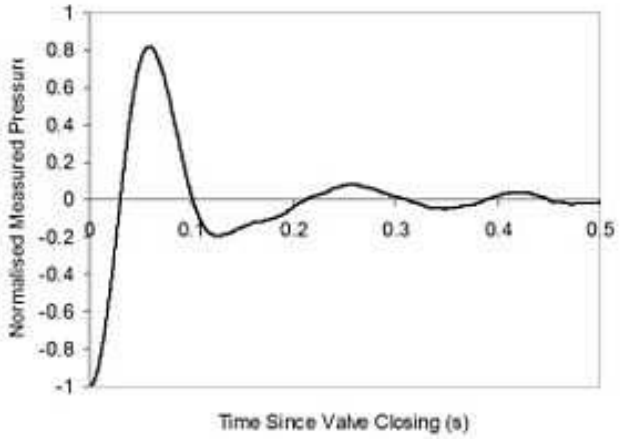


Hydraulický šok („vodní kladivo“)

je tlakový ráz nebo vlna způsobená změnou hybnosti když je tekutina (kapalina nebo plyn) v pohybu nucena zastavit nebo náhle změnit směr. K tomuto jevu obvykle dochází, když je potrubí náhle uzavřeno na výstupu (po proudu), množství vody před uzávěrem se stále pohybuje, čímž se vytváří vysoký tlak a výsledná rázová vlna může způsobit hluk a vibrace, případně až prasknutí nebo zhroucení potrubí.



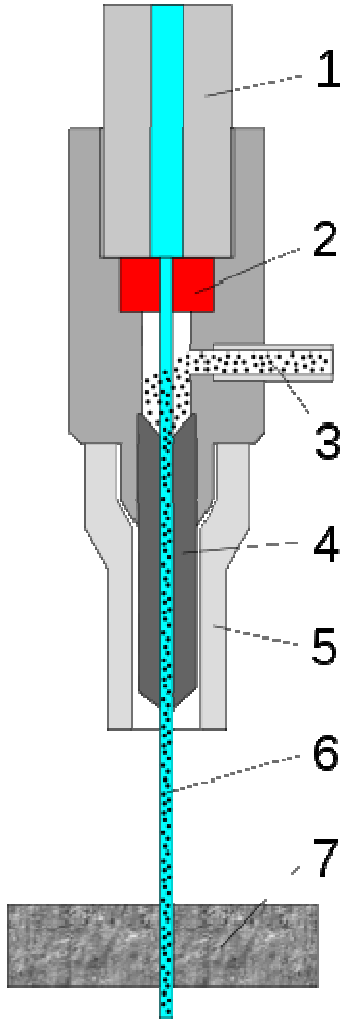




Řezání vodním paprskem

Podstatou je obrušování děleného materiálu tlakem vodního paprsku. Tento proces je v podstatě stejný jako vodní eroze, ale značně zrychlený a soustředěný do jednoho místa. Pracovní tlak vody se pohybuje v rozmezí 200 – 620 MPa. Tlakovým zdrojem jsou speciální vysokotlaká čerpadla.

Při zpracování měkkých materiálů se používá čistý vodní paprsek, pro ostatní případy je třeba použít abrazivní paprsek. Vhodnou abrazivní příměsí je přírodní olivín, přírodní granát, mletý korund, karbid křemíku, diamantový prach – volba závisí na tvrdosti děleného materiálu. Zrnitost abrazivního materiálu je v rozmezí 16 – 63 µm.

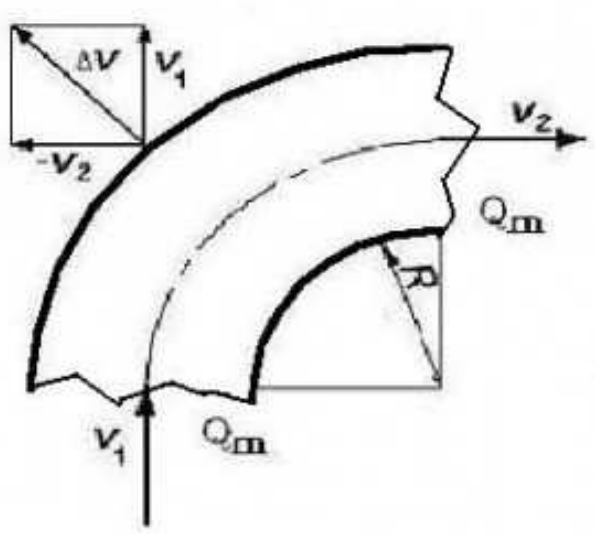


1 – vysokotlaký přívod vody
2 – rubínová nebo diamantová tryska
3 – abrazivo
4 – směšovací trubička
5 – držák
6 – paprsek
7 – materiál

Těžba tlakovou vodou

Proud vody svojí silou rozrušuje horniny, a umožňuje tak jejich odplavení, nebo snadnější těžbu.

Zákon zachování hybnosti u kapalin



Průtok tekutiny obloukem

Rozdíl rychlostí po průtoku tekutiny obloukem je dán vektorovým součtem a výslednicí síly.

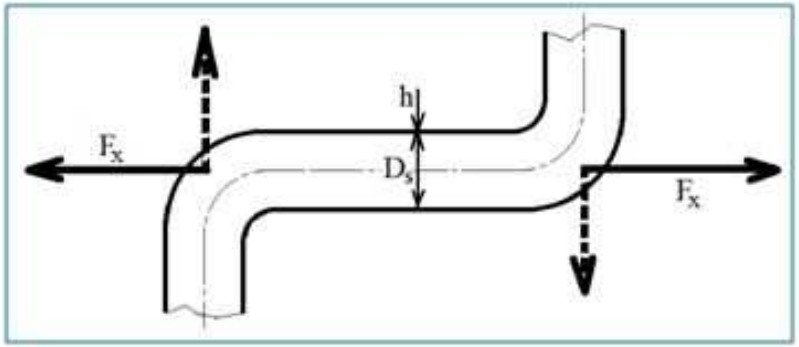
$$\Delta v = \sqrt{(-v_2)^2 + v_1^2} = v.\sqrt{2}$$

Podle 1. impulsové věty je síla působící na oblouk

$$F = Q_m(v_2 - v_1) = Q_m v.\sqrt{2}$$

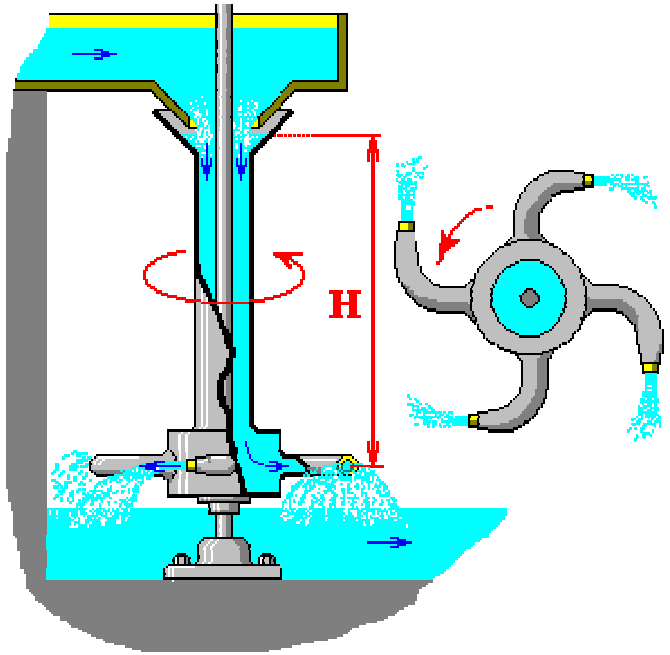
Směr a orientace síly je stejný jako směr a orientace výslednice síly Δv.

Vzájemně navazující oblouky (i když jsou spojené přímou trubkou o určité délce) mají vždy reakce od proudění tekutiny ve složce V_1 a V_2. V uvedené dvojici oblouků se vždy jedna složka uvedené síly vyruší se stejnou složkou síly v druhém koleně, a je to vždy ta složka, která je v ose přímé trubky.



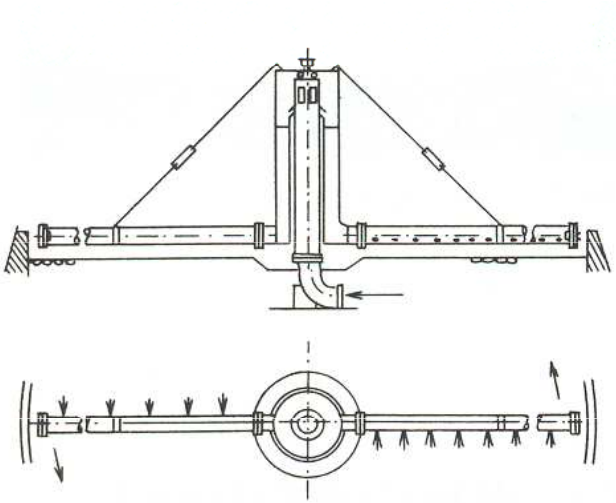
Síla F_X namáhá tedy potrubí mezi nimi na tah.

Segnerovo kolo



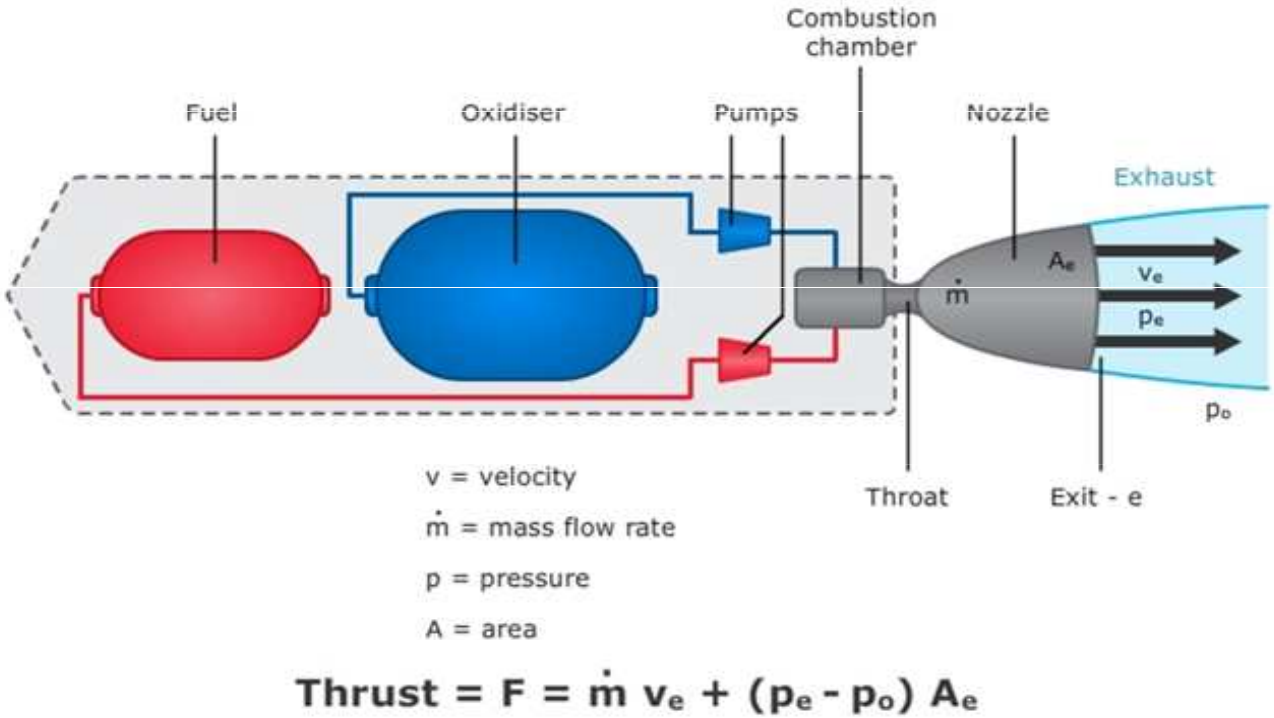
Voda je přiváděna středem stroje do hlavice a odtud k několika dýzám na obvodu oběžného kola, kde prudce vytéká. Tím dochází ke vzniku reakční síly v opačném směru, která začně oběžným kolem se soustavou trysek otáčet.

Segnerovo kolo se používá ke skrápění biologických filtrů (biofiltrů) používaných při biologickém čištění vody. Jsou to nádrže vyplněné kusovým materiálem, který je zkrápěn mechanicky předčištěnou odpadní vodou.



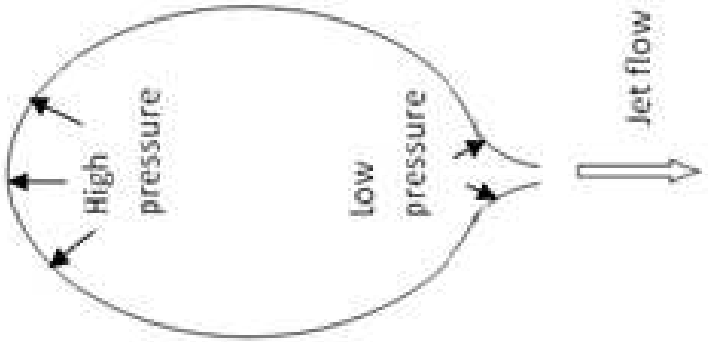
Raketa

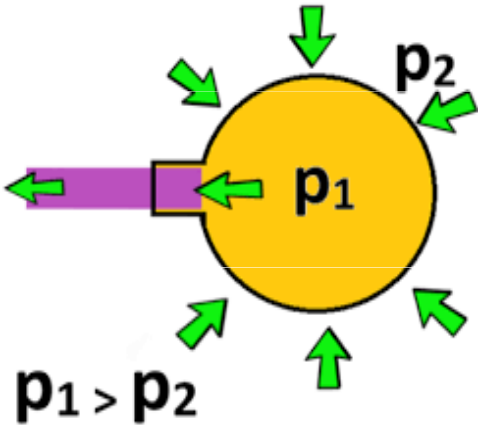
Raketa je létající stroj, který se pohybuje pouze na principu akce a reakce. Nejjednodušší konstrukcí rakety je např. komora naplněná stlačeným plynem. Malý otvor dovoluje plynu unikat a vzniká síla táhnoucí raketu opačným směrem.



$$\text{Thrust} = F = \dot{m}\, v_e + (p_e - p_o)\, A_e$$

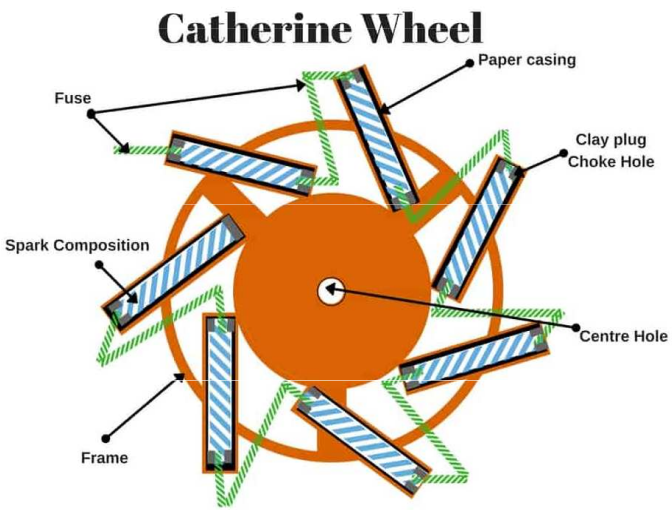
Vzduch uvnitř **balónku** je tlačen gumovými stěnami. Vzduch reaguje opačnou silou, takže síly se tak vyrovnávají. Pokud se uvolní výpusť balónku, vzduch jím uniká a balónek se pohybuje opačným směrem.





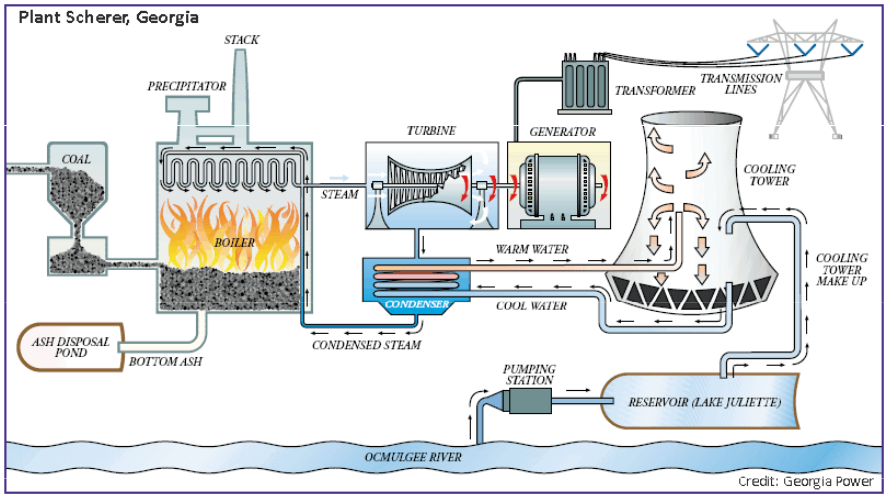
Aeolipile (Heronova koule) funguje na principu reaktivního parního motoru.

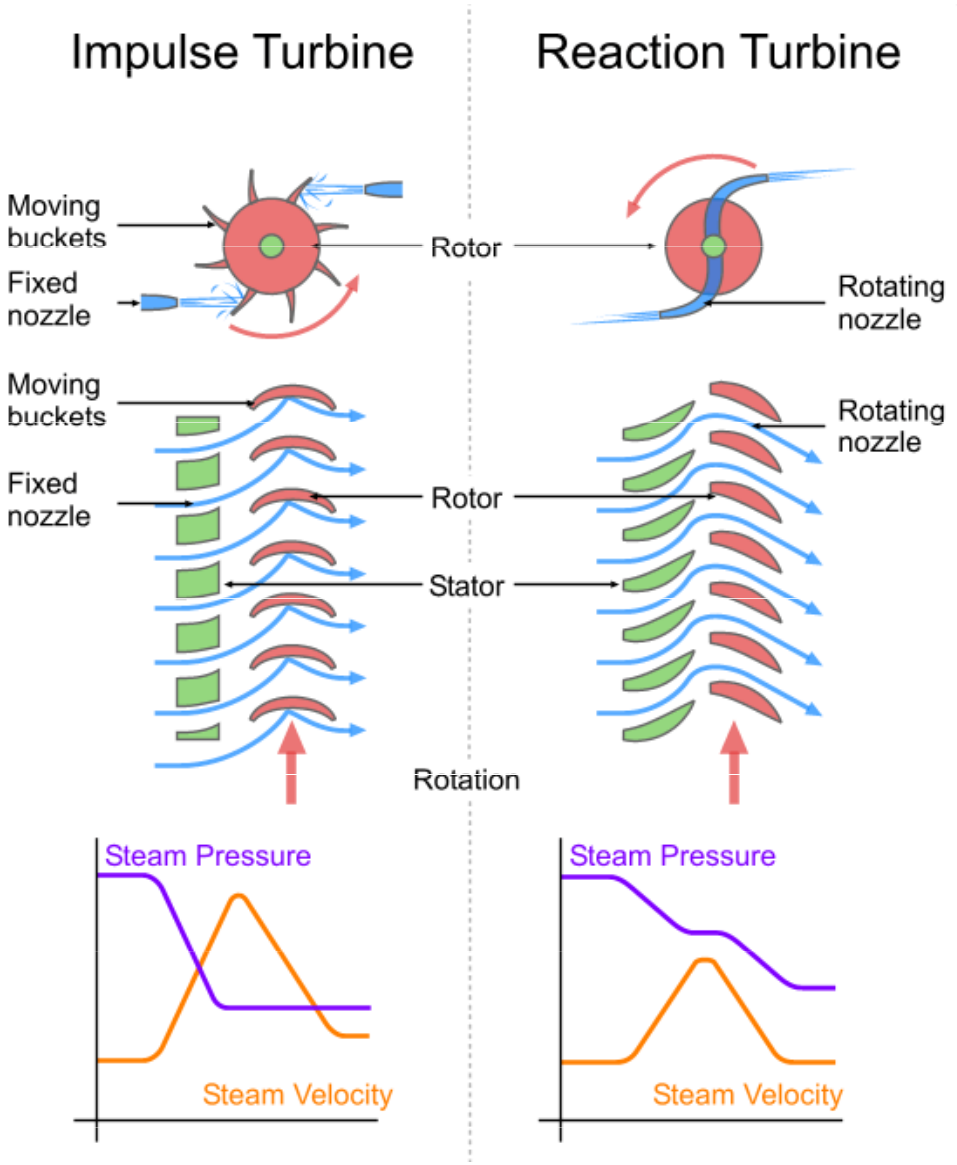
Catherine wheel (pinwheel) je druh pyrotechniky.



Parní turbína

Parní turbína je turbína, točivý tepelný stroj, který převádí tlakovou a kinetickou energii páry, přicházející z generátoru páry, tj. parního kotle, na energii mechanického rotačního pohybu hřídele, osy stroje.



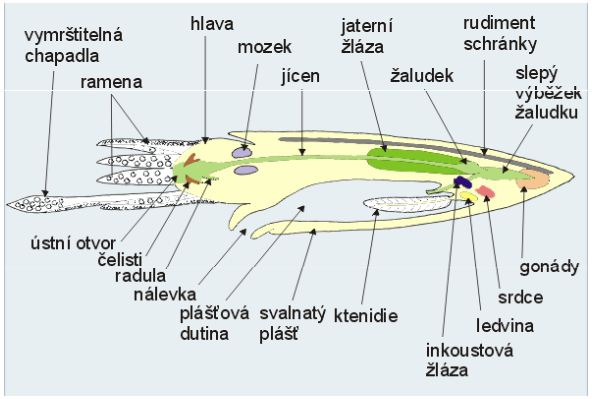


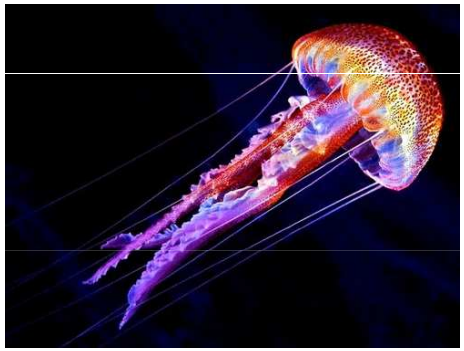
Použití:

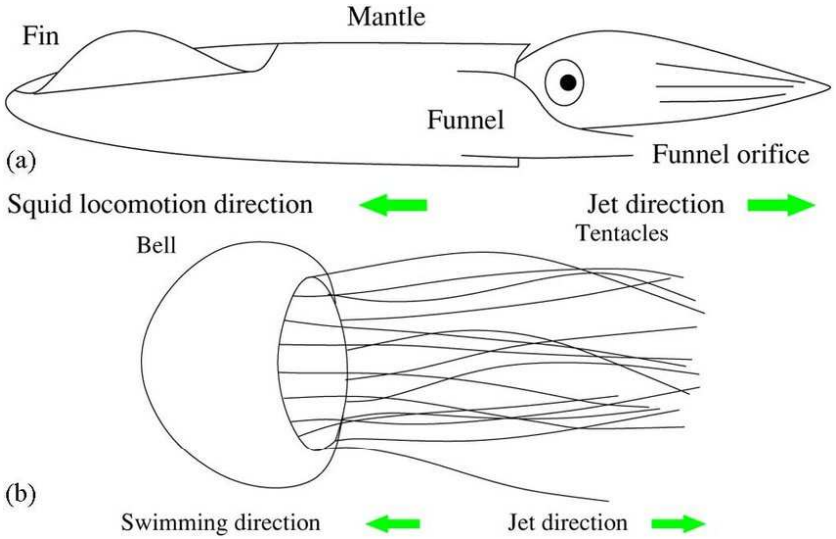
v energetice pro pohon alternátoru tepelných elektráren (uhelných nebo jaderných) a jako lodní pohon (parník, bitevní loď, jaderná ponorka).

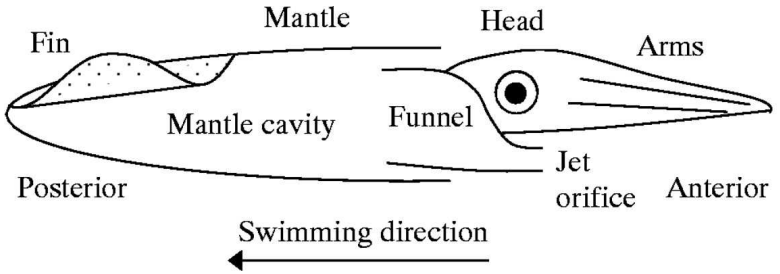
Pohyb medúz a hlavonožců

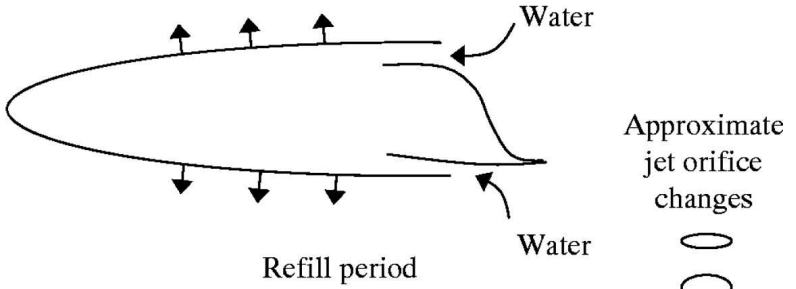
Reaktivní pohyb: plášťová dutina uvnitř těla se stáhne a dojde k vystříknutí vody dopředu → tělo se pohybuje směrem dozadu.

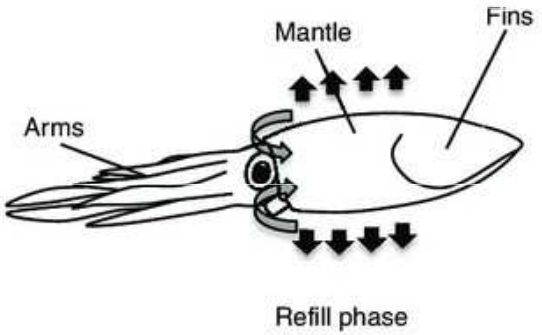


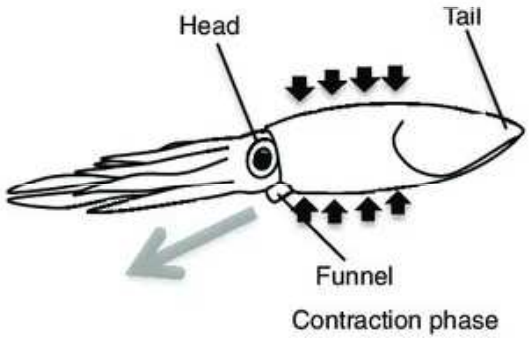






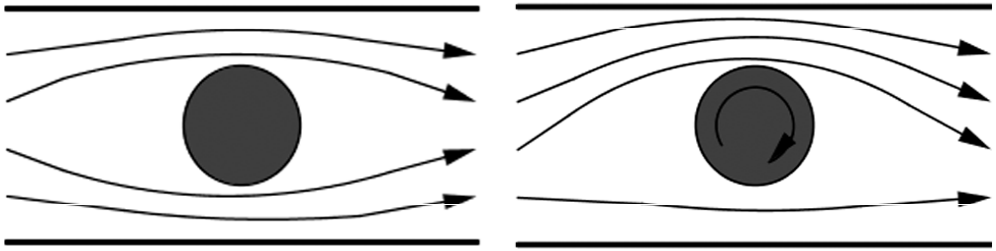


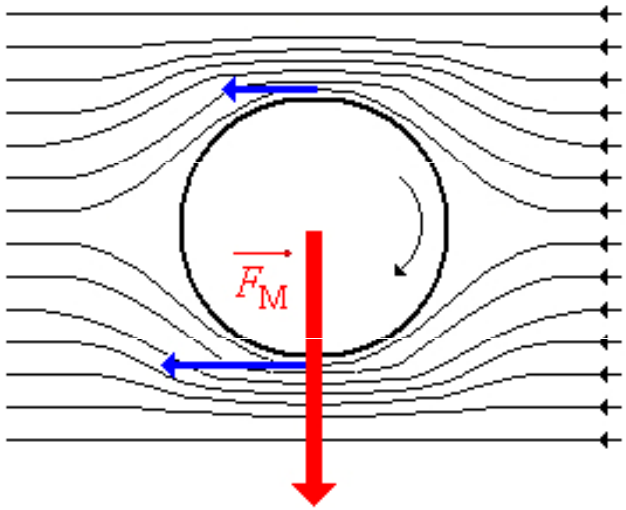




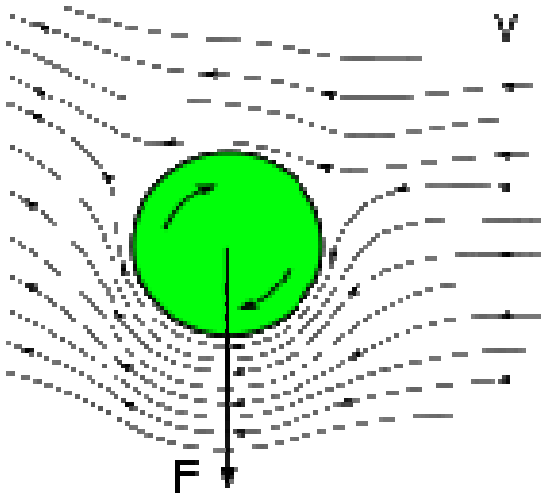
Magnusův jev

Magnusův jev je vznik boční síly při obtékání rotujícího tělesa proudícím plynem nebo kapalinou. V důsledku vnitřního tření vzniká mezi pohybujícím se tělesem a proudící tekutinou tzv. **mezní vrstva vzduchu**. Ta těleso na jedné straně (horní) urychluje, na druhé (spodní) je naopak brzdí. V místě, kde obtéká tekutina těleso vyšší rychlosti, vzniká (ve shodě s Bernoulliho rovnicí) podtlak vzhledem k místu, kde je velikost rychlostí obtékající tekutiny menší.





Jev je významný zvláště ve vnější balistice.

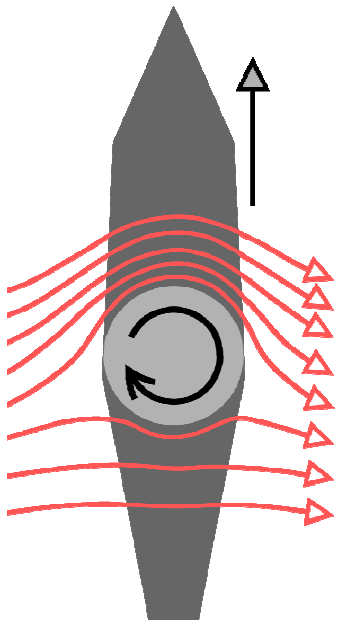


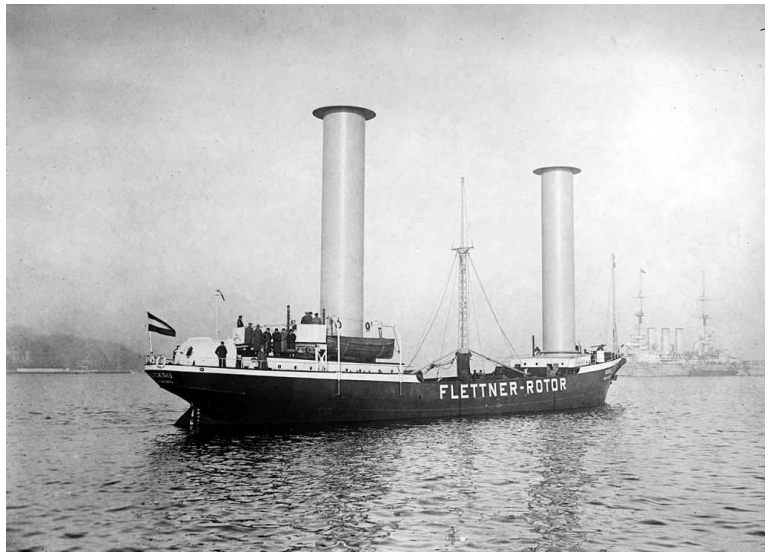
Na tomto jevu je založeno fungování **Flettnerova rotoru**.

Flettnerův rotor

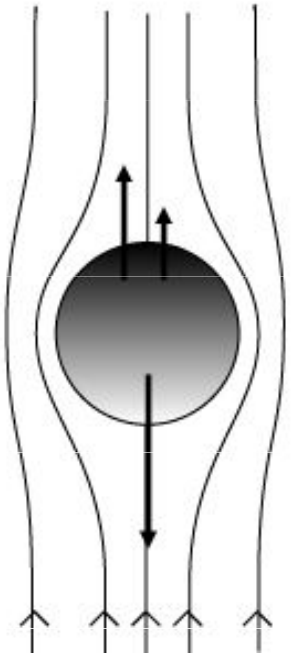
Flettnerův rotor je rotující válec využívající Magnusův jev. Magnusův jev spočívá v rozdílném tlaku proudícího plynu na protilehlých stranách rotujícího tělesa. Boční vítr, který obtéká rotující Flettnerovy válce, vytváří při správném směru otáčení podtlak na přední straně válce, díky čemuž se loď pohybuje dopředu.

Výhodou tudíž má být jednoduchost ovládání oproti plachtám, a zároveň využití menších motorů k rotaci válců, než by bylo třeba k samotnému pohonu lodi lodním šroubem.





Stokesův zákon a sedimentace



Při sedimentaci je částice vystavena působení **tíhové síly**

$$F_g = m.g = V.\rho_p.g$$

kde m = hmotnost částice, ρ_p = hustota částice

a **vztlakové síly** podle Archimédova zákona

$$F_{vz} = V.\rho_r.g$$

kde ρ_r = hustota kapaliny

Když je hustota částice větší, než hustota kapaliny, částice začne klesat.

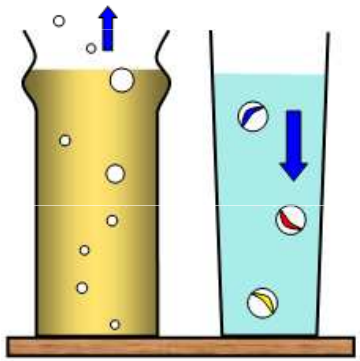
Proti jejímu pohybu působí **odporová síla**, daná **Stokesovým vztahem**:

$$F_o = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

kde r = poloměr částice, η = dynamická viskozita prostředí, v = rychlost částice.

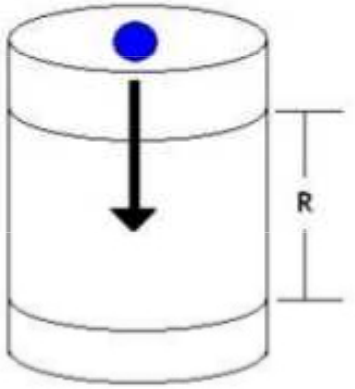
Odtud pro **rychlost sedimentace**:

$$v = \frac{2(\rho_p - \rho_r) r^2 g}{9\eta}$$



Höpplerův kuličkový viskozimetr

Viskozimetr s kalibrovanou kuličkou padající ve skleněném temperovaném válci mezi dvěma ryskami. Měří se pádová doba ve skleněném temperovaném válci, který je odkloněn o 10° od vertikálního směru. Viskozimetr může být použit jen pro průhledné newtonské kapaliny.



$$\eta = \frac{2}{9}\frac{r^2 \cdot g \cdot (\rho_k - \rho)}{u}$$

$$\frac{\eta}{\eta_{ref}} = \frac{u_{ref}}{u} \cdot \frac{(\rho_k - \rho)}{(\rho_k - \rho_{ref})} = \frac{\tau}{\tau'} \cdot \frac{(\rho_k - \rho)}{(\rho_k - \rho_{ref})}$$

ρ_k je hustota kuličky, ρ a ρ_{ref} hustoty měřené a srovnávací kapaliny, u a u_{ref} rychlosti pádu kuličky, τ a τ_{ref} doby průchodu kuličky mezi dvěma ryskami A a B, je-li trubice naplněna měřenou a standardní kapalinou.

Odpor prostředí

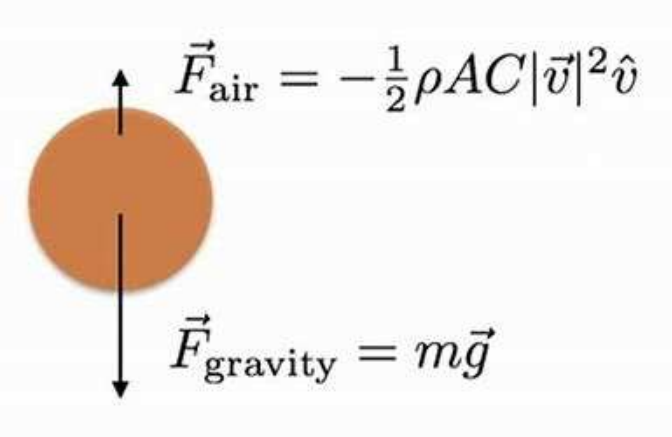
Odpor prostředí je soubor všech sil, kterými plyn nebo kapalina působí proti pohybu těles v něm. Odpor je způsoben třením, které vzniká při kontaktu tělesa a prostředí. Protože pohyb je relativní, je jedno, zda se těleso pohybuje v nehybném plynu či kapalině, nebo jestli je těleso v klidu a kolem něj proudí plyn nebo kapalina (obtékání těles). Rozhodující je **relativní rychlost** mezi tělesem a tekutinou.

Odporová síla působí vždy proti směru relativního pohybu, tzn. těleso pohybující se v nehybné tekutině je zpomalováno, zatímco nehybné těleso v pohybující se tekutině je tekutinou urychlováno. Při nízkých rychlostech je odporová síla relativně malá a je považována za přímo úměrnou rychlosti pohybu. Při vyšších rychlostech však odporová síla vzrůstá s druhou mocninou rychlosti. Velikost odporové síly vyjádřit tzv. **Newtonovým zákonem odporu**

$$F = \frac{1}{2} C_x S \rho v^2$$

kde S je velikost čelní plochy v průřezu, ρ je hustotě okolního prostředí, v je rychlost tělesa.

K zobecněnému popisu tvaru tělesa slouží tzv. *součinitel odporu* C_x, zohledňující tvar a kvalitu povrchu tělesa.



Příklad

Jaký poloměr má skleněná kulička (ρ_S = 2500 kg.m^{-3}), pokud padá ve vodě (ρ = 1000 kg.m^{-3}) konstantní rychlostí v = 2 m.s^{-1}. C = 0,48

ρ_S = 2500 kg.m^{-3}
ρ = 1000 kg.m^{-3}
v = 2 m.s^{-1}
C = 0,48

$$F_g = F$$

$$m.g = \frac{1}{2} \cdot C.S.\rho.v^2$$

$$V.\rho_S.g = \frac{1}{2} \cdot C.\pi.r^2.\rho.v^2$$

$$\frac{4}{3} \cdot \pi.r^3.\rho_S.g = \frac{1}{2} \cdot C.\pi.r^2.\rho.v^2 \;/ : \pi.r^2$$

$$\frac{4}{3} \cdot r.\rho_S.g = \frac{1}{2} \cdot C.\rho.v^2$$

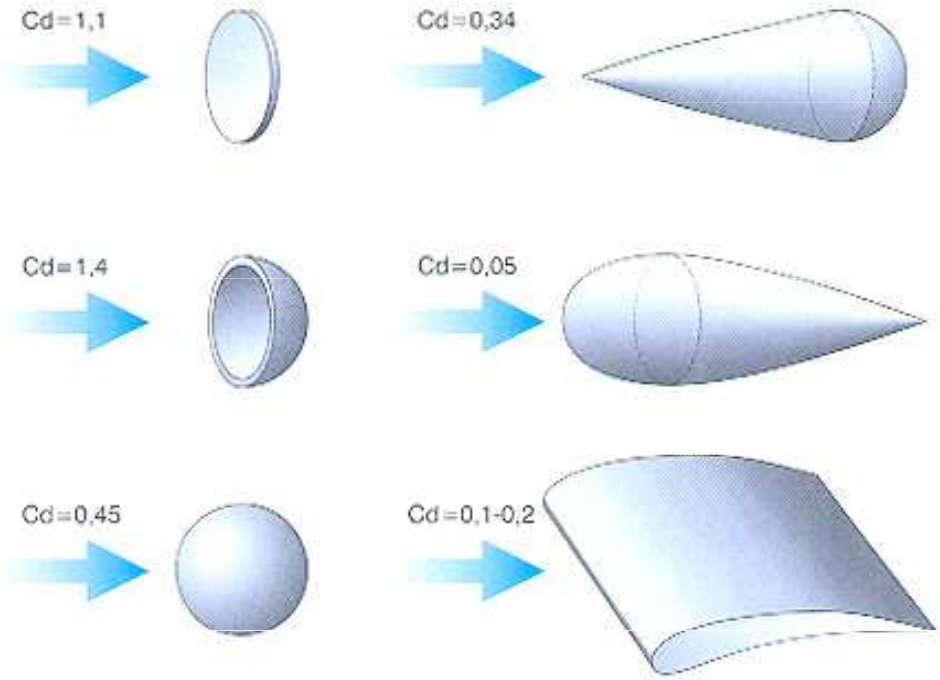
$$8.r.\rho_S.g = 3.C.\rho.v^2$$

$$r = \frac{3.C.\rho.v^2}{8.\rho_S.g}$$

$$r = \frac{3.0{,}48.1000 kg.m^{-3}\left(2 m.s^{-1}\right)^2}{8.2500 kg.m^{-3}.10 m.s^{-2}} = 0{,}0288 m = 2{,}88 cm$$

$$r = 2{,}88 cm$$

Součinitel odporu C_x se v zahraniční literatuře se také označuje jako **drag coefficient** C_d.

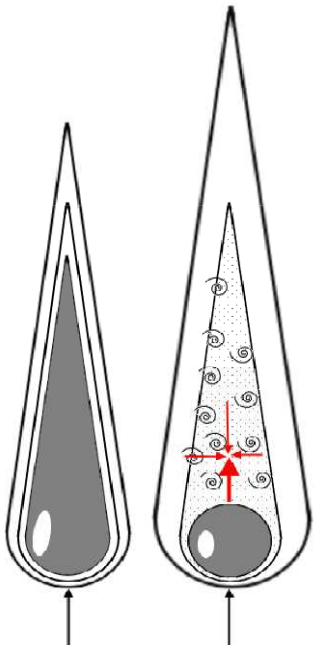


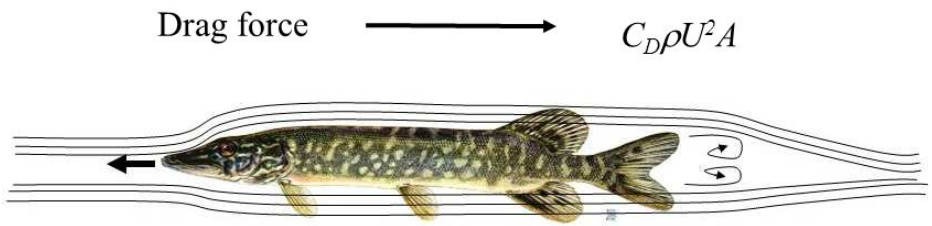
Příklad

Koule při pohybu rozráží okolní vzduch, ale za ní zůstává prostor z nižším tlakem, který se snaží kapalina (plyn) vyplnit ze všech směrů, kde se nachází vyšší tlak.

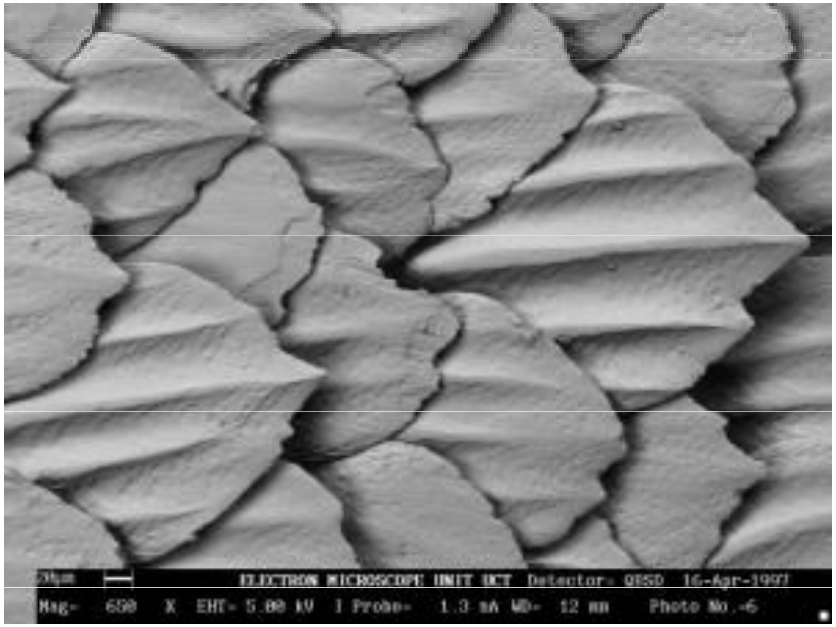
Tento podtlak (přetlak okolí) ale působí i na kouli a nasává (tlačí) jí zpět do kapsy podtlaku za ní - dramaticky ji zpomaluje.

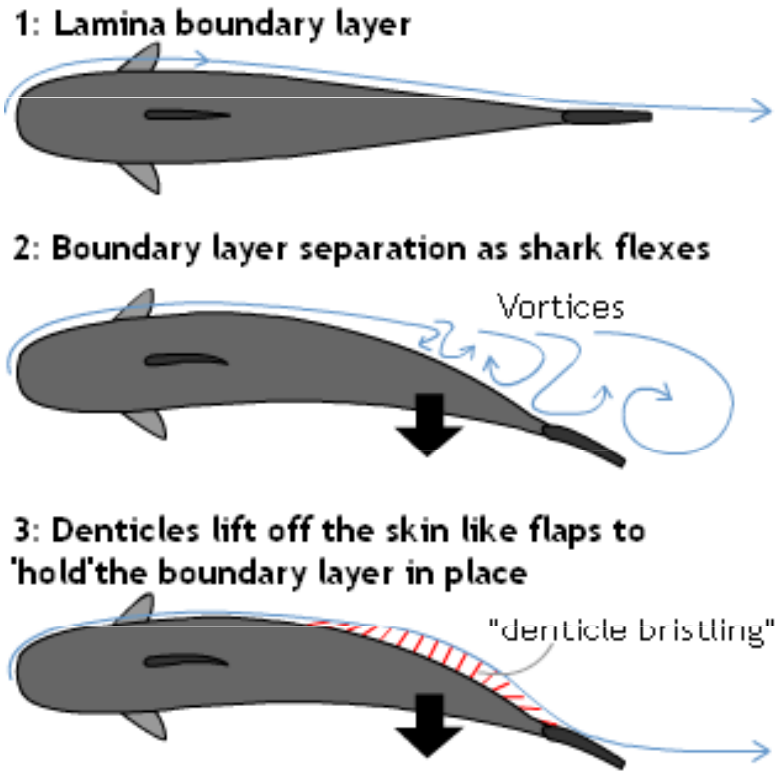
Těleso kapkovitého tvaru však místo, kde by se vytvořil prostor s nižším tlakem, vyplní vlastním tvarem (tělem) a tím nedochází k jeho brždění - tahu zpět - (záleží také na dokonalosti tvaru a rychlosti pohybu tělesa plynem)

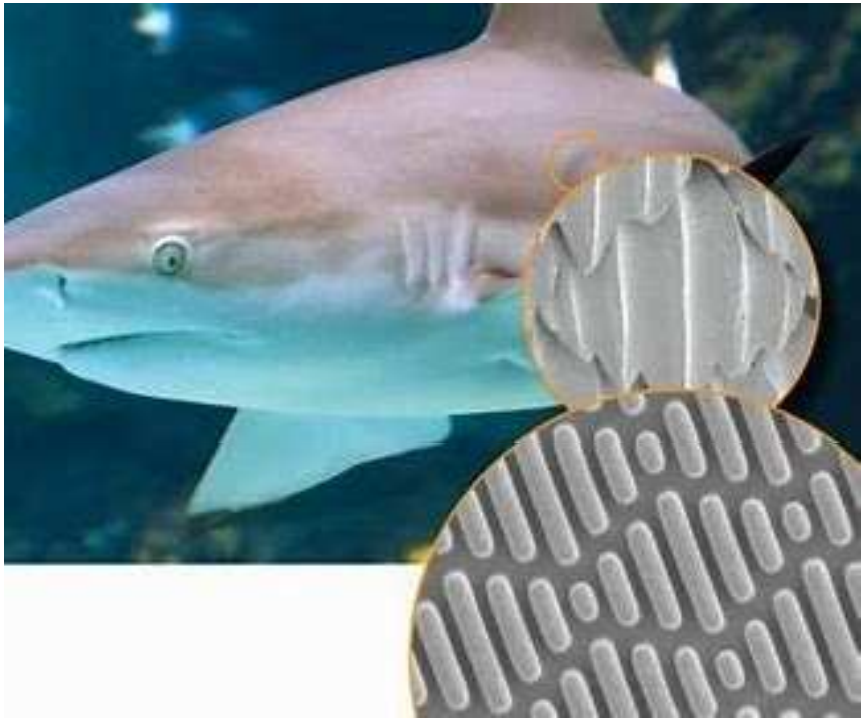




Kůže **žraloků** není hladká, ale má rýhy ve směru proudění – to způsobuje zmenšení proudového odporu.

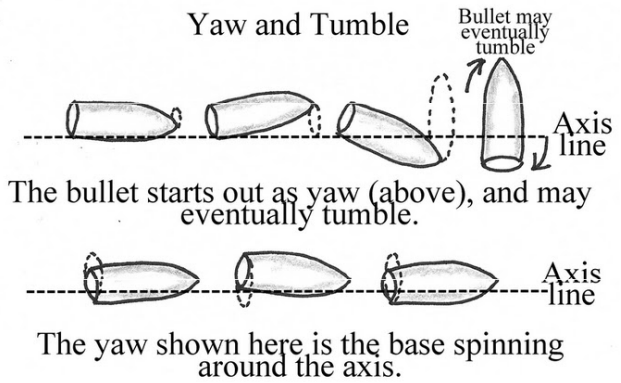


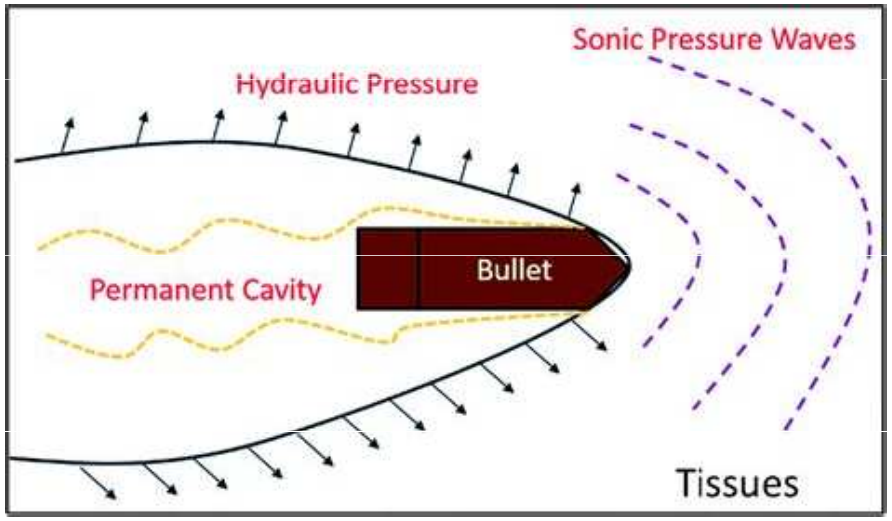




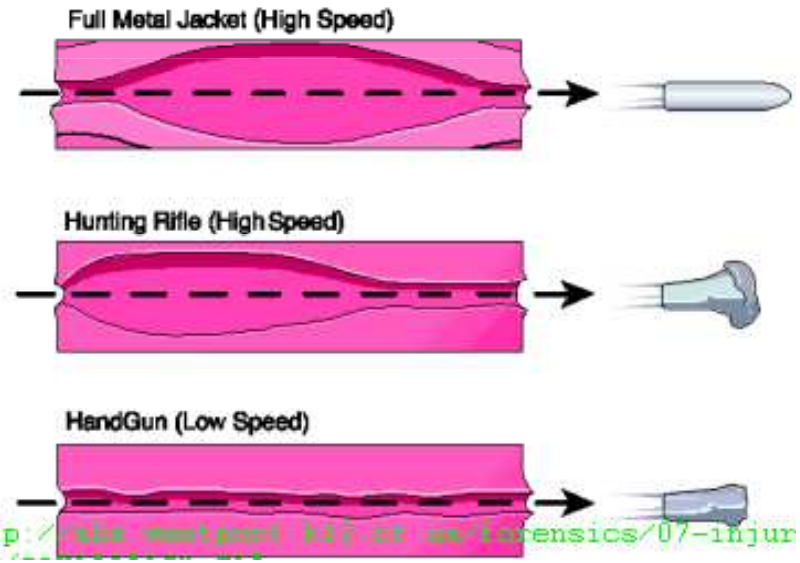
Střelná poranění

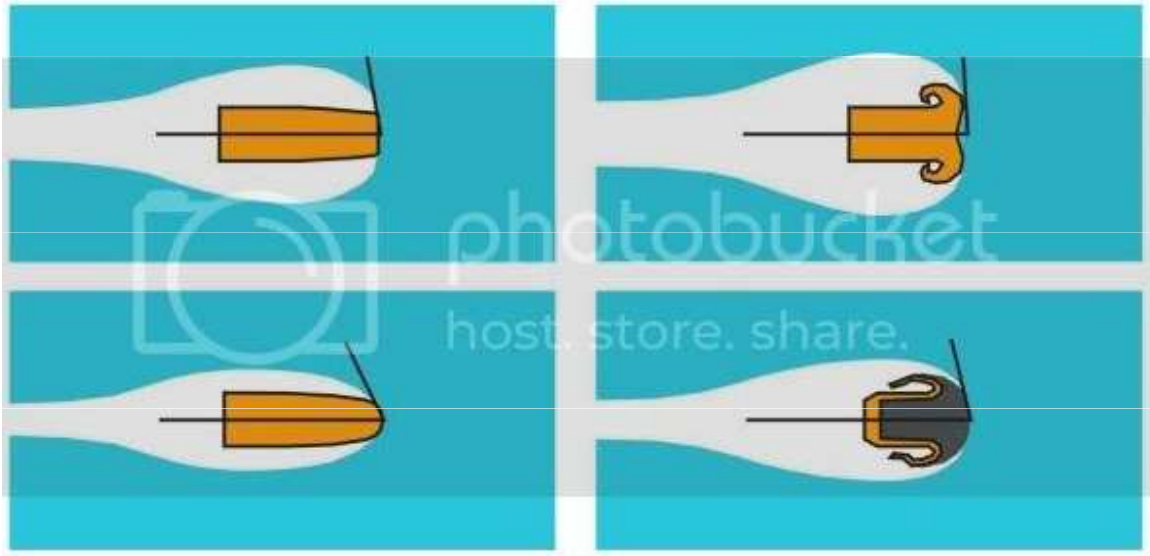
Měkká tkáň zasažena střelou se deformuje. Tkáň tlačí zpět rychle letící střelu a může způsobit i její rotaci. Energie přenesená na měkkou tkáň způsobuje poškození. Toto poškození se nazývá kavitace a je větší než velikost samotné střely.





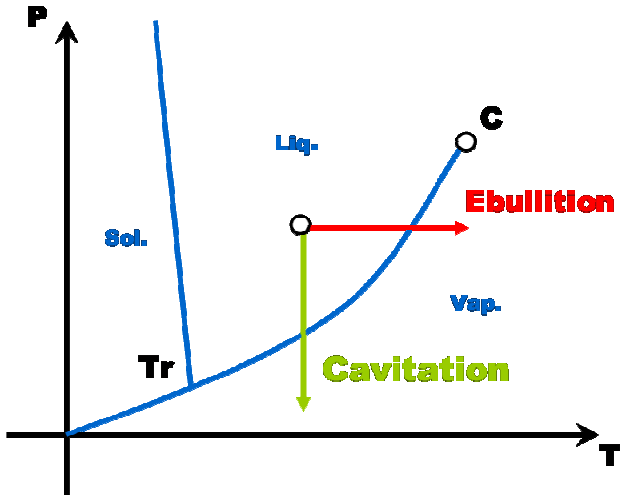
$KE = 1/2\ MV^2$

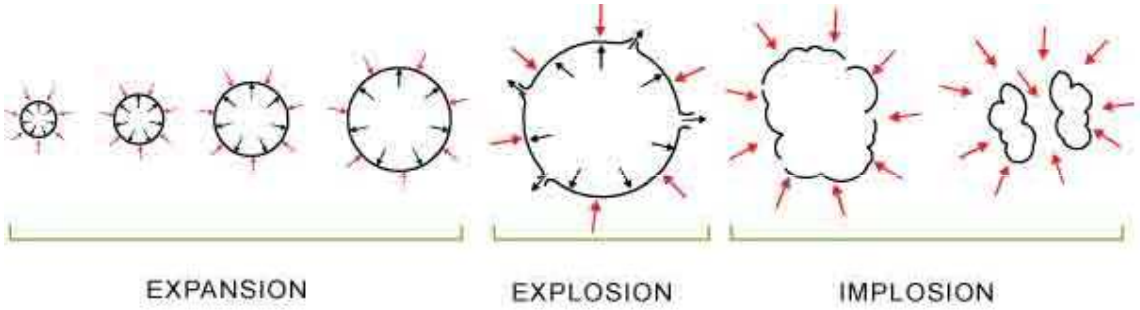




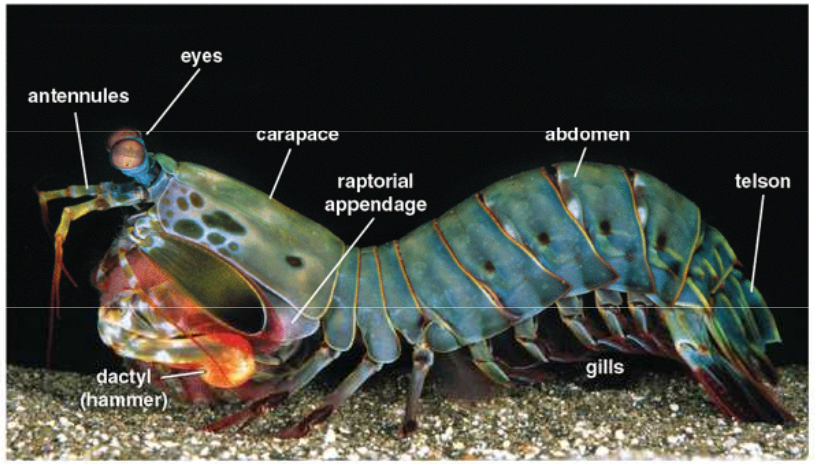
Kavitace

Kavitace je vznik dutin v kapalině při lokálním poklesu tlaku, následovaný jejich implozí. Pokles tlaku může být důsledkem lokálního zvýšení rychlosti (hydrodynamická kavitace), případně průchodu intenzivní akustické vlny v periodách zředění (akustická kavitace). Kavitace je zpočátku vyplněna vakuem, později se vyplní párou okolní kapaliny nebo do ní mohou difundovat plyny z okolní kapaliny. Při vymizení podtlaku, který kavitaci vytvořil, její bublina kolabuje za vzniku rázové vlny s destruktivním účinkem na okolní materiál.

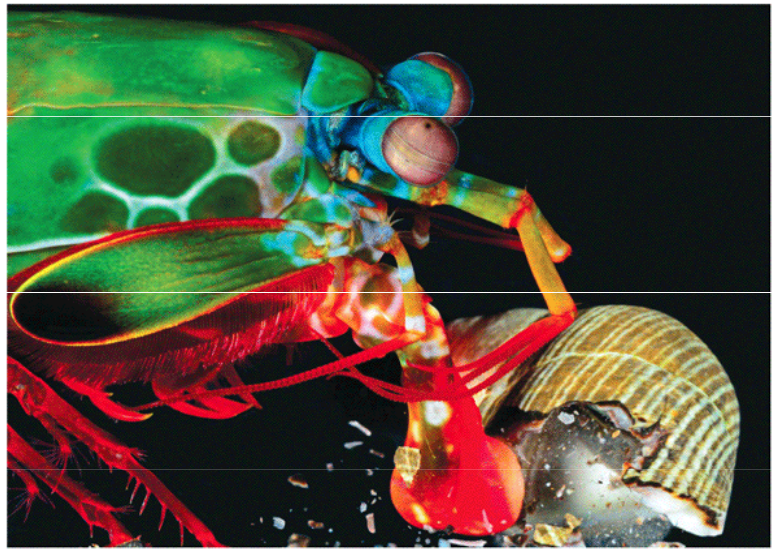




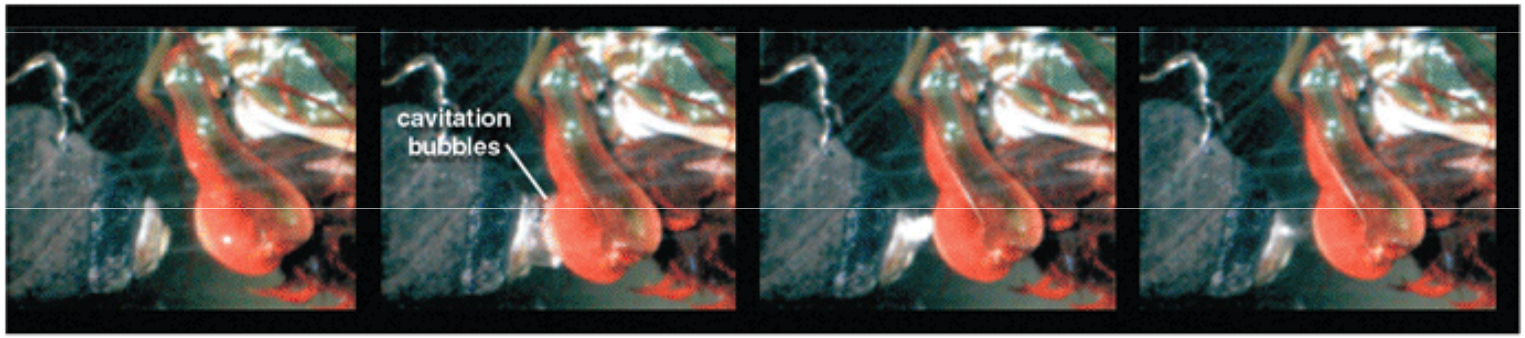
Strašek paví (*Odontodactylus scyllarus*) je velký korýš obývající oblast Tichého a Indického oceánu od ostrova Guam až po východní pobřeží Afriky, kde vyhledává písčité či bahnité dno. Jde o denního i nočního dravce dorůstajícího 3 - 18 cm.



Kladivovitý útvar v dolní části hlavy dokáže vyvinout velké zrychlení (cca 100 000 $m.s^{-2}$) a dosáhnout rychlosti přes 31 $m.s^{-2}$. V okamžiku provede až 100 úderů, kterými rozbije schránky měkkýšů.



Straškové jsou poměrně agresivní, dokážou usmrtit i podstatně větší živočichy a nebo rozbít stěnu akvária.



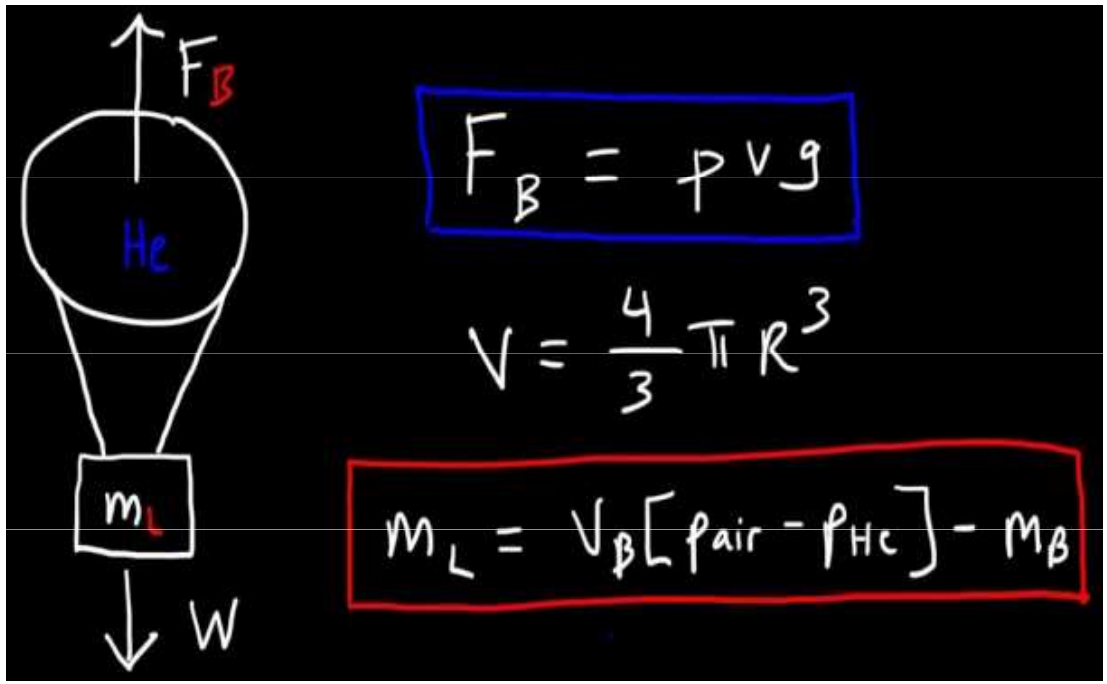
Aerostatická vztlaková síla

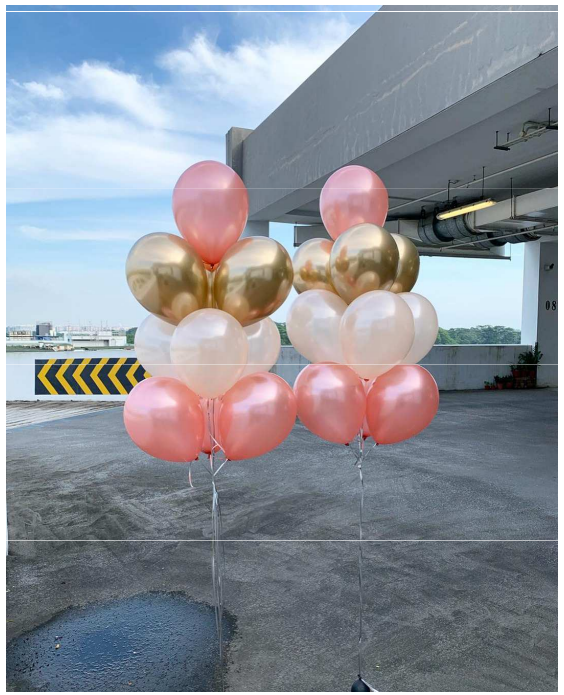
= obdoba hydrostatické vztlakové síly v plynech.

Platí **Archimedův zákon**.

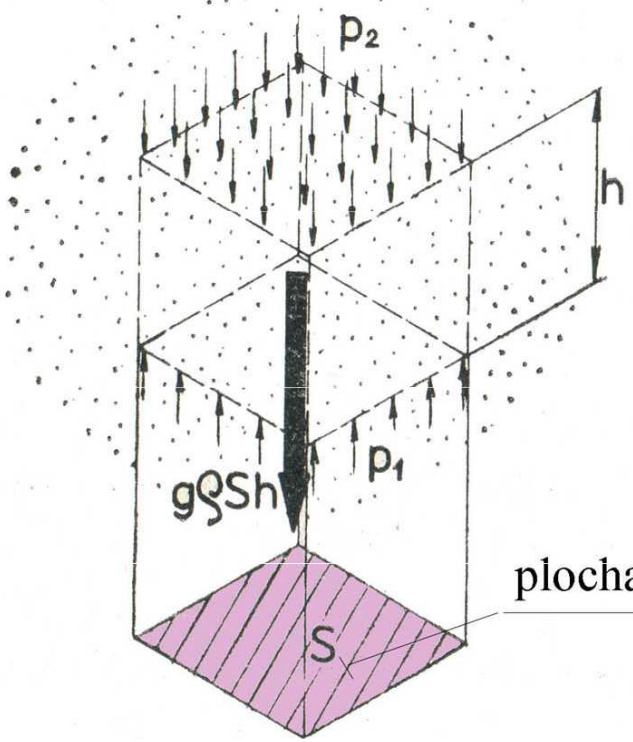
$$F_{vz} = V \rho g$$

Na tomto principu létají stroje lehčí než vzduch (tzv. aerostaty), např. balony či vzducholodě.





Archimedův zákon pro tělesa ponořená do tekutiny



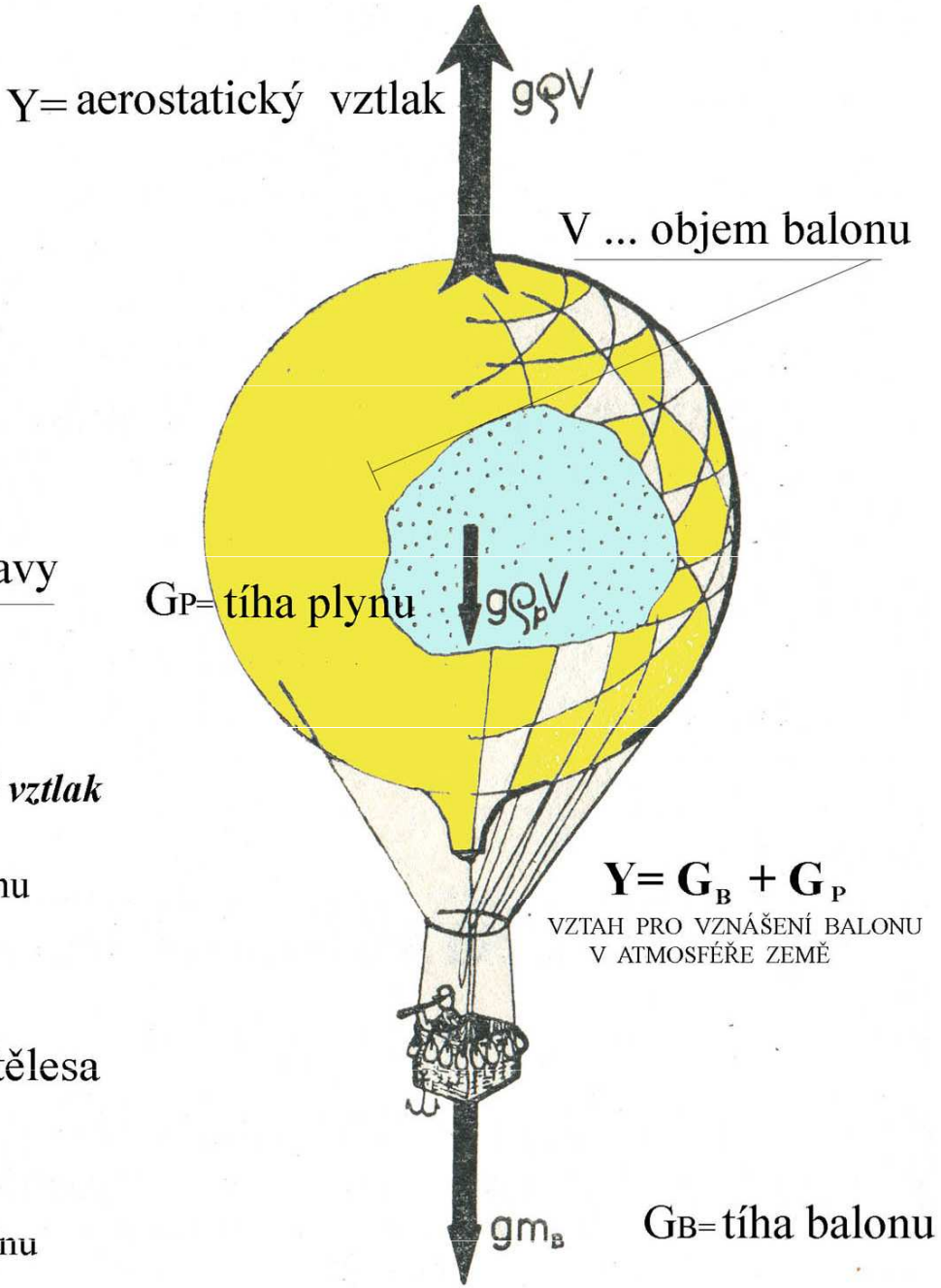
plocha podstavy

$Y = (p_1 - p_2)S$ ...,*aerostatický vztlak*

p_2 ..... tlak na horní stěnu tělesa

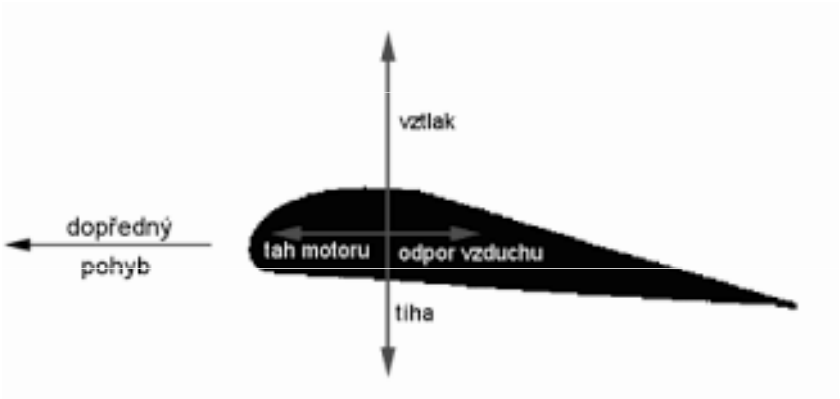
V...objem tělesa

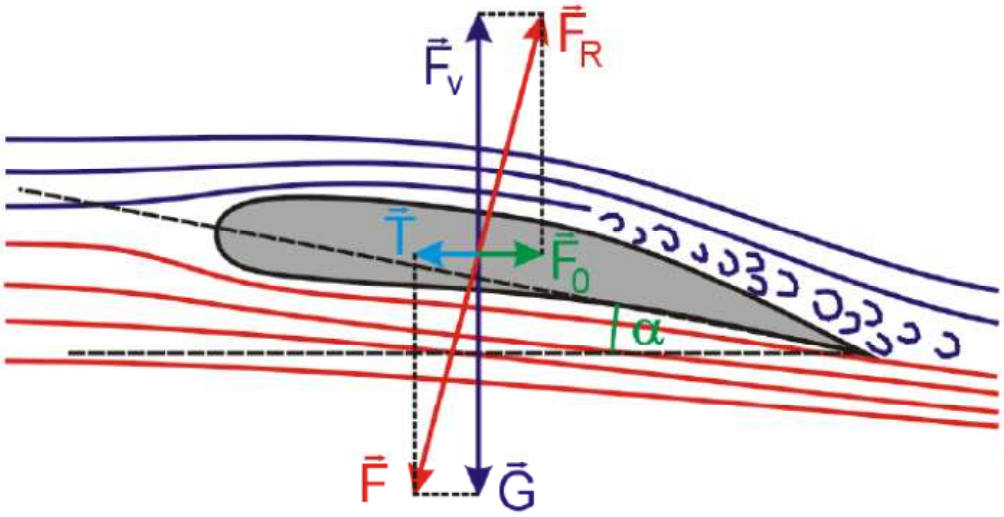
p_1 ..... tlak na dolní stěnu tělesa



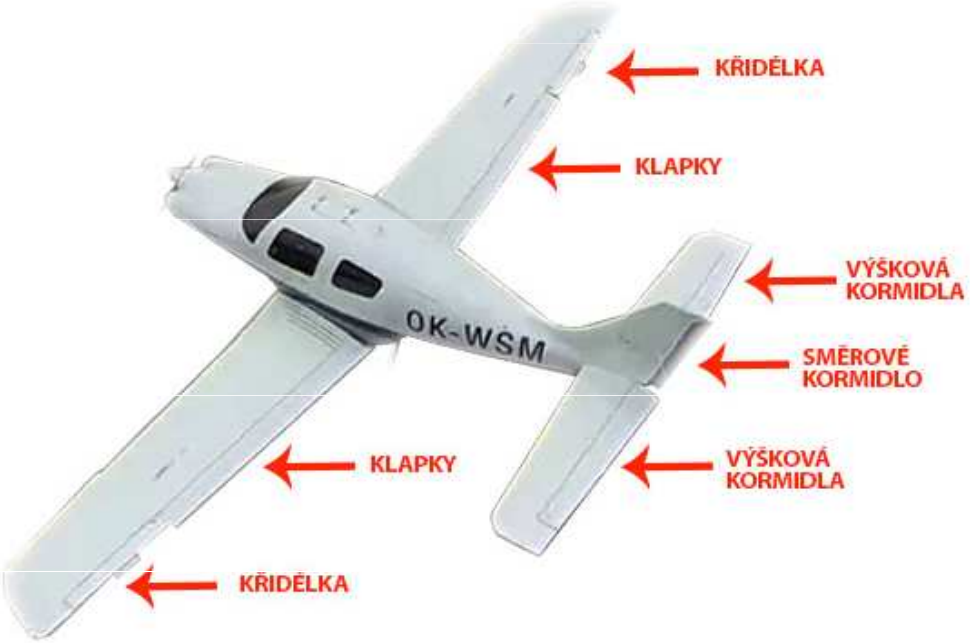
Aerodynamická síla

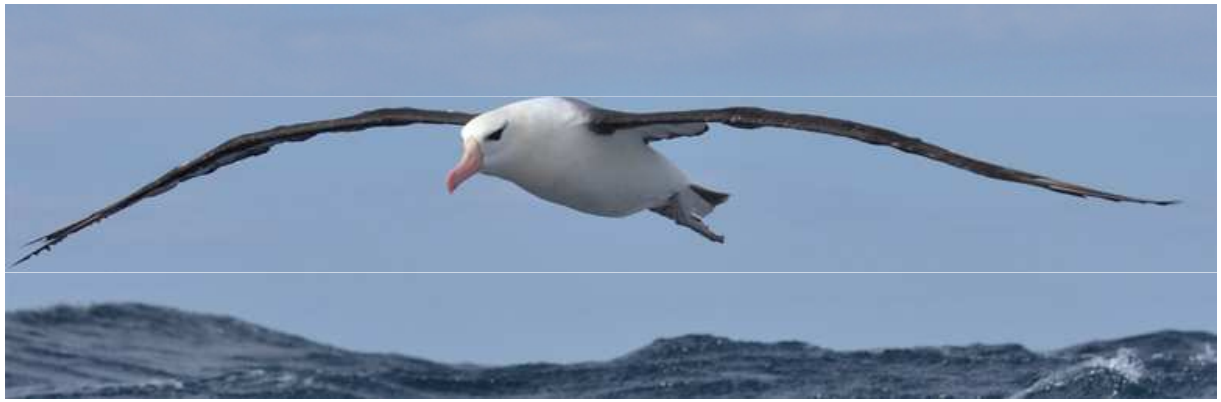
Aerodynamická síla je výslednice aerodynamických sil vznikajících při obtékání tělesa vzduchem.

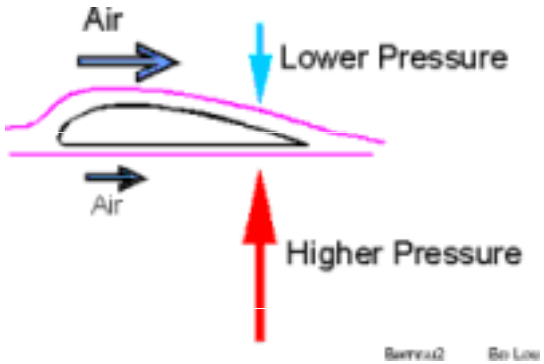
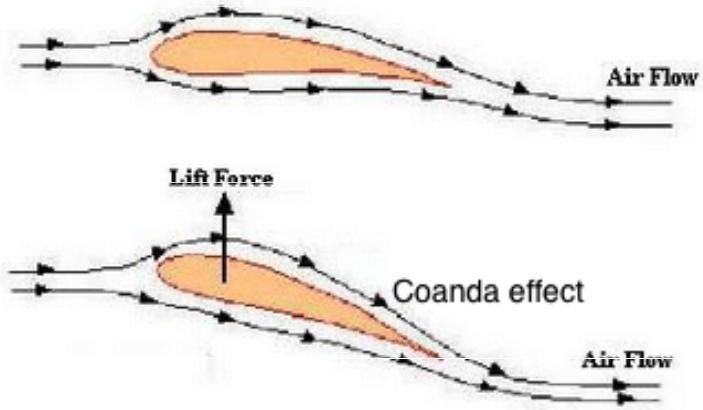
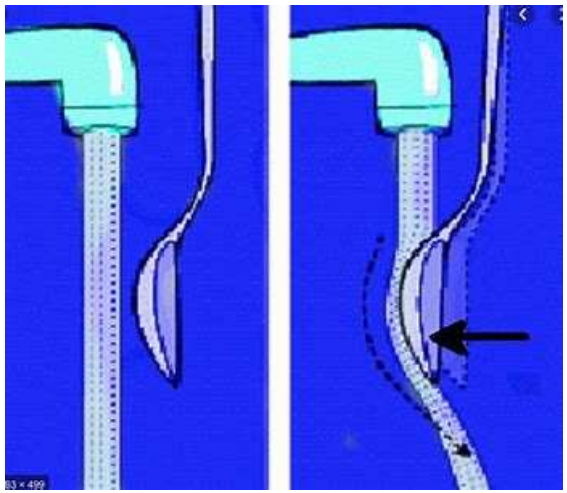




Kromě **vztlakové síly *Fv***, která působí proti **tíhové síle *G*** a udržuje letící těleso ve vzduchu. **Celková reakční síla F_R působící na křídlo** je při rovnoměrném letu kompenzována **výslednicí *F*** tíhy letadla G a **tažné síly *T* motoru** přenesené na křídlo (proti ní působí **odporová síla F_o prostředí**). **Vztlaková síla F_v závisí na tvaru křídla** a též na **úhlu náběhu *α***, který je znázorněn na předchozím obrázku. **Vztlaková síla je kladná (míří vzhůru)** od mírně záporných hodnot úhlu α a svého maxima dosahuje v okolí α = 15°.


KŘIDÉLKA
KLAPKY
VÝŠKOVÁ KORMIDLA
SMĚROVÉ KORMIDLO
VÝŠKOVÁ KORMIDLA
KLAPKY
KŘIDÉLKA
OK-WSM



Coandův efekt

Coandův efekt je tendence proudu tekutiny (např. plynu nebo kapaliny) „přidržovat se“ konvexního povrchu. Jevu lze využít např. při konstrukci letadel.