Kinematika

Rovnoměrný přímočarý pohyb

Za 6 sekund po blesku jsme uslyšeli začátek hřmění. Jak daleko od nás uhodil blesk? Rychlost zvuku ve vzduchu je přibližně 330 $m.s^{-1}$.

$v = 330\ m.s^{-1}$

$t = 6\ s$ $\quad s = v \cdot t = 330 \cdot 6\ m = 1980\ m = \underline{1.98\ km}$

Chodec ujde za 1 minutu 140 kroků po 0,8 m. Jakou má chodec rychlost (v $m.s^{-1}$) a kolik kilometrů ujde za hodinu?

$s = 140 \cdot 0{,}8 = 112\ m$

$t = 60\ s$

$v = s / t = 112 / 60\ m.s^{-1} = \underline{1{,}87\ m.s^{-1}} = 1{,}87 \cdot 3{,}6\ km.h^{-1} = \underline{6{,}73\ km.h^{-1}}$

Za jakou dobu projede vlak tunelem, jestliže se pohybuje rychlostí o velikosti 54 $km.h^{-1}$? Délka vlaku je 350 m a délka tunelu 1450 m.

$v = 54\ km.h^{-1} = 15\ m.s^{-1}$

$d_t = 1450\ m$

$d_v = 350\ m$

$s = d_t + d_v = 1450 + 350 = 1800\ m$

$t = s/v = 120\ s = \underline{2\ min}$

Traktor a motocykl vyjedou současně proti sobě po přímé silnici. Počáteční vzdálenost vozidel je 6 km, traktor jede rychlostí 10 $m.s^{-1}$, motocykl rychlostí 20 $m.s^{-1}$. Za jakou dobu od startu a v jaké vzdálenosti od počáteční polohy traktoru se obě vozidla míjejí?

$v_t = 10\ m.s^{-1}$
$v_m = 20\ m.s^{-1}$
$s_0 = 6\ km = 6000\ m$
$s = v_t.t = s_0 - v_m.t = 0$
$t = s_0/(v_t + v_m) = 6000/(10 + 20) = \underline{200\ s}$
$st = v_t.t = 10.\ 200 = 2000\ m = \underline{2\ km}$

Křižovatkou projel traktor rychlostí 36 $km.h^{-1}$. Za 10 minut projel křižovatkou týmž směrem osobní automobil rychlostí 54 $km.h^{-1}$. Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti od křižovatky dohoní osobní automobil traktor? Obě vozidla se pohybují rovnoměrně.

[30 min od průjezdu traktoru, 20 min od průjezdu osobního auta, 18 km od křižovatky]

Autobus vyjede z místa vzdáleného 54 km průměrnou rychlostí 15 $m.s^{-1}$. Za 15 minut po odjezdu autobusu vyjede za ním z téhož místa automobil. Jakou průměrnou rychlostí musí jet automobil, aby dosáhl cíle současně s autobusem?

[20 $m.s^{-1}$]

V jaké nejmenší vzdálenosti od přechodu musí být automobil, který přijíždí stálou rychlostí 60 $km.h^{-1}$, abychom bezpečně přešli ulici, potřebujeme-li na přecházení dobu 9 s?

[cca 150 m]

Kombajn poseče za hodinu pole o rozloze 0,72 ha. Jak velkou rychlostí se pohybuje, seče-li pás široký 2 m?

[1 $m.s^{-1}$]

Doutnákem se šíří plamen rychlostí velikosti 3,2 $m.min^{-1}$. Vypočítejte potřebnou délku doutnáku, abyste se po jeho zapálení měli čas přemístit do bezpečné vzdálenosti 300 m, je-li rychlost vaší chůze 6 $m.s^{-1}$.

[cca 2,7 m]

Rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb

Zdeněk sjel na saních za 10 s svah dlouhý 40 m a pak ještě pokračoval po zasněžené vodorovné louce 20 m až do úplného zastavení. Určete velikost zrychlení na svahu, velikost rychlosti na konci svahu, celkovou dobu pohybu a průměrnou rychlost po celé trajektorii.

$s_1 = 40$ m
$t_1 = 10$ s
$s_2 = 20$ m
$a_1 = ?$
$v_1 = ?$
$t = ?$
$v_p = ?$

$s_1 = ½.a_1.t_1^2$ odtud $a_1 = 2.s_1/t_1^2 = 2.40/10^2 = \underline{0{,}8\ m.s^{-2}}$
$v_1 = a_1.t_1 = 2.s_1/t_1 = 2.40/10 = \underline{8\ m.s^{-1}}$

$v_2 = v_1 – a_2.t_2 = 0$ odtud $t_2 = v_1/a_2$
$s_2 = v_1.t_2 - ½.a_2.t_2^2$ odtud $a_2 = v_1^2/2.s_2$
$t_2 = v_1/a_2 = 2.s_2/v_1 = s_2/s_1 \,.\, t_1$
$t = t_1 + s_2/s_1 \,.\, t_1 = t_1 \,.\, (1 + s_2/s_1) = 10 \,.\, (1 + 20/40) = \underline{15\ s}$
$v_s = (s_2 + s_1)/\ t = (20 + 40)/\ 15 = \underline{4\ m.s^{-1}}$

Určete podle obrázku:

a) druh pohybu od nulté do čtvrté sekundy,
b) druh pohybu od čtvrté do šesté sekundy,
c) druh pohybu od šesté do osmé sekundy,
d) rychlost v páté sekundě,
e) dráhu, kterou těleso urazí od čtvrté do šesté sekundy,
f) zrychlení ve třetí sekundě,
g) dráhu, kterou těleso urazí během prvních dvou sekund,
h) dráhu, kterou urazí od druhé do čtvrté sekundy,
i) pohyb, kterým se pohybuje od šesté do osmé sekundy,
j) zpomalení pohybu od šesté do osmé sekundy,
k) dráhu, kterou urazí od šesté do osmé sekundy.

Vůz má v jistém místě své dráhy rychlost 60 $km.h^{-1}$ a o 100 m dále rychlost 40 $km.h^{-1}$. Jaké je jeho zpoždění?

$v_0 = 60\ km.h^{-1} = 16{,}67\ m.s^{-1}$
$v = 40\ km.h^{-1} = 11{,}11\ m.s^{-1}$
$s = 100\ m$
$a = ?$

$v = v_0 + a.t$
$t = (v - v_0)/a$
$s = v_0.(v - v_0)/a + ½.a.((v - v_0)/a)^2 = (v_0.v - v_0^2)/a + (½.v^2 - v.v_0 + ½.v_0^2)/a =$
$= ½.(v^2 - v_0^2)/a = (v^2 - v_0^2)/2.a$
$a = (v^2 - v_0^2)/2.s = (11{,}11^2 - 16{,}67^2)/2.100 = \underline{0{,}78\ m.s^{-2}}$

Motocykl jede rovnoměrně zrychleně a během 10 s zvýší rychlost z 6 $m.s^{-1}$ na 16 $m.s^{-1}$. Určete velikost zrychlení motocyklu a dráhu, kterou za danou dobu urazí.

[1 $m.s^{-1}$, 110 m]

Hlaveň pušky má délku 60 cm. Střela proběhne hlavní za dobu 0,002 s. Vypočítejte průměrné zrychlení střely a velikost rychlosti střely v okamžiku opuštění hlavně.

[3.10^5 m.s^{-2}, 600 m.s^{-1}]

Rychlík jedoucí rychlostí 120 km.h^{-1} brzdí se záporným zrychlením -0.3 m.s^{-2}. V jaké vzdálenosti před stanicí začne rovnoměrně brzdit, má-li se ve stanici zastavit?

[1,85 km]

Nákladní výtah dopravuje materiál do výše 12,0 m. Rozjíždí se se stálým zrychlením 0,90 m.s^{-2}. Potom se pohybuje rovnoměrně rychlostí 2,0 m.s^{-1}. Zbytek dráhy 2,5 m před zastavením se pohybuje rovnoměrně zpomaleným pohybem. Na jak dlouhé dráze koná výtah pohyb rovnoměrně zrychlený? Jak dlouho se výtah pohybuje rovnoměrně? Určete velikost záporného zrychlení. Určete dobu výstupu.

[2,2 m, 3,6 s, -0,8 m.s^{-2}, 2,2 s, 8,3 s]

Rovnoměrný pohyb po kružnici

Vrtule letadla se otáčí úhlovou rychlostí 220 s^{-1}. Jak velkou rychlostí *v* se pohybují body na koncích vrtule, jejichž vzdálenost od osy otáčení je 160 cm? Jakou dráhu *s* uletí letadlo během jedné otáčky vrtule, letí-li rychlostí 600 $km.h^{-1}$?

$\omega = 220\ s^{-1}$

$r = 160\ cm = 1{,}60\ m$

$v = ?$

$v_2 = 600\ km.h^{-1} = 166{,}67\ m.s^{-1}$

$s_2 = ?$

$v = \omega \cdot r = 220 \cdot 1{,}6 = \underline{352\ m.s^{-1}}$

$\omega = 2.\pi.f$ odtud $f = \omega/2.\pi$

$s_2 = v_2.t = v_2/f = 2.\pi.v_2/\omega = \underline{4.76\ m}$

Lokomotiva jedoucí rychlostí 20 $m.s^{-1}$ má hnací kola poloměru 0,85 m. Kolikrát se kolo otočí za 1 minutu?

[225 otáček]

Automobil projíždí zatáčkou o poloměru 200 m rychlostí o stálé velikosti 72 $km.h^{-1}$. Jak velká je úhlová rychlost jeho pohybu? Jak velké má automobil zrychlení?

[0,1 $rad.s^{-1}$, 2 $m.s^{-2}$]

Sušička na prádlo vykonává maximálně 1400 $ot.min^{-1}$. Za jak dlouho klesne frekvence otáčení na polovinu, pohybuje-li se sušička s konstantním úhlovým zpomalením $1,5 s^{-2}$. Kolik otáček při tom vykoná?

$f_0 = 1400\ ot.min^{-1} = 23,3\ ot.s^{-1}$
$f = f_0/2 = 700\ ot.min^{-1} = 11,7\ ot.s^{-1}$
$\varepsilon = -1,5\ s^{-2}$
$t = ?$
$n = ?$

$\omega = \omega_0 + \varepsilon.t = 2.\pi.f$
$t = (\omega - \omega_0)/\varepsilon = 2.\pi.(f - f_0)/\varepsilon$
$= 2.\pi.(11,67 - 23,33)/-1,5 = \underline{48,8\ s}$

$n = \varphi /2.\pi$
$\varphi = \omega_0.t + ½.\varepsilon.t^2$
$n = \varphi /2.\pi = (\omega_0.t + ½.\varepsilon.t^2)/2.\pi$
$n = (2.\pi.f_0.t + ½.\varepsilon.t^2)/2.\pi$
$n = (2.\pi.23,3.48,8 + ½.-1,5.\ 48,8^2)/2.\pi = \underline{854}$

Ventilátor rotující 5krát za sekundu se po vypnutí proudu zastaví za 5 s. Určete úhlové zrychlení a počet otáček do zastavení.

[$2\pi\ s^{-2}$, 12,5]

Mixér má 14000 otáček za minutu. Po vypnutí se zastaví za 3 s. Kolik otáček vykoná do zastavení?

[350 otáček]

Skládání pohybů

Motorová loďka plující po řece urazila vzdálenost 150 m při plavbě po proudu za 15 s, při plavbě proti proudu za dobu 25 s. Určete rychlost loďky vzhledem k vodě a rychlost proudu v řece. Předpokládejte, že rychlosti jsou konstantní.

$v = s/t$

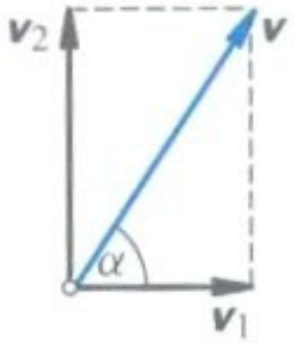
loďka pluje po proudu
t = 15 s, v=rychlost loďky + rychlost proudu

loďka pluje proti proudu
t = 25 s, v=rychlost loďky - rychlost proudu

z toho dvě rovnice o dvou neznámých.

Loďka pluje po hladině řeky od jednoho břehu k druhému, přičemž její příď směřuje kolmo k proudu. Voda v řece teče rychlostí o velikosti 2,2 $m.s^{-1}$, rychlost loďky vzhledem k vodě má velikost 4,6 $m.s^{-1}$. Vypočtěte velikost rychlosti loďky vzhledem k břehům řeky a určete úhel, který tyto rychlost svírá se směrem proudu.

$v_1 = 2,2 \ m \cdot s^{-1}$
$v_2 = 4,6 \ m \cdot s^{-1}$
$v = ?$
$\alpha = ?$



$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$
$$v = \sqrt{2,2^2 + 4,6^2}$$
$$\mathbf{v = 5,1 \ m/s}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1}$$
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4,6}{2,2}$$
$$\mathbf{\alpha = 64° \ 26'}$$

Motorový člun plující po řece urazil vzdálenost 120 m při plavbě po proudu za 14 s, při plavně proti proudu za 24 s. Určete rychlost člunu vzhledem k vodě a rychlost proudu v řece (předpokládejte, že rychlosti jsou konstantní).

$s = 120 \ m$
$t_1 = 14 \ s$
$t_2 = 24 \ s$
$v_{cl} = ?$
$v_r = ?$

$v_{cl} + v_r = s/t_1 = 120/14 = 8,57 \ m.s^{-1}$
$v_{cl} - v_r = s/t_2 = 120/24 = 5 \ m.s^{-1}$

$v_r = 8,6 - v_{cl}$
$v_{cl} = 5 + v_r = 5 + 8,57 - v_{cl}$
$v_{cl} = (5 + 8,6)/2 = \underline{6,8 \ m.s^{-1}}$
$v_r = 8,6 - v_{cl} = 8,6 - 6,8 = \underline{1,8 \ m.s^{-1}}$

Pohyb v gravitačním poli

Volně padající kámen má v jednom bodě své dráhy okamžitou rychlost 5 $m \cdot s^{-1}$ a v jiném, níže položeném bodě, má rychlost 8 $m \cdot s^{-1}$. Za jaký čas doletí kámen z prvního bodu do druhého a jak daleko jsou oba dva body od sebe vzdálené?

$v_1 = 5\ m \cdot s^{-1}$
$v_2 = 8\ m \cdot s^{-1}$
$t = ?$
$s = ?$
$g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

$s_1 = ½.g.t_1^2$
$s_2 = ½.g.t_2^2$
$s = s_2 - s_1 = g.(t_2^2 - t_1^2)/2$
$s = g.((v_2/g)^2 - ((v_1/g)^2)/2 = (v_2^2 - v_1^2)/2.g$
$s = (8^2 - 5^2)/2.9{,}81 = \underline{2\ m}$

$v_1 = g.t_1$
$v_2 = g.t_2$
$t = t_2 - t_1 = (v_2 - v_1)/g = (8-5)/9{,}81 = \underline{0{,}3\ s}$

Kámen je vržen svisle dolů do propasti o hloubce 90 m počáteční rychlostí 15 $m.s^{-1}$. Za jakou dobu a jakou rychlostí dopadne? ($g = 10\ m.s^{-2}$)

$v_0 = 15\ m \cdot s^{-1}$
$h = 90\ m$
$g = 10\ m.s^{-2}$

$$h = h_0 - v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 90 - 15t - 5t^2$$
$$t^2 + 3t - 18 = 0$$
$$(t+6)(t-3) = 0$$
$$t = \underline{3\ s}$$

kořen t = -6 nemá smysl

$$v = v_0 + gt$$
$$v = 15 + 3 \cdot 10 = \underline{45\ m.s^{-1}}$$

Jak vysoko musíme zvednout kladivo parního bucharu, aby při volném pádu získalo rychlost 5,5 $m.s^{-1}$? Kolik úderů vykoná buchar za 1 minutu, jestliže zvedání kladiva trvá třikrát déle než jeho pád?

[1,54 m, 26 min^{-1}]

Jak dlouho padá kámen volným pádem do propasti o hloubce 80 m? Jak velkou rychlostí dopadne na dno propasti?

[4 s, 40 $m.s^{-1}$]

Kulička byla vržena svisle vzhůru počáteční rychlostí 30 $m.s^{-1}$. Ve kterém čase byla ve výšce 40 m?

[2 s a 4 s]

Míč padá volným pádem z výšky 20 metrů. Jak velkou rychlostí dopadne na zem? (g = 10 $m \cdot s^{-2}$)

[20 $m.s^{-1}$]

Kulička kutálející se po desce stolu vysokého 100 cm rychlostí 100 $cm.s^{-1}$ přejde přes hranu stolu. V jaké vzdálenosti od okraje stolu dopadne kulička na zem? Jaká bude její celková dopadová rychlost?

$h = 100\ cm = 1\ m$
$v_x = 100\ cm.s^{-1} = 1\ m.s^{-1}$
$x = ?$
$g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

$t = \sqrt{2.h/g} = \sqrt{2.\ 1/9{,}81} = 0{,}452\ s$
$x = v_x.t = 1.\ 0.452 = \underline{0{,}452\ m}$
$v_y = g.t = 9{,}81.\ 0.452 = 4{,}46\ m.s^{-1}$
$v = \sqrt{v_x^2 + v_x^2} = \sqrt{1^2 + 4{,}46^2} = \underline{4.57\ m.s^{-1}}$

Dopravníkový pás na uhlí se pohybuje ve vodorovném směru rychlostí 2 $m \cdot s^{-1}$. Jak daleko padá uhlí od konce pásu, který je ve výšce 180 cm nad zemí?

$v_0 = 2\ m \cdot s^{-1}$
$h = 180\ cm = 1{,}8\ m$
$s = ?$

$s = v_0.t$
$y = h - ½.g.t^2 = 0$
$t = \sqrt{2.h/g}$
$s = v_0.\ \sqrt{2.h/g} = 2.\ \sqrt{2.1{,}8/9{,}81} = \underline{1{,}2\ m}$

Z vrcholu rozhledny o výšce 30 m je vržen oštěp vodorovným směrem rychlostí 20 $m.s^{-1}$. Jak daleko od paty rozhledny na vodorovnou rovinu oštěp dopadne?

[49,5 m]

Z vrcholu věže vysoké 80 m byla vodorovným směrem vystřelena ze samopalu střela, která dopadla na zem (na horizontální rovinu) ve vzdálenosti 2 820 m od paty věže. Odpor vzduchu zanedbejte, g = 10 $m.s^{-2}$. Jak velkou rychlostí byla střela vystřelena?

[705 $m.s^{-1}$]

Ve svislé stěně 120 cm nad vodorovnou rovinou je trubice, z níž vytéká vodorovným směrem pramínek vody a dopadá na vodorovnou podlahu ve vzdálenosti 50 cm od stěny . Jakou rychlostí vytéká voda z trubice? Odpor prostředí zanedbejte.

[1 $m.s^{-1}$]

Jak vysoko a jak daleko by doletěla střela odpálená rychlostí 500 $m.s^{-1}$ pod elevačním úhlem 50°? Odpor vzduchu zanedbejte.

$x = v_0.\cos(\alpha).t$
$y = v_0.\ \sin(\alpha).t - ½.g.t^2$
$t = x/(v_0.\cos(\alpha))$
$y = x.tg(\alpha) – g/(2.\ v_0^2.\cos(\alpha)^2).x^2$
$(x - v_0^2.\ \sin(2\alpha)/2.g\ )^2 = 2.v_0^2/g\ .\ \cos(y - v_0^2.\ \sin(\alpha)^2/2.g\ )^2$

Vrchol paraboly je $[v_0/2.g\ .\ \sin(2\alpha),\ -v_0^2/2.g\ .\ \cos(2\alpha)]$
$h = v_0^2.\ \sin(\alpha)^2/2.g =$ <u>7 477 m</u>
$d = \sin(\alpha)/\cos(\alpha).\ 2.\ v_0^2.\cos(\alpha)^2/g = v_0^2.\sin(2\alpha)/g =$ <u>25 100 m</u>

Granát zasáhl cíl vzdálený 250 m, ležící ve stejné horizontální rovině jako granátomet. Elevační úhel hlavně granátometu je 45°. Odpor vzduchu zanedbejte. Hodnota g = 10 $m.s^{-2}$. Určete počáteční rychlost granátu a nejvyšší polohu granátu nad zemí.

[50 $m.s^{-1}$, 62,5 m]

Stříkačka, která vytlačí vodu svisle vzhůru do výše 15 m, stojí ve vzdálenosti 11 m před domem 8 m vysokým. V jakém úhlu je nutné stříkat, má-li vodní proud dosáhnout vrcholu domu?

[49°07‘ nebo 76°54‘]

Střela vržená počáteční rychlostí 500 $m.s^{-1}$ pod elevačním úhlem o velikosti 30° zasáhla cíl, který byl o 300 m výše než palebné postavení. Určete vzdálenost cíle od palebného postavení.

[533,3 m nebo 21 117,3 m]

Jak vysoko a jak daleko doletí střela odpálená rychlostí 375 $m.s^{-1}$ pod elevačním úhlem 50°? Odpor vzduchu zanedbejte.

. [4 206m, 14 117 m]

Pod jakým elevačním úhlem a jakou rychlostí bylo vrženo těleso, které dosáhlo výšky 25,4 m a dálky 987,2 m?

[5°53‘, 218 $m.s^{-1}$]