

Metody řešení matematických úloh 1

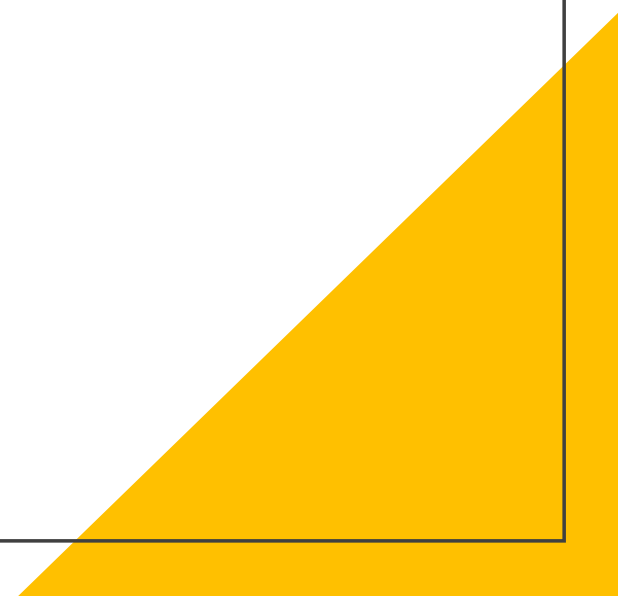
IMAk08 – podzimní
semestr 2023

Mgr. Jitka Panáčová, Ph.D.

1. setkání

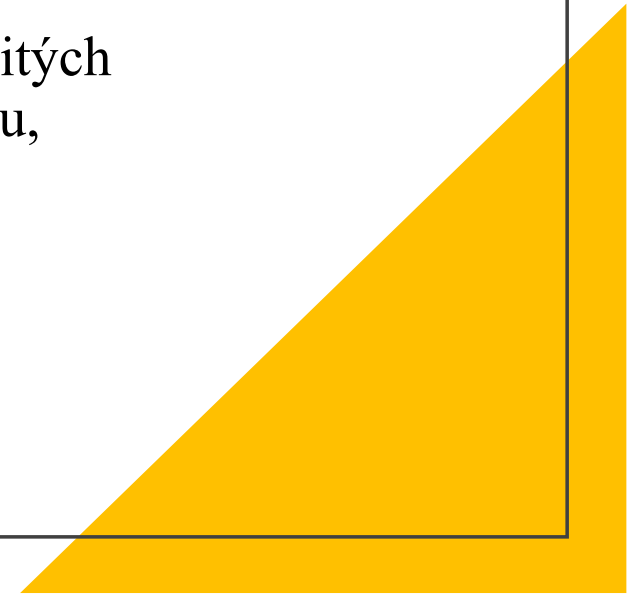
A large yellow right-angled triangle is positioned in the bottom right corner of the slide, with its hypotenuse facing the top-left.

Téma: INDUKTIVNÍ A DEDUKTIVNÍ METODY PŘI ŘEŠENÍ MATEMATICKÝCH ÚLOH



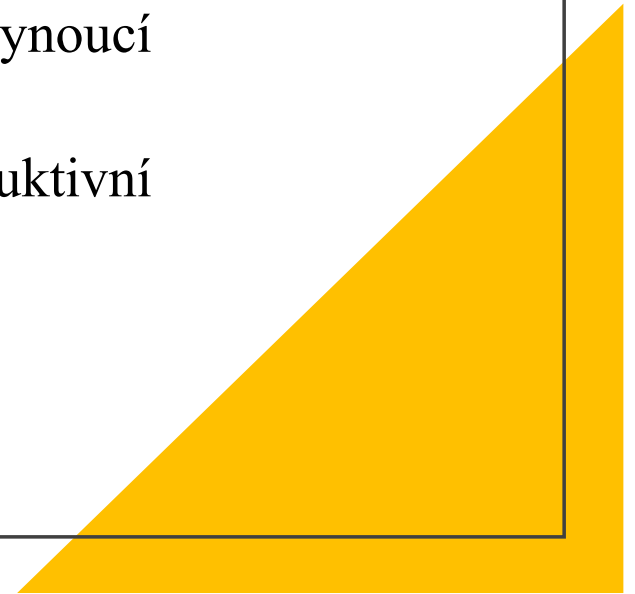
Dedukce

- logické vyvození,
- způsob logického myšlení postupujícího od obecného pravidla k jednotlivým případům,
- typ úsudku, při němž se z předpokladů použitím určitých pravidel dospívá k novému tvrzení, tzv. závěru, důsledku,
- je přechodem od obecného ke zvláštnímu.



Deduktivní metoda

- způsob výstavby vědecké teorie založený pouze na dedukci.
- uplatňuje se zpravidla v těch případech, kdy byl nahromaděn a teoreticky vyložen empirický materiál, který chceme uvést v systém, abychom mohli odvodit všechny důsledky plynoucí z přijatých předpokladů,
- takto vybudovaná vědecká teorie je vědecká deduktivní soustava.



Deduktivní metoda

- Užitím dedukce v matematice se vytvořila tzv. axiomatická metoda, která pomáhá budovat matematickou disciplínu (axiomaticky)

Axiomy →

- Věty obsahující **základní pojmy** a jejich vztahy
- Základní pojmy **nedefinujeme**

- Definujeme nové pojmy
- Odvozujeme další platné věty



Deduktivní metoda

Využití deduktivních závěrů:

- Při důkazech matematických vět (důkazové techniky = implikace)
- Při řešení matematických úloh (řetězením deduktivních závěrů dojdeme k řešení)



Matematická věta tvaru implikace

$$A(x) \Rightarrow B(x)$$

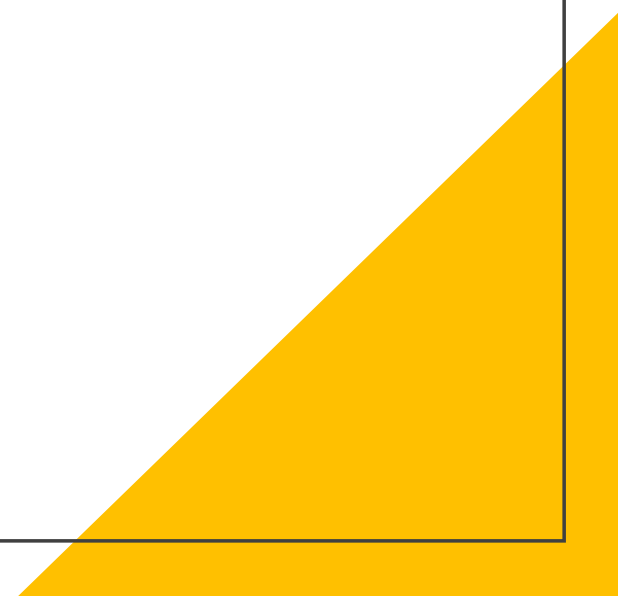
předpoklad tvrzení

- Přímý důkaz: $A(x) \Rightarrow A_1(x) \Rightarrow A_2(x) \Rightarrow \dots \Rightarrow B(x)$
- Nepřímý důkaz: $\neg B(x) \Rightarrow \neg A(x)$ (Věta obměněná k větě $A(x) \Rightarrow B(x)$)
- Věta obměněná je ekvivalentní s původní větou, tj.

$$A(x) \Rightarrow B(x) \sim \neg B(x) \Rightarrow \neg A(x)$$

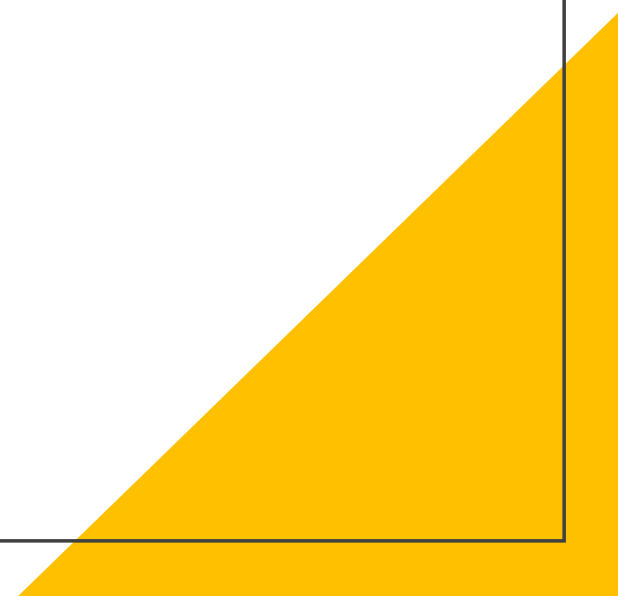
Důkaz matematické věty

Příklad 1: Dokažte, že pro každá dvě lichá přirozená čísla platí, že jejich součin je liché číslo.



Indukce

- Jeden z typů úsudků a metoda zkoumání, kdy se na základě pozorování jednotlivých případů vyvozují všeobecné závěry.
- Jedná se o postup od zvláštního k obecnému.



Indukce

jednotlivé případy → obecné pravidlo

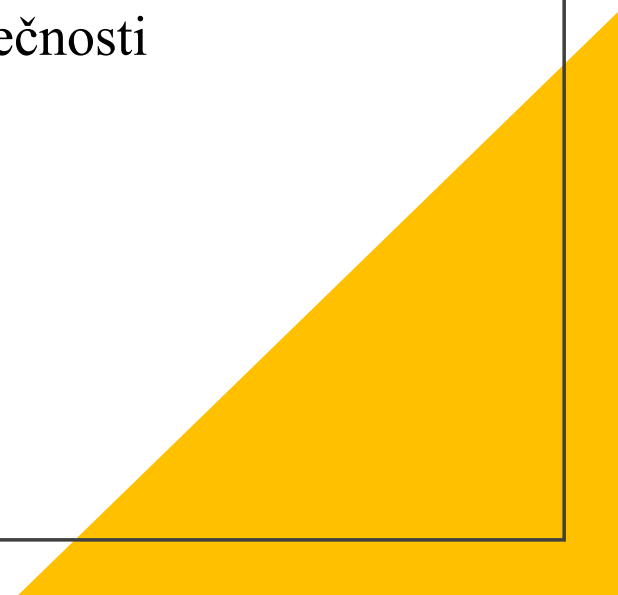
Dedukce

obecné pravidlo → jednotlivé případy

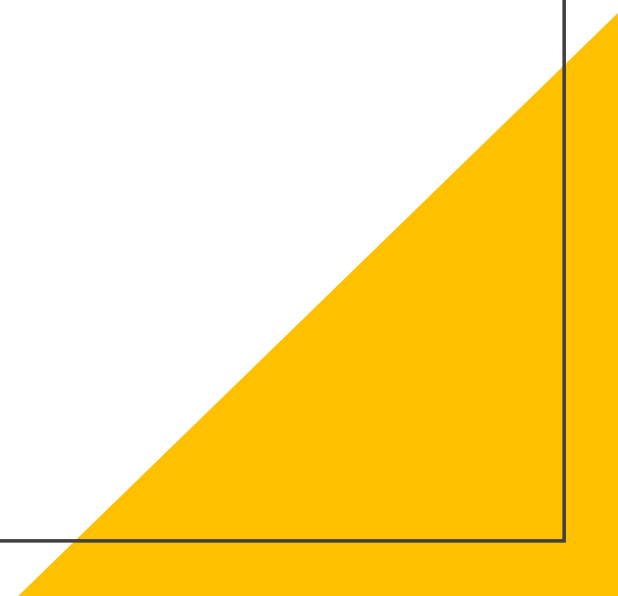


Indukce a dedukce

- uplatňování indukce a dedukce souvisí s pozorováním, zkoumáním zákonitostí, zobecňováním.
- různé pokusy vést ostrou hranici mezi deduktivní metodou a induktivní se nezdařily, neboť obě metody jsou ve skutečnosti vnitřně spjaté.



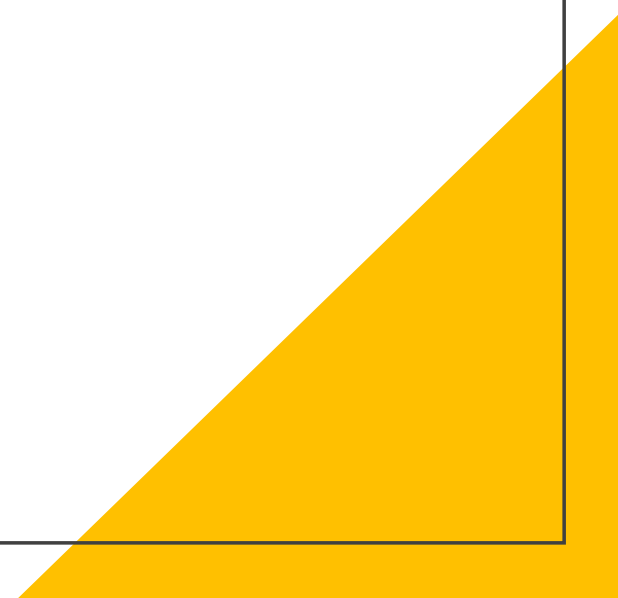
V následujících příkladech vycházejte vždy z **induktivních postupů**, tj. ověřujte platnost uvedených pravidel pro několik přirozených čísel. Všimněte si zákonitostí a snažte se formulovat příslušné matematické věty. Věty pak dokažte.



Příklad 2:

Sčítání přirozených čísel – sčítejte postupně

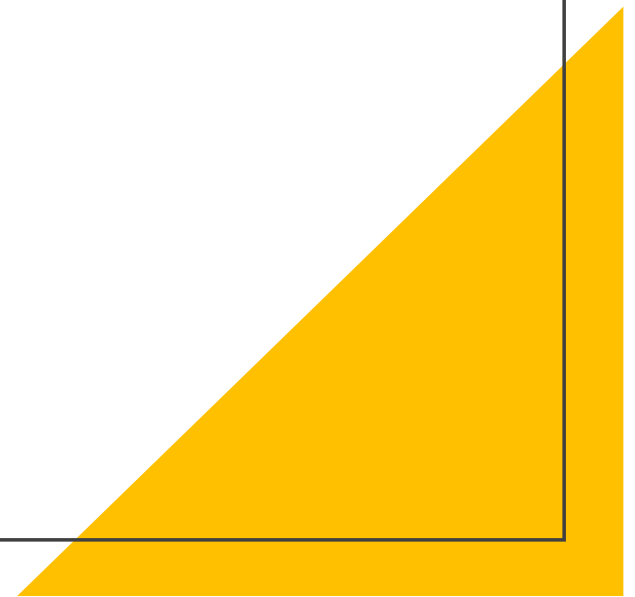
přirozená čísla a sledujte, jak se dá vyjádřit jejich součet:



Princip matematické indukce:

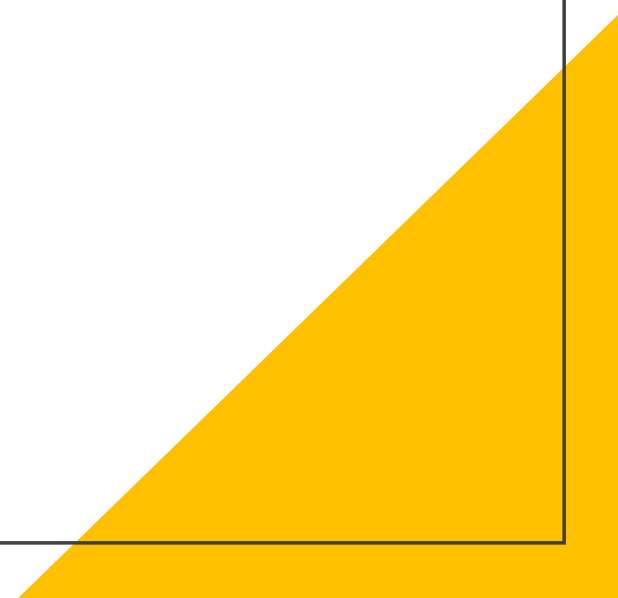
Chceme dokázat, že $\forall n \in \mathbb{N}: A(n)$

1. Dokážeme, že tvrzení platí pro $n = 1$
2. Předpokládáme, že tvrzení platí pro $n = k$ a dokážeme, že platí pro $n = k + 1$



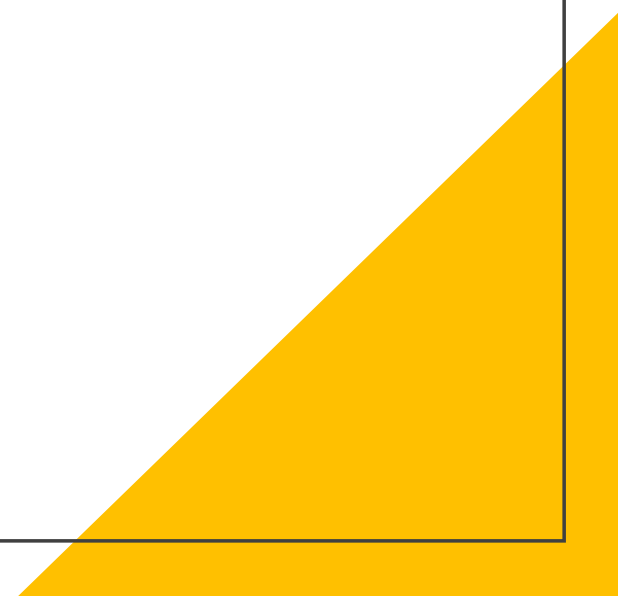
Gaussova úloha:

Sečtete všechna přirozená čísla od 1 do 100.



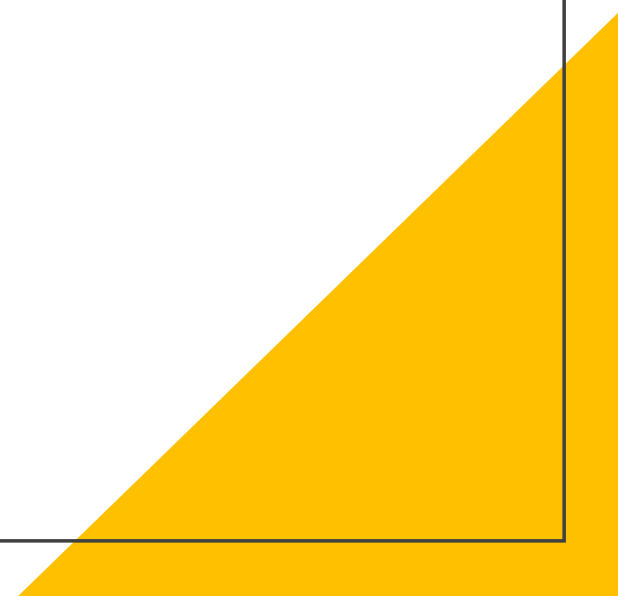
Příklad 3:

Sledujte součet několika lichých čísel a pokuste se tento součet obecně vyjádřit:



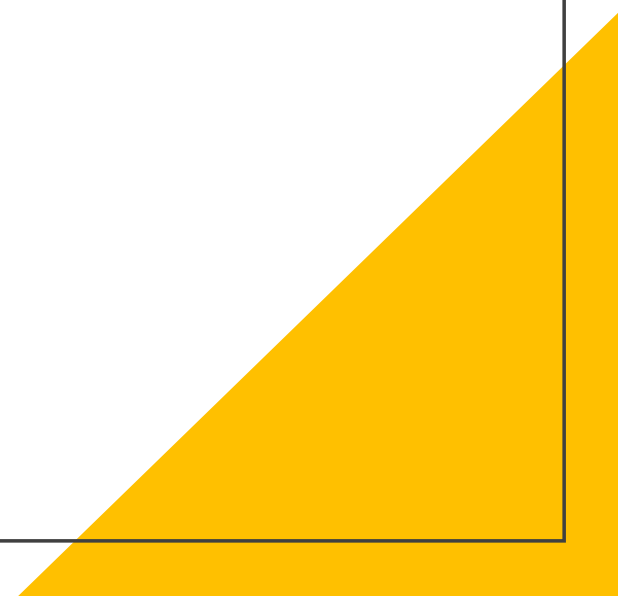
Příklad 4:

Určete součet všech lichých čísel od 1 do 100.



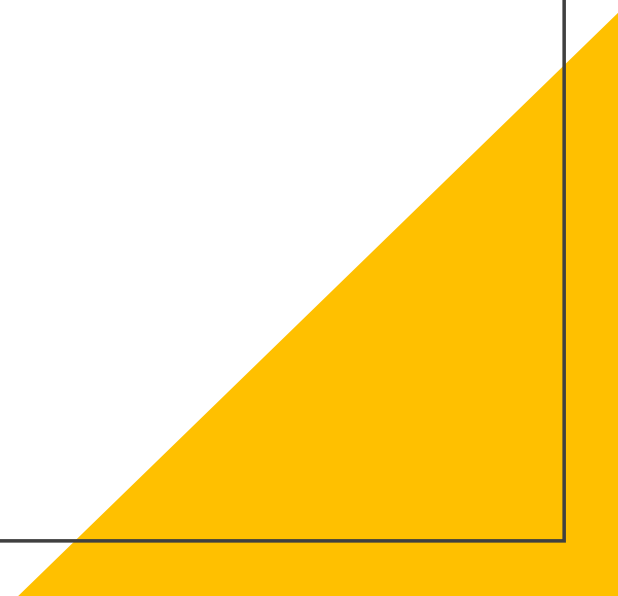
Příklad 5:

Sledujte součet několika sudých čísel a pokuste se tento součet obecně vyjádřit:



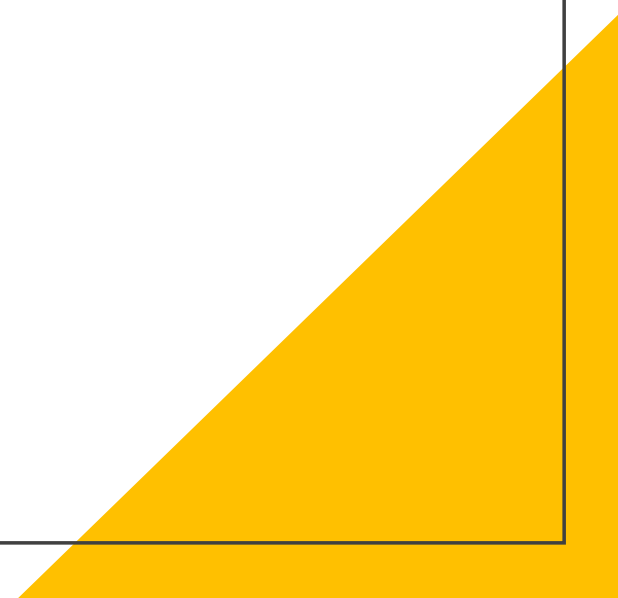
Příklad 6:

Určete součet všech sudých čísel od 1 do 100.



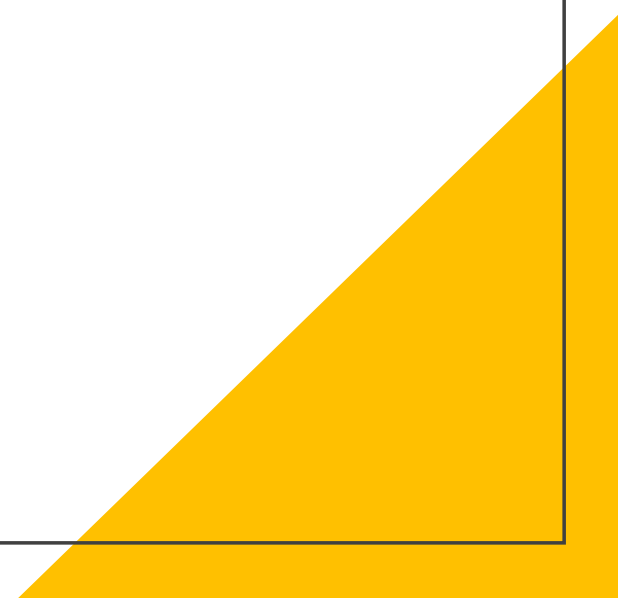
Příklad 7:

Vynásobte vždy po sobě jdoucí přirozená čísla a tento součin vynásobte čtyřmi. Všimněte si, jak se dá tento součin vyjádřit.



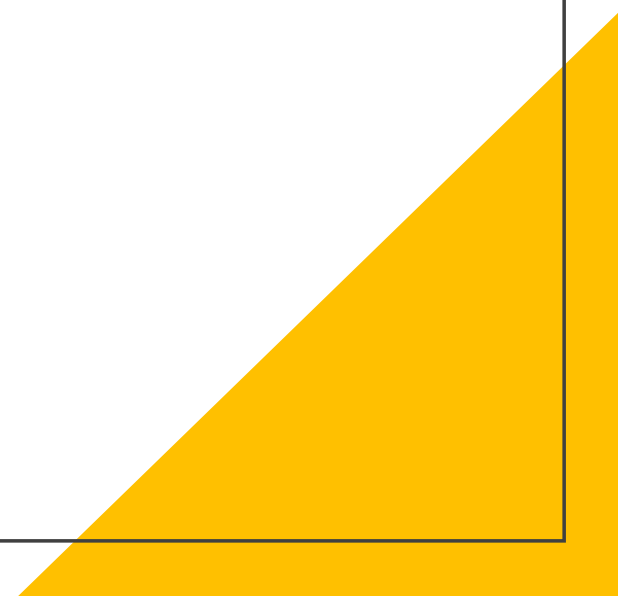
Příklad 8:

Vyberte si libovolná prvočísla $p > 3$ a sledujte následující vývoj:



Příklad 9:

Proveďte součin dvou rovných činitelů od 0 do 10 a sledujte číslo zapsané na místě jednotek.

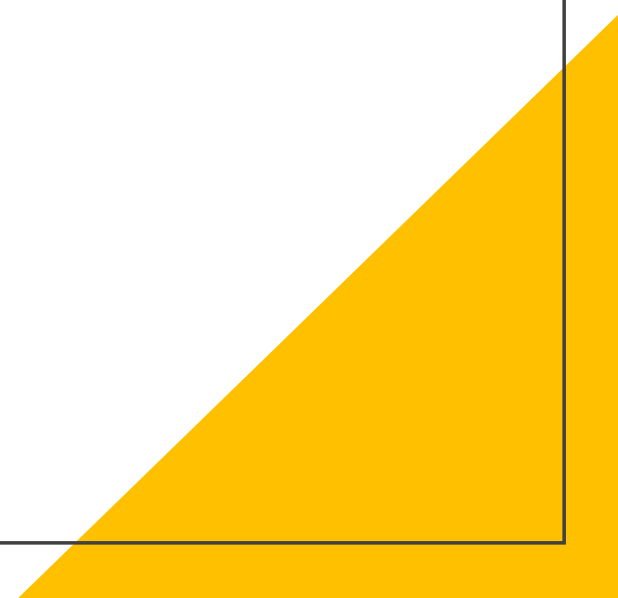


Příklad 10:

Napište do řady násobky čísla 3 malé násobilky vzestupně.

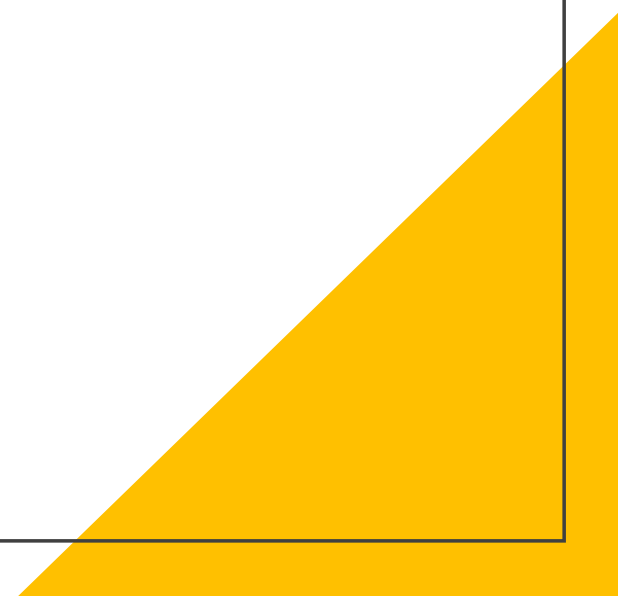
Pod ně napište do řady násobky čísla 7 malé násobilky sestupně.

Pozorujte cifry na místě jednotek...



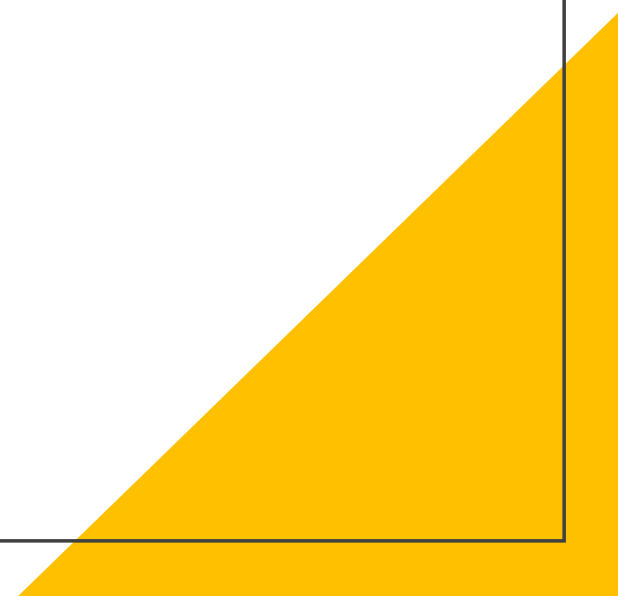
Příklad 11:

Vyjádřete obecně, kolik úhlopříček má konvexní n -úhelník.



Příklad 12:

Vyjádřete obecně, jaký je součet vnitřních úhlů konvexního n -úhelníka.



Příklad 13:

Uvažujme obdélníky s celočíselnými rozměry

$1 \times 49, 2 \times 48, 3 \times 47, 4 \times 46, \dots$

Tyto obdélníky mají obvod roven 100. Nalezněte ostrou nerovnost, která platí pro obsahy všech těchto obdélníků,

