

# Úvod do předmětu

IMAp05 Geometrie 1

Jakub Novák

Katedra matematiky, PdF MU

19. září 2023

**M U N I**  
**P E D**

## Zakončení a literatura

Ukončení předmětu (3 kredity):

- ▶ Jak?
- ▶ Kdy?
- ▶ Kde?

Literatura:

- ▶ FRANCOVÁ, Marta a Leni LVOVSKÁ. Texty k základům ELEMENTÁRNÍ GEOMETRIE. 1. vydání. Brno, 2014.
- ▶ LVOVSKÁ Leni, NOVÁK Jakub. Sběrka úloh z ELEMENTÁRNÍ GEOMETRIE pro studium učitelství 1. stupně základní školy . (Viz interaktivní osnova v IS.)

## Obsah a cíle předmětu

Co je to geometrie?

Proč (se) ji učit na ZŠ?

Proč se ji učit tady?

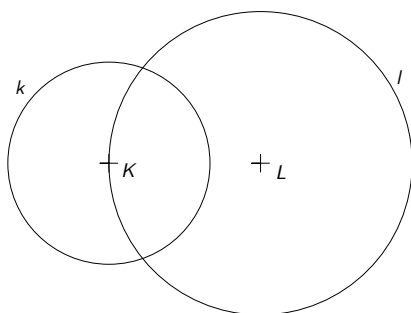
## Obsah a cíle předmětu

Který geometrický útvar připomíná značka?



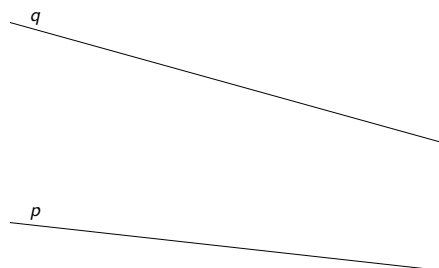
## Obsah a cíle předmětu

Kolik společných bodů mají kružnice  $k$  a  $l$ ?



## Obsah a cíle předmětu

Protínají se přímky  $p$  a  $q$ ?

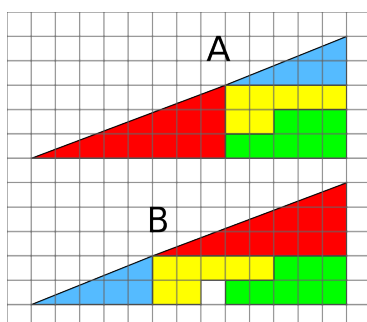


## Obsah a cíle předmětu

- ▶ syntetická geometrie
- ▶ deskriptivní geometrie
- ▶ analytická geometrie
- ▶ diferenciální geometrie
- ▶ algebraická geometrie
- ▶ Kleinova geometrie

## Úlohy

Vysvětlete paradox:



## Úlohy

Včelí královna si k sobě pozve matematika a prosí ho o návrh ideálního tvaru buňky plástve. Její požadavky jsou:

- ▶ každá buňka má být stejná;
- ▶ buňky mají být co největší za použití co nejméně materiálu (vosku);
- ▶ buňky mají plnit plástev nejekonomičtěji, tzn. stěna jedné buňky je současně stěnou jiné buňky.



## Úlohy

Na mapě jsou vyznačeny polohy tří majáků blízko města Bonifacio na Korsice. Kapitán lodi na moři je na dohled všech tří majáků, má k dispozici pouze mapu a sextant, GPS nereaguje. Kde se na mapě nachází?



## Výseky z historie geometrie

ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΤΟΣ ΜΗΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΩ



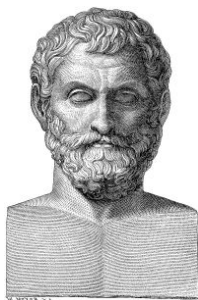
## Výseky z historie geometrie

Rhindův papyrus (1500 př. n. l.)

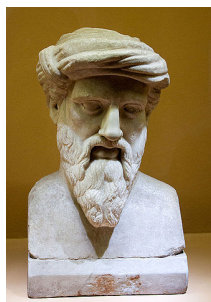


## Výseky z historie geometrie

Thales z Milétu  
(7.–6. stol. př. n. l.)

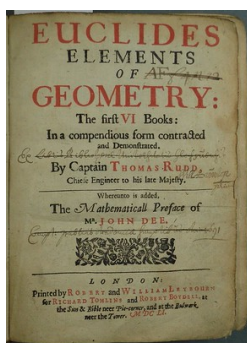


Pythagoras ze Samu  
(6. stol. př. n. l.)



## Výseky z historie geometrie

Eukleidés (4.–3. stol. př. n. l.)



## Výseky z historie geometrie

Eukleidovy definice (příklady):

- ▶ **Bod** je to, co nemá části.
- ▶ **Čára** je délka bez šířky, hranicemi čáry jsou body.
- ▶ **Přímka** je čára, jež je stejně položena ke všem svým bodům.
- ▶ **Plocha** je to, co má délku a šířku, hranicemi plochy jsou čáry.
- ▶ **Rovina** je plocha, jež je stejně položená ke všem přímkám, které v ní leží.
- ▶ **Úhel** je vzájemná odchylka protínajících se čar, ležících v téže rovině, avšak neležících v téže přímce.

## Výseky z historie geometrie

Eukleidovy axiomy (příklady):

- ▶ Veličiny témuž rovné i navzájem rovný jsou.
- ▶ Když se přidají veličiny rovné k rovným, celky jsou si rovný.
- ▶ Když se odejmou veličiny rovné z rovných, zbytky jsou si rovný.
- ▶ Co se navzájem kryje, rovno si jest.
- ▶ Celek je větší než díl.
- ▶ Dvojnásobky téhož rovný jsou.
- ▶ Polovičky téhož rovný jsou.

## Výseky z historie geometrie

Eukleidovy postuláty:

1. Dvěma různými body lze vést jedinou přímku.
2. Úsečku je možno libovolně prodloužit.
3. Lze sestavit kruh o daném středu, na jehož obvodu leží jiný zadaný bod.
4. Všechny pravé úhly jsou shodné.
5. Necht přímka  $u$  protíná přímky  $p, q$  tak, že na jedné straně přímky  $u$  je součet vnitřních úhlů  $\alpha, \beta$ , které svírají přímky  $p, q$  s přímkou  $u$ , menší než dva pravé úhly. Potom na této straně se přímky  $p, q$  protínají.

## Výseky z historie geometrie

Pátý Euklidův postulát:

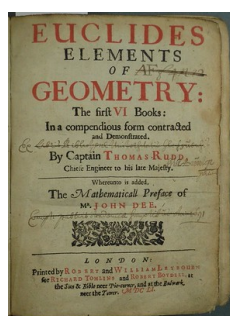
„Necht přímka  $u$  protíná přímky  $p, q$  tak, že na jedné straně přímky  $u$  je součet vnitřních úhlů  $\alpha, \beta$ , které svírají přímky  $p, q$  s přímkou  $u$ , menší než dva pravé úhly. Potom na této straně se přímky  $p, q$  protínají.“



„K danému bodu, který neleží na dané přímce, existuje toliko jediná přímka, která danou přímku neprotíná.“

## Výseky z historie geometrie

Jak shrnout význam Euklidových Základů?



## Výseky z historie geometrie

David Hilbert (1862–1943)



Celkem 6 axiomatických pojmů:

- ▶ objekty
  - ▶ bod ( $A, B, \dots$ )
  - ▶ přímka ( $a, b, \dots$ )
  - ▶ rovina ( $\alpha, \beta, \dots$ )
- ▶ relace
  - ▶ „ležet v“ ( $A \in a, A \in \alpha, a \subset \alpha$ )
  - ▶ „ležet mezi“ ( $C \mu AB$ )
  - ▶ shodnost ( $a \cong b$ )

## Výseky z historie geometrie

David Hilbert (1862–1943)



Celkem 21 axiomů:

- ▶ axiomy incidence (8)
- ▶ axiomy uspořádání (4)
- ▶ axiom rovnoběžnosti (1)
- ▶ axiomy shodnosti (6)
- ▶ axiomy spojitosti (2)

## Výseky z historie geometrie

René Descartes  
(1596–1650)



Carl Friedrich Gauss  
(1777–1855)



## Výseky z historie geometrie

János Bolyai  
(1802–1860)



N. I. Lobačevskij  
(1792–1856)



## Výseky z historie geometrie

Bernhard Riemann  
(1826–1866)



Felix Klein  
(1849–1925)





## Zdroje obrázků

- ▶ značka Hlavní pozemní komunikace  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:P\\_2\\_Hlavn%C3%AD\\_pozem%C3%AD\\_komunikace.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:P_2_Hlavn%C3%AD_pozem%C3%AD_komunikace.png)
- ▶ paradox  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6d/Missing\\_square\\_puzzle-AB.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6d/Missing_square_puzzle-AB.png)
- ▶ včelí královna  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/ac/Apis\\_mellifera\\_scutellata\\_1355021.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/ac/Apis_mellifera_scutellata_1355021.jpg)
- ▶ Athénská škola  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/49/%22The\\_School\\_of\\_Athens%22\\_by\\_Raffaello\\_Sanzio\\_da\\_Urbino.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/49/%22The_School_of_Athens%22_by_Raffaello_Sanzio_da_Urbino.jpg)
- ▶ Rhindův papyrus  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d9/Rhind\\_Mathematical\\_Papyrus.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d9/Rhind_Mathematical_Papyrus.jpg)
- ▶ Thalés z Milétu  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c6/Illustrerad\\_Verldshistoria\\_band\\_I\\_Ill\\_107.jpg/800px-Illustrerad\\_Verldshistoria\\_band\\_I\\_Ill\\_107.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c6/Illustrerad_Verldshistoria_band_I_Ill_107.jpg/800px-Illustrerad_Verldshistoria_band_I_Ill_107.jpg)
- ▶ Pythagoras ze Sámu  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/e0/Pythagoras\\_in\\_the\\_Roman\\_Forum%2C\\_Colosseum.jpg/332px-Pythagoras\\_in\\_the\\_Roman\\_Forum%2C\\_Colosseum.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/e0/Pythagoras_in_the_Roman_Forum%2C_Colosseum.jpg/332px-Pythagoras_in_the_Roman_Forum%2C_Colosseum.jpg)
- ▶ Eukleidés  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f7/Portrait\\_of\\_Euclid\\_Wellcome\\_L0019815.jpg/628px-Portrait\\_of\\_Euclid\\_Wellcome\\_L0019815.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f7/Portrait_of_Euclid_Wellcome_L0019815.jpg/628px-Portrait_of_Euclid_Wellcome_L0019815.jpg)
- ▶ Základy  
<https://www.flickr.com/photos/uofglibrary/27128071427>
- ▶ D. Hilbert  
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/79/Hilbert.jpg>

## Zdroje obrázků

- ▶ R. Descartes  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/7/73/Frans\\_Hals\\_-\\_Portret\\_van\\_Ren%C3%A9\\_Descartes.jpg/256px-Frans\\_Hals\\_-\\_Portret\\_van\\_Ren%C3%A9\\_Descartes.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/7/73/Frans_Hals_-_Portret_van_Ren%C3%A9_Descartes.jpg/256px-Frans_Hals_-_Portret_van_Ren%C3%A9_Descartes.jpg)
- ▶ C. F. Gauss  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ec/Carl\\_Friedrich\\_Gauss\\_1840\\_by\\_Jensen.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ec/Carl_Friedrich_Gauss_1840_by_Jensen.jpg)
- ▶ J. Bolyai  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d8/Bolyai\\_J%C3%A1nos\\_%28W%C3%A1rkos\\_Ferenc\\_fest%C3%A9nye%29.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d8/Bolyai_J%C3%A1nos_%28W%C3%A1rkos_Ferenc_fest%C3%A9nye%29.jpg)
- ▶ N. I. Lobačevskij  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4d/Lobachevsky\\_03\\_crop.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4d/Lobachevsky_03_crop.jpg)
- ▶ B. Riemann  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/82/Georg\\_Friedrich\\_Bernhard\\_Riemann.jpeg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/82/Georg_Friedrich_Bernhard_Riemann.jpeg)
- ▶ F. Klein  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4e/Felix\\_Klein%2C\\_ante\\_1897\\_-\\_Accademia\\_delle\\_Scienze\\_di\\_Torino\\_0078\\_B.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4e/Felix_Klein%2C_ante_1897_-_Accademia_delle_Scienze_di_Torino_0078_B.jpg)